

В. Г. Зубов

МЕХАНИКА




НАГРЕВАНИЕ СУШИ
НАГРЕВАНИЕ ВОДЫ
Земл
получ
от Со
$3 \cdot 10^{17}$
ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЯ ГЭС
1 10^{11} Дж/с
ВО
ЧЕЛОВЕК Н
4,04 · 1



10%
НАГРЕВАНИЕ ВОЗДУХА
ОБРАЗОВАНИЕ БЕЛКА
0,5%
ПРОМЫШЛЕННОСТЬ
ТРАНСПОРТ, БЫТ
4 · 10^13 Дж/с
ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЯ ТЭС
3 · 10^11 Дж/с
ТЭЦ
СЕГО
НАУЧИЛСЯ БРАТЬ
10^13 Дж/с
Дж/с



В. Г. ЗУБОВ

МЕХАНИКА

МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1978

22.3
З-91
УДК 530.1

З $\frac{20401-158}{053(02)-78}$ 99-78

ОГЛАВЛЕНИЕ[1]

I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КИНЕМАТИКИ

[1]) Кружком отмечены параграфы, которые при первом чтении можно опустить без ущерба для понимания основных идей курса.

II. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

III. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТЕЛ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИХ В РЕШЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

IV. ИМПУЛЬС СИЛЫ. КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

V. РАБОТА. ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

VI. ВРАЩЕНИЕ ТЕЛ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Бурное развитие физики в последние десятилетия, состояние и темпы развития техники современного производства, переход на всеобщее среднее образование совершенно изменили расстановку тех педагогических целей и задач, к достижению и решению которых должна стремиться школа и которые должны реализовываться в учебниках. Традиционное стремление дать наибольшее количество различных сведений в учебниках и в преподавании изживает себя.

Более того, погоня за сообщением наибольшей информации, детализацией сведений о всех, хотя и очень интересных и важных новинках быстро развивающихся науки и техники начала наносить ущерб развитию способности учащихся самостоятельно мыслить и применять основные законы физики, умению находить и воспринимать новые знания, рождающиеся в науке. Эта погоня стала создавать затруднения для выпускников средней школы в начале их трудовой деятельности и при продолжении обучения в высшей школе.

Состояние и темпы развития науки, жизнь и производство требуют сейчас того, чтобы учебники и преподавание глубоко раскрывали смысл и содержание фундаментальных принципов современной физики, формировали активное владение этими принципами. Необходимо показать учащимся фундаментальные законы физики в действии, дать правильное понимание материального мира в его единстве и многообразии, а также представление об источниках знания и путях установления законов науки.

Особенно важным для учебника стало решение задачи максимального развития умений учащихся самостоятельно применять основные принципы и законы в практической деятельности, видеть действие этих принципов в новых открытиях и достижениях техники.

Другими словами, учебник и преподавание должны обеспечить формирование основ современного научного знания, обращенного к потребностям жизни и общественного производства, обеспечивающего возможность активного и творческого участия молодого

человека в общественной и производственной деятельности после окончания обучения.

К достижению этих целей и стремился автор при написании предлагаемого читателю курса «Начала физики».

Решение поставленных задач не только потребовало изменить расстановку акцентов в материале курса физики, но и привело к полному изменению логической структуры этого курса. Многие разделы данного курса по своему содержанию и построению принципиально отличаются от традиционных и широко распространенных схем изложения учебного материала.

Оказалось необходимым выявить и устранить архаизмы, второстепенные и малозначащие материалы, которые сохранились во многих учебных пособиях с конца XIX в. Это дало возможность сократить число понятий, которые должен усвоить учащийся, позволило упростить и приблизить к современному уровню изложение многих вопросов. Сделались более прозрачными и легко наблюдаемыми те внутренние логические связи, которые существуют между отдельными разделами современной физики как единой науки.

Наконец, достижение поставленных целей потребовало увеличить объем материала о формах и методах практического применения фундаментальных законов к решению практических задач и усилить те разделы, которые прямо ориентированы на развитие творческой самостоятельной работы учащегося. Изложение отдельных мест курса сопровождается сведениями об истории возникновения и становления законов физики, о развитии и формировании тесных взаимосвязей между физикой, техникой и практикой общественного производства.

Таковы основные особенности данного курса физики.

Весь материал «Начал физики» распределяется по отдельным книгам следующим образом:

I. Механика.
II. Молекулярные явления. Термодинамика.
III. Электромагнитные явления.
IV. Колебания и волны. Оптика.
V. Квантовые явления. Атом.

Несмотря на это, на первый взгляд традиционное разделение, курс дает материал в новых связях, соответствующих современному состоянию физики как науки. Рассмотрение каждого из явлений обычно не замыкается в рамках одного раздела физики. Так, например, формирование и развитие понятий и законов механики продолжается во всех книгах вплоть до последней, где окончательно определяются границы применимости законов и представлений классической ньютоновской механики. Формирование представлений молекулярной теории подготавливается уже в первой книге и завершается в пятой при рассмотрении квантовомеханических явлений в твердых телах. И так далее.

Курс рассчитан на широкий круг читателей, желающих самостоятельно ознакомиться с важнейшими принципами и теориями

физики в объеме, несколько более широком, чем это предусмотрено программами средней школы. Однако в первую очередь курс предназначен для лиц, самостоятельно готовящихся к поступлению в вуз, а также занимающихся на подготовительных отделениях вузов. Материал книги по объему и глубине содержания согласован с программами и требованиями вступительных экзаменов в вузы [1]).

Автор старался вести изложение материала в возможно более компактной форме, в достаточно строгой логической последовательности, отвечающей современному уровню развития физики.

Имея в виду интересы самостоятельно изучающих физику и впервые систематически знакомящихся с ней, автор счел необходимым уделить специальное внимание и дать достаточно детальные разъяснения мотивов изучения наиболее важных вопросов. Разъяснения, которые могли бы помочь учащемуся сохранять ориентировку во всей общей картине механики при изучении каждой ее отдельной части. Читателю не следует проходить мимо этих мотивирующих разъяснений. Они могут помочь сократить затраты времени на изучение физики.

В каждом разделе физики есть понятия и вопросы, которые для профессионала-физика являются самоочевидными, элементарными, не требующими никаких объяснений. Однако, как показывает опыт преподавания, именно многие из таких понятий, терминов, вопросов становятся источником непреодолимых затруднений для начинающих изучать физику, причиной непонимания основных законов, препятствием в практических применениях законов. В книге таким вопросам уделено специальное внимание и дан их детальный разбор. Начинающему читателю полезно будет внимательно отнестись к таким разъяснениям основных понятий и проверить правильность своего собственного понимания их.

Начальное изучение физики требует не только усвоения определенной суммы знаний. Настоящее знание физики возникает только тогда, когда во время изучения формируется физическое мышление — определенная система анализа явлений природы, организованная и четкая система умственных действий,— воспитывается необходимая дисциплина мышления.

Желание помочь начинающему читателю в формировании такой системы мышления наложило отпечаток на построение и внутреннюю структуру основных разделов книги, заставило включить ряд специальных параграфов, разъясняющих некоторые вопросы порядка действий при применении законов физики.

В курсе дано достаточно большое количество вопросов и упражнений, которые могут полностью обеспечить развитие навыков самостоятельного решения задач и помочь более глубокому пониманию форм и методов применения основных законов механики на

[1]) Параграфы, выходящие за рамки программы, отмечены кружком. При первом чтении, их, без ущерба для понимания основных идей курса, можно опустить, с тем чтобы вернуться к ним при повторном, более глубоком изучении.

практике. По уровню сложности заключительные задачи каждого раздела соответствуют задачам на вступительных экзаменах. Для работы с курсом необходим лишь математический аппарат, даваемый средней школой.

При написании курса автором были использованы материалы и выводы многолетнего преподавания курса общей физики в Московском университете, а также чтения лекций для абитуриентов, готовящихся к поступлению в вуз.

Подготовка и создание такого обширного по объему и сложного по своему содержанию курса были бы невозможны без участия и помощи ученых-физиков, преподавателей, методистов и ученых-педагогов. Плодотворные дискуссии, многочисленные критические замечания по вопросам изложения и структуры курса со стороны профессоров В. А. Фабриканта и Е. Д. Щукина оказали неоценимую помощь при работе над первой книгой курса «Механика». Автор приносит им глубокую благодарность.

Автор благодарен также преподавателям А. И. Степаненко, В. С. Шелковниковой, П. Я. Арефьеву, В. И. Абрамову, Л. А. Щербаковой, В. Т. Гороновской, которые взяли на себя труд организовать и провести проверку доступности для учащихся предлагаемых автором схем изложения материала и дали много ценных советов, способствовавших улучшению курса.

Автор выражает свою искреннюю признательность научным сотрудникам С. М. Кузнецовой, И. А. Ефремовой, И. А. Петрову, которым принадлежат разработки ряда научно-педагогических и методических вопросов, использованные автором при окончательном определении структуры и содержания первой книги данного курса.

В. Г. Зубов

ВВЕДЕНИЕ

Нас окружает удивительный и бесконечно разнообразный мир различных вещей и явлений. Он существовал до нас и будет существовать после нас независимо от нашего сознания.

Бесконечное пространство Вселенной включает в себя множество гигантских и малых звезд, загадочных туманностей, наше Солнце и планеты, свет и темноту, тепло и холод, нашу Землю и огромное многообразие живых и неживых тел на ней. Мы узнаём о существовании этого мира с помощью наших органов чувств, по своим движениям и действиям в нем.

Мир, который существует независимо от нас и который мы можем познавать через наши ощущения и действия, называют *материей*.

Мир не остается неизменным. В нем непрерывно происходят самые различные изменения. Звезды не только меняют свое положение на небе. Они рождаются и исчезают, меняют свои свойства. Происходят смены дня и ночи, изменения погоды. Тепло сменяет холод. Различные вещества при разных условиях могут становиться твердыми, жидкими или газообразными. Происходят химические превращения одних веществ в другие. И так далее.

Все эти изменения или явления мы называем *движениями* материи.

Многое о природе мы узнаем из самых ранних, повседневных житейских наблюдений. Но нам мало просто знать о существовании различных свойств тел или явлений. Важно знать, почему возникают эти явления, почему различные тела обладают разными свойствами, как эти тела устроены. Это особенно важно потому, что без такого знания мы не смогли бы использовать эти явления и свойства тел для пользы человечества, не смогли бы создать то множество вещей, которые нужны нам для жизни, для развития человеческого общества.

Поиском ответов на все эти вопросы занимается много наук — физика, химия, биология, астрономия, геология и другие. Все они вместе получили название *естественных наук* или *наук о природе*.

Среди естественных наук одно из важнейших мест занимает *физика*. Она является тем основанием, на котором создают свои

теоретические построения и совершенствуют свои экспериментальные методы все другие естественные науки.

Что такое физика? Для того чтобы ответить на этот вопрос, необходимо рассмотреть те основные задачи, которые решает физика, и те основные направления, в которых она развивается в настоящее время.

Первое направление современной физики — изучение наиболее общих форм движения материи, лежащих в основе всех природных явлений; установление законов этих движений и их всеобщей взаимосвязи между собой. Эти законы таковы, что им подчиняются все без исключения тела, где бы они ни находились, когда бы ни наблюдались и каким бы изменениям ни подвергались. Формы движения материи, изучаемые физикой, мы называем *физическими процессами* или *физическими явлениями*.

Простейшее, что мы видим повседневно, это непрерывно происходящие изменения положений тел друг относительно друга с течением времени. Это физическое явление служит предметом изучения раздела физики, называемого *механикой*. Законам *механических явлений* подчиняются не только тела, окружающие нас на Земле. Им подчиняются в своих движениях и звезды, и галактики, и самые маленькие, невидимые частицы вещества — атомы и их составные части. Механические процессы принадлежат к числу наиболее общих форм движения материи, и они присутствуют как обязательные участники во всех других явлениях природы.

Мы непрерывно наблюдаем смены тепла и холода. При этом происходят изменения свойств самих тел. Они меняют геометрическую форму и размеры. Изменяется состояние этих тел. Лед превращается в воду, вода — в пар. Раскаленный металл превращается в жидкость и начинает светиться. Ртуть, замерзая, становится твердым телом. Начинают возникать или проходить по-другому химические реакции. Все это вместе образует новую группу физических процессов, которые называются *тепловыми явлениями*. Законам тепловых явлений подчиняются все тела; они носят всеобщий характер. Сами тепловые процессы так же присутствуют как непременные участники всех других явлений природы.

В жизни, в повседневном быту мы непрерывно сталкиваемся с особыми взаимодействиями тел, которые получили название *электромагнитных явлений*. Разрушительные молнии при грозе, полярные сияния, свет, электризация бумаги и синтетических тканей, притяжение и отталкивание магнитов — все это проявления электрических и магнитных сил. Телефон, радио, телевидение, разнообразные бытовые приборы — это примеры использования человеком электромагнитных явлений. И все это составляет предмет особого раздела современной физики — *электродинамики*.

Электромагнитные процессы опять-таки принадлежат к одному из самых общих видов движения материи, лежащему в основе всех других явлений природы. В свое время при изучении электродинамики мы узнаем, что электромагнитными силами обеспечивается бес-

конечное разнообразие окружающих нас тел и что именно к этим силам сводятся почти все взаимодействия тел между собой.

Второе направление современной физики — изучение свойств материальных тел, определение особенностей их внутреннего строения, отыскание взаимосвязей между свойствами тел и их строением.

В каждом физическом процессе, при каждом взаимодействии тел, при каждом изменении условий, в которых находятся эти тела, мы обнаруживаем бесконечное разнообразие различных свойств материальных тел.

В механических явлениях обнаруживается разнообразие в способности тел действовать друг на друга самыми различными силами. Оказывается, что одни тела могут быть прочными, твердыми, другие — хрупкими, не способными выдерживать даже слабые воздействия других тел. Все тела обнаруживают способность притягивать друг друга силами всемирного тяготения.

При нагревании тела по-разному расширяются. Одни тела, оказывается, могут оставаться твердыми при очень сильном нагревании, а другие не могут перейти в твердое состояние даже при самых сильных охлаждениях. Одни тела легко воспламеняются, другие — не могут загореться и т. д.

Так же по-разному тела ведут себя в электромагнитных и световых явлениях. Они по-разному пропускают электрический ток и свет.

Задача физики и состоит в том, чтобы прежде всего научиться находить количественные меры для описания и сравнения свойств тел, находить объяснение причинам появления этих свойств и их разнообразию. Такое объяснение свойств тел становится возможным только тогда, когда удается построить правильную модель внутреннего строения тел. Решением этой задачи занимаются такие разделы современной физики, как *молекулярная физика*, *электронная теория*, *атомная и ядерная физика*.

Третье направление современной физики — отыскание возможностей, форм и методов использования законов физических явлений и свойств материальных тел для нужд человека.

Решением этой задачи сейчас занимается подавляющее большинство ученых-физиков. Это направление получило название *прикладной* или *технической физики*. Только благодаря быстрому и успешному развитию этого направления каждый закон и каждый раздел физики стали отправными точками для развития всех инженерных наук, для развития и совершенствования всех отраслей производства.

Отыскание путей практического применения законов механики привело к развитию технической механики, материаловедения, теории механизмов и машин.

Учение о тепловых явлениях стало основой всей современной теплотехники, теории двигателей, стало неотъемлемой частью расчетов всех химических и других производств.

Отыскание путей практического применения законов электромагнитных явлений не только породило современную электро- и радиотехнику, но и обеспечило вместе с атомной и ядерной физикой создание всей современной энергетики.

Успехи молекулярной физики и электронной теории дали возможность создавать новые вещества с невиданными, чудесными свойствами, стали основой современной электроники, открыли дорогу к созданию лазеров — источников света, обладающих свойствами фантастического гиперболоида инженера Гарина.

Подводя итоги, мы можем теперь сказать, что физикой называется наука, которая

— изучает наиболее общие формы движения материи, лежащие в основе всех явлений природы; находит законы, управляющие этими движениями и их взаимосвязями;

— изучает свойства материальных тел и их внутреннее строение; находит законы, связывающие свойства тел с их строением;

— отыскивает пути практического использования законов физических явлений и свойств тел для нужд человека.

Эти три важнейших направления находят свое отображение во всех разделах физики. Поэтому при изучении каждого раздела физики необходимо увидеть эти направления, понять их и научиться пользоваться ими в своей практической деятельности. Это поможет более глубокому пониманию всей физики в целом, поможет уложить все знания физики в стройную логическую систему.

Следует также все время помнить, что физику нельзя рассматривать как собрание отдельных независимых частей. Это *единая* наука, в которой создаются представления о единстве всего окружающего нас мира. Все части физики взаимосвязаны между собой, так же как связаны друг с другом все явления природы.

Каждая частица материи полностью раскрывает свои свойства только во всех явлениях. Так, для полного понимания свойств атома нужно знать его поведение и в механических, и в тепловых, и в электромагнитных явлениях. Не случайно при каждом открытии новых физических явлений раскрываются новые, более сложные свойства самого атома.

Об этом необходимо помнить при изучении физики; необходимо учиться видеть взаимосвязи между явлениями, видеть то, как при расширении круга этих явлений все более полно раскрываются тайны строения самой материи.

Опыт — основа физики. Возникает совершенно естественный вопрос. Откуда и как физика получает знания о различных явлениях? Как формируются законы физики? Прежде всего ясно, что поскольку предметом физики является реальный мир и события, в нем происходящие, то нельзя придумать никаких знаний об этом мире просто так из головы, не выходя из закрытой со всех сторон комнаты! Очевидно, что первым шагом в получении знаний о каком-либо явлении должно быть непосредственное *наблюдение* за этим явлением. Ключом к любому научному познанию природы, его едини-

ственным источником являются наблюдения, эксперименты и выводы из них.

Научное наблюдение состоит не только в регистрации фактов. Проведение его далеко не простая задача. Научное наблюдение включает в себя систематизацию обнаруженных фактов, установление связей между ними, размышления. Далее требуется оценка и отбор тех свойств, качеств и связей изучаемого явления, которые будут для него главными, основными, ключевыми.

Как один из классических примеров по-настоящему научных наблюдений могут быть названы работы Кеплера по изучению законов движения планет. Кеплер не только провел огромное количество наблюдений за видимыми положениями планет Солнечной системы. Он провел детальный анализ результатов своих наблюдений. На основе этого анализа и на основе учета явлений, связанных с движением Земли, он дал правильное описание движения планет и нашел законы движения планет, носящие теперь его имя.

Другой пример — изучение поведения свободных тел над поверхностью Земли. Проведенные для этого наблюдения сразу укажут нам два результата: 1) все свободные тела рано или поздно обязательно падают на Землю; 2) у разных тел движения во время падения будут разными — тяжелый шар будет падать быстро со все нарастающей скоростью; легкая пушинка будет спускаться на Землю плавно и неторопливо.

Какие же общие выводы можно сделать из указанных результатов? Первый результат говорит о том, что Земля каким-то образом действует на все тела, находящиеся над ней, она притягивает их. Этот вывод правильный, он носит всеобщий характер. Но если мы из второго результата сделаем вывод о том, что притяжение Земли вызывает разные движения у разных тел, то мы совершим грубую ошибку. Наши поверхностные наблюдения не дают нам оснований для такого решительного вывода. Ведь мы не посмотрели: как могут влиять различные качества и свойства падающих тел на их движения; как может влиять воздух, в котором движутся тела.

Мы должны найти способы оценки соотношения между влиянием Земли и этих факторов. А для этого нужно ставить специальные опыты (эксперименты), в которых можно было бы менять условия движения тел и контролировать все названные влияния. Важно поставить эти опыты так, чтобы они давали не только общее качественное представление о происходящих событиях или влияниях (слабее — сильнее или больше — меньше). Нужно, чтобы они позволяли *количественно* оценить и особенности самих движений и действия тел друг на друга.

В свою очередь это требует создания специальных понятий и определений физических величин, которые давали бы характеристику всем свойствам движений и тел. Для тех величин, которые будут определяться в ходе опыта, нужно найти способы их количественного измерения.

Только после всего этого можно ставить нужные нам опыты и отыскивать *количественные* соотношения между всеми величинами, характеризующими изучаемое явление. Из таких количественных опытов уже может быть найден *закон*, управляющий данным явлением. В нашем случае — закон свободного падения тел.

Количественные законы позволяют нам глубже понять сами физические явления, увидеть связи между поведением тел и их взаимодействиями с другими телами. Они позволяют по заранее заданным внешним условиям предугадать, предсказать, как будет происходить развитие изучаемого явления в будущем при этих условиях. Эти законы позволяют нам управлять ходом физических процессов, направлять их развитие в нужную нам сторону.

Таким образом, рассмотренные примеры позволяют нам увидеть основные этапы формирования знаний о физических явлениях:

— непосредственное начальное наблюдение или качественный опыт позволяют увидеть физическое явление в целом, выделить наиболее важные его качества и свойства, обнаружить наиболее существенные связи его с другими физическими процессами;

— следующее за этим создание специальных понятий, определение физических величин, характеризующих нужные свойства явлений и тел, указание способов их измерения открывают возможность проведения количественных опытов, которые могут глубже раскрыть особенности изучаемого явления;

— количественные опыты устанавливают соотношения между физическими величинами и этим самым вскрывают связи особенностей физического явления с условиями, в которых оно протекает;

— результаты количественных опытов позволяют дать полную формулировку законам, управляющим данным явлением;

— найденные законы позволяют подойти к созданию общей теории свойств и строения материи, к определению путей использования этой теории для практических расчетов и применений;

— в свою очередь созданная таким образом теория может позволить предугадывать новые явления, не известные нам ранее, новые особенности явлений, определять те условия, при которых их можно наблюдать.

Внимательный читатель легко обнаружит, что именно по такой общей схеме строится изложение материала во всех разделах этого курса. Изучение каждой большой группы родственных физических явлений всегда начинается с определения основных экспериментальных фактов, на которых затем строится система необходимых понятий и формулируются основные законы. Именно такая схема, отвечающая строению самих физических знаний, делает физику наукой, строго логически связанной во всех ее частях.

Чтобы закончить вопрос о происхождении и составе физических знаний, необходимо еще установить, каким способом можно проверить правильность той или иной теории.

Мы уже отметили, что любая вновь созданная теория может предугадывать новые явления. Она также может быть применена

для создания новых машин, процессов, используемых человеком на практике. И у нас нет другого способа проверить правильность теории, кроме того, чтобы проверить правильность ее предсказаний на опыте, проверить на практике способность работать у машин, созданных на основе этой теории.

Таким образом, создание и проверка физических теорий начинаются с опыта и кончаются опытом.

Наблюдение и опыт выступают как *начальные и единственные источники знаний* и образуют предметный фундамент физики как науки.

Опыт и человеческая практика — единственные судьи научной истины. Они являются пробным камнем для всех наших знаний по физике.

На эту роль опыта как критерия истины обращал особое внимание В. И. Ленин. И именно эта роль практики и опыта делает особо важным третье основное направление развития физики. Отыскание форм и путей практического применения законов физики нужно не только для удовлетворения запросов общественного производства. Это жизненно необходимо и для самой физики. В практических применениях, в общественном производстве физика проверяет истинность своих теорий, ценность и правильность своих знаний.

Физика и производство. Взаимосвязь физики и производства не исчерпывается тем, о чем только что было сказано. Эта взаимосвязь значительно глубже и сильнее. В свое время Энгельс писал о том, что, если техника в значительной степени зависит от состояния физики, то в гораздо большей мере физика зависит от состояния и потребностей техники.

Наиболее быстрые и сильные продвижения в развитии физики происходили в те периоды, когда у общества возникала техническая потребность в таких продвижениях. Например, в XVI и XVII вв. в Италии возникла крайняя потребность найти способы регулирования горных потоков. Именно эта потребность вызвала к жизни науку о равновесии жидкостей — гидростатику.

Учение об электричестве начало быстро развиваться только с тех пор, как была открыта возможность широкого использования его в технике. Точно так же именно техническими потребностями общества были вызваны к жизни теория колебаний маятников, вся термодинамика и многие другие отрасли физики. Об этой непосредственной связи физики с производством, о том, как потребности промышленности, транспорта, связи вызывали успехи в развитии физики, рассказано в исторических справках, данных в нашем курсе.

Сейчас лишь отметим, что под влиянием требований общественного производства происходили не только продвижения в отдельных отраслях физики. В результате изменений, происходивших в производстве, возникали существенные изменения и настоящие перевороты во всей физике в целом. К числу таких переворотов принадлежит установление закона сохранения энергии в середине

XIX в., вызваииое к жизнн появленнем паровых машни на производстве.

В наше время бурной научно-технической революцин эти взанмосвязн фнзики и производства стали еще более тесными н прочнымн. Сейчас нет ни одного закоиа физнки, который бы «не работал» иа пронзводстве. Так же иет нн одной машииы, в работе которой одновремеино ие применялось бы большое количество фнзических закоиов. Физика н техннка объеднннлнсь в иеразрывиом союзе. Каждая нз иих в своем развнтнн подталкнвает, ускоряет развитие другой. Сама фнзнка вошла в общественное пронзводство как одна из важнейшнх пронзводительных снл. Каждый, кто хочет нзучать физику н работать в ней, должен помнить об этом н не забывать о поиске новых путей и форм практическнх применеиий законов физики.

В заключеиие отметнм, что физика органически вошла во все другие естествениые наукн. Она помогает хнмнкам н бнологам раскрыть внутренние механнзмы химическнх и биологнческнх процессов, геологам — разобраться в особеииостях виутреннего строеиия земиого шара, помогает всем им создать иеобходнмые ннструменты и прнборы для своих нсследоваиий. Оиа также иеразрывио связаиа с астрономней н математикой и со всеми техиическими науками.

Изученне этой величествеиной н обшнриой наукн мы начнем с механики — того раздела фнзнкн, который рассматрнвает простейшую форму движення материн — механнческое движение.

I

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КИНЕМАТИКИ

Как было показано во введении, представление о любом явлении природы физика получает из опыта, наблюдений и практической деятельности человека. Понятие механического движения также было выведено из опыта. Поэтому прежде всего необходимо рассмотреть те основные опыты, из которых извлекается понятие механического движения и которые определяют главные особенности и свойства этого движения.

§ 1. Основные опыты и наблюдения. Что такое механическое движение?

Давайте вспомним, что мы можем наблюдать в окружающем нас мире.

Например, мы можем видеть, как плывут по небу облака, как летит самолет, едет автомобиль, падает яблоко на Землю, катится тележка по столу, колеблется грузик на пружине и т. д. (рис. 1.1—1.4). И часто в таких случаях мы говорим, что все эти предметы (тела)



Рис. 1.1.

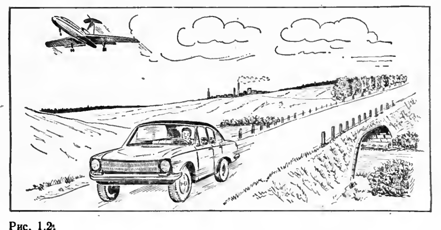


Рис. 1.2.

движутся. Что же является общим в поведении этих тел? Что позволяет все эти слова — плывет, летит, едет — заменять одним и тем же словом *движутся?*

Если присмотреться внимательнее, то можно заметить, что общим во всех приведенных примерах является только изменение положения одного тела относительно других тел. Облако, самолет, автомобиль, яблоко изменяют свое положение *относительно Земли*. Тележка изменяет свое положение *относительно стола*, грузик — *относительно точки подвеса*. Именно эти опыты позволяют высказать первое очень важное утверждение:

тела могут с течением времени изменять свое положение друг относительно друга.

Рассмотрим другие примеры. Гимнаст выполняет упражнение на перекладине (рис. 1.5). При этом меняется положение его рук

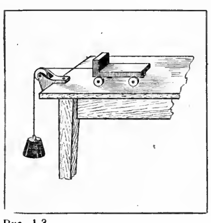


Рис. 1.3.

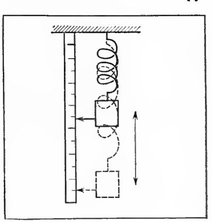


Рис. 1.4.

и ног *относительно корпуса*. У раздвижной пожарной лестницы во время подъема меняется положение отдельных ее звеньев *друг относительно друга* (рис. 1.6). Боек отбойного молотка непрерывно меняет положение *относительно корпуса молотка*. При растягивании или сжатии резинки изменяется *относительное расположение всех ее частей* (рис. 1.7). Все это позволяет определить второй результат опытов и наблюдений:

части тел также могут с течением времени изменять свое положение друг относительно друга.

Процессы изменения положения тел и их частей имеют особое значение во всем, что происходит в природе. Поэтому их изучению посвящен особый раздел физики — механика. Сами такие процессы получили название *механических движений*. В физике, основываясь на этих двух основных результатах опыта, условились определять механическое движение следующим образом [1]):

механическое движение есть изменение положения тел или частей тел друг относительно друга с течением времени.

Отметим еще одну (третью) группу опытов и наблюдений. Допустим, что поезд проходит мимо станции вправо (рис. 1.8). В вагоне на скамейке сидит школьник *A*. С передней площадки входит контролер *B*. Другой школьник *C* стоит на

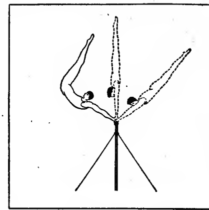


Рис. 1.5.

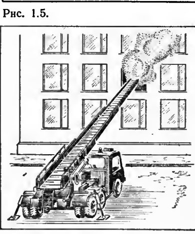


Рис. 1.6.

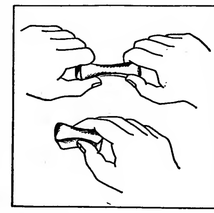


Рис. 1.7.

[1]) В дальнейшем для краткости мы часто будем говорить просто «движение» вместо «механическое движение».

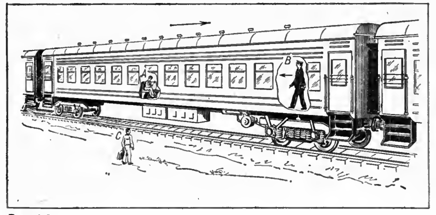


Рис. 1.8.

перроне станции. Что увидят эти два школьника? Школьник A, сидящий в вагоне, увидит, что контролер B приближается к нему. Школьник C, стоящий на перроне, увидит, что контролер удаляется от него вместе с вагоном. Оказывается, что контролер B совершает *одновременно два разных движения* относительно школьников A и C.

Другой пример. В движущемся танке гусеницы перемещаются и относительно Земли, и относительно корпуса танка (рис. 1.9). Траки (звенья) A верхней части гусеницы относительно Земли движутся вправо и при этом быстрее, чем относительно корпуса танка. Траки B нижней части гусеницы относительно Земли неподвижны, а относительно корпуса танка движутся назад, т. е. влево. Опять одно и то же тело (трак гусеницы) совершает *одновременно разные движения* относительно Земли и корпуса танка.

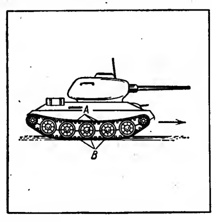


Рис. 1.9.

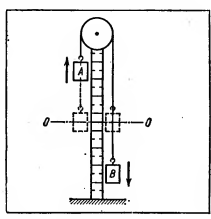


Рис. 1.10.

Еще один пример. Грузы A и B, связанные нитью, движутся вдоль вертикальной стойки (рис. 1.10). Нетрудно видеть, что груз B движется относительно стойки медленнее, чем относительно груза A, т. е. груз B совершает *одновременно разные движения* относительно разных тел.

Рассмотренные примеры позволяют определить третий, очень важный, результат опытов и наблюдений:

одно и то же тело одновременно может совершать разные движения относительно других тел.

§ 2. Относительность движений. Система отсчета

Все три результата опытов и наблюдений говорят нам, что при изучении любого механического движения мы всегда имеем в виду по крайней мере *два* тела. Одно из этих тел используется как база, основа для определения положения всех других тел. Неподвижно относительно этого тела располагаются: наблюдатель, следящий за движением, инструменты и приборы для измерения расстояний и времени. Такое тело принято называть *телом отсчета*. Другое тело, изменяющее свое положение относительно тела отсчета, называют *телом движущимся*. Оба тела равноправны. Каждое из них при расчете движения в случае необходимости может рассматриваться или как тело отсчета, или как тело движущееся.

Рассмотрим примеры. Человек стоит на Земле и наблюдает, как едет автомобиль, летит самолет. При этом он рассматривает Землю как тело отсчета (и он неподвижен относительно нее). Самолет и автомобиль он считает телами движущимися. Когда пассажир автомобиля говорит, что лента дороги стремительно убегает из-под колес, то он тоже прав. Но при этом он считает телом отсчета автомобиль (наблюдатель — пассажир — неподвижен относительно него), а Землю — телом движущимся. Не ошибается и пассажир самолета, когда говорит, что под крылом самолета проплывает зеленое море тайги. Он в этом случае принимает за тело отсчета самолет (пассажир неподвижно сидит в нем), а за тело движущееся — Землю с тайгой.

Желая отметить особую важность того, что поведение любого движущегося тела может быть определено только по отношению к какому-то телу отсчета, говорят, что *все механические движения относительны*. Таким образом, относительность механического движения означает, что говорить о движении можно только тогда, когда указано не только тело движущееся, но и тело отсчета.

Отметим, что тело отсчета вместе с неподвижными относительно него инструментами для измерения расстояний и времени называют в механике *системой отсчета*.

Из относительности движения вытекает первое, очень важное, требование к порядку действий при рассмотрении любого вопроса о движении:

при решении любой задачи о движении прежде всего должна быть указана та система отсчета, в которой будет рассматриваться движение.

Теперь, когда определено, что такое механическое движение, можно искать способы и формы количественного описания движения [1]).

Описать движение — это значит найти такие величины, которые позволяют ответить на любые вопросы о качествах, особенностях, результатах этого движения. Чтобы правильно поставить эти вопросы, обратимся к определению самого движения. Первая часть определения говорит, что движение есть *изменение положения* тел друг относительно друга. Но, прежде чем научиться находить изменения положения, нужно сначала научиться определять *само* относительное *положение* тел, которые участвуют в движении.

§ 3. Как определить положение тел друг относительно друга? Радиус-вектор

Определение положения протяженного тела является сложной задачей. Поэтому сначала решим более простую задачу: определим положение какой-нибудь одной, произвольно выбранной точки рассматриваемого тела. Если в дальнейшем мы будем говорить о положении какого-либо тела, то при этом пока будем иметь в виду только положение этой, выбранной нами, точки.

Допустим, что имеются два тела A и B (рис. 1.11). Нужно определить их относительное расположение. Примем тело A за тело отсчета. Условимся положения любых точек тела B определять по отношению к какой-то одной точке O, выбранной на теле отсчета A. Эту точку O тела отсчета A, относительно которой определяются положения всех точек тела B, будем называть *началом отсчета.*

Теперь вспомним, что, определяя положение любого предмета, мы обязательно указываем два признака: направление, вдоль которого виден этот предмет, и его удаленность. Желая, например, указать, где находится Тула, москвич скажет, что Тула расположена к югу от Москвы на расстоянии 200 км (рис. 1.12).

Топограф при съемке карты местности с помощью компаса и других инструментов определяет направления, в которых находятся отдельные предметы по отношению к нему, а с помощью мерной ленты — расстояния до них (рис. 1.13).

Радиолокатор, обнаруживая самолет, позволяет определить направление на цель и расстояние до нее (рис. 1.14).

Радиопеленгатор A при поиске неизвестной радиостанции X может указать только направление, в котором находится эта станция (рис. 1.15). Поэтому для определения положения станции X необходимо брать второй пеленгатор B, ставить его в другое место и

[1]) Раздел механики, изучающий способы и формы описания механических движений, называется кинематикой.



Рис. 1.11.

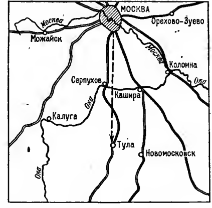


Рис. 1.12.

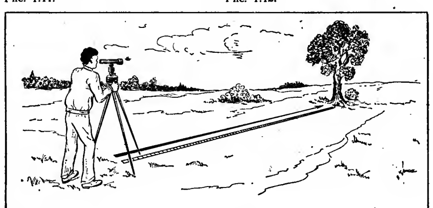


Рис. 1.13.

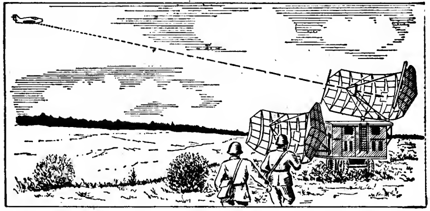


Рис. 1.14.

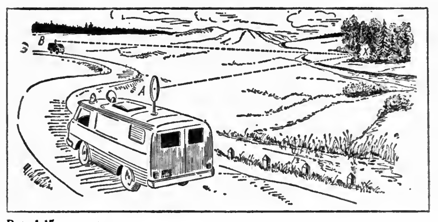


Рис. 1.15.

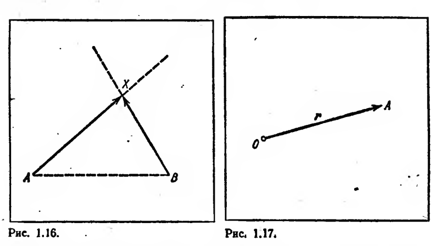


Рис. 1.16. Рис. 1.17.

рассчитывать расстояние до станции по положению точки пересечения двух линий, направления которых указаны пеленгаторами A и B (рис. 1.16).

Таким образом, во всех случаях для определения положения предмета необходимо знать величину, которая одновременно указывает *направление*, в котором находится предмет, и *расстояние* от точки начала отсчета до этого предмета. Такой величиной является *радиус-вектор*. Итак:

радиус-вектором точки называется направленный отрезок прямой, соединяющий начало отсчета с этой точкой.

Графически радиус-вектор изображается стрелкой, проведенной от начала отсчета к выбранной точке предмета (рис. 1.17). Модуль радиус-вектора определяется расстоянием между точками O и A.

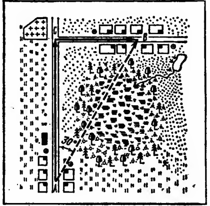
В формулах и на рисунках радиус-вектор обозначают: полужирной буквой ($\boldsymbol{r}$), буквой со стрелкой над ней ($\vec{r}$) или же двумя буквами со стрелкой иад ннми ($\overrightarrow{OA}$), указывающими начало и конец радиус-вектора (буква, указывающая иачало отсчета, всегда стонт впереди). В нашей кииге будем обозначать радиус-вектор полужириой буквой ($\boldsymbol{r}$) и нногда двумя буквамн со стрелкой над ннмн ($\overrightarrow{OA}$).

§ 4. Главное свойство радиус-вектора. Что такое вектор?

Рассмотрим пример. Необходимо определить положеиие населенного пункта B относительно пуикта A, ио пройти прямо из A в B иельзя (рнс. 1.18). Можно пройти нз A до перекрестка дорог C, затем от C до B по дороге, перпеидикуляриой $\overrightarrow{AC}$. Расстояиие $AC=$ $=5{,}2$ км, $CB=3$ км.

Как вндно нз условня, практнческн можно определить положенне B относительио A только с помощью иескольких последовательных действий. Сначала определнть раднус-вектор $\overrightarrow{AC}$ промежуточной точкн C. Затем перенестн в эту точку начало отсчета и определнть радиус-вектор $\overrightarrow{CB}$ конечной точки B по отиошенню к иовому иачалу отсчета. И накоиец, иайти радиус-вектор $\overrightarrow{AB}$ как замыкающую, третью сторону треугольиика ACB. Из этого треугольника могут быть найдены иаправлеиие и модуль радиус-вектора $\overrightarrow{AB}$. Так как в нашем примере угол ACB прямой, то легко найти, что радиус-вектор $\overrightarrow{AB}$ будет иметь модуль 6 км и будет составлять угол 30° с иаправлеиием дорогн, выходящей из пуикта A.

Другой пример. Артнллерийская батарея расположеиа в точке A (рнс. 1.19). Наблюдательный пуикт иаходится в точке C. Положенне точкн C отиосительио A нзвестио. Наблюдатель обиаружил цель в точке B н определил ее положеиие отиосительио C. Для правильиой установки орудий и прнцелов необходимо определнть положение цели отиосительно батареи. Как н в первом примере, это возможио, если иайти радиус-вектор $\overrightarrow{AB}$ как замыкающую сторону треугольиика ABC.


Рис. 1.18.

Из рассмотреиних примеров видно, что прямое определеиие иекоторого радиус-вектора $\overrightarrow{AB}$ всегда можио замеиить последовательным определением раднус-векторов, связанных с иекоторой промежуточной вспомогательиой точкой C. Для этого

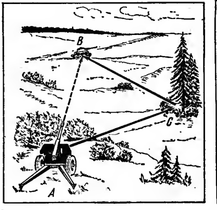


Рис. 1.19.

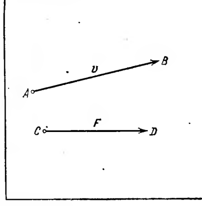


Рис. 1.20.

нужно построить радиус-векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{CB}$ (см. рис. 1.19). После этого построить треугольник, в котором радиус-вектор $\overrightarrow{AB}$ будет замыкающей стороной. Такой способ определения неизвестного радиус-вектора $\overrightarrow{AB}$ с помощью других известных радиус-векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{CB}$ получил название *векторного сложения*. Радиус-векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{CB}$ называют при этом слагаемыми радиус-векторами, а $\overrightarrow{AB}$ — их суммой.

Еще раз отметим действия, которые проводятся при векторном сложении. Сначала конец одного слагаемого радиус-вектора соединяют с началом другого слагаемого радиус-вектора. Затем от начала первого слагаемого к концу второго проводят радиус-вектор суммы. Такое правило векторного сложения часто называют *правилом треугольника*. Действие векторного сложения принято записывать следующим образом: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$. Векторное сложение является главным свойством радиус-векторов.

Как мы увидим дальше, в физике часто приходится иметь дело с величинами, обладающими свойствами радиус-вектора. Их называют *векторными величинами* или просто *векторами*. Итак:

вектором называется любая величина, которая определяется указанием направления и модуля и подчиняется правилу векторного сложения.

Две такие величины вам известны — это скорость и сила. Для определения каждой из них нужно указывать направление и модуль. Они подчиняются правилу векторного сложения. Условимся обозначать векторы или одной латинской полужирной буквой, или двумя буквами начала и конца вектора со стрелкой над ними. Например, вектор скорости может быть обозначен $\boldsymbol{v}$ или $\overrightarrow{AB}$, вектор силы — $\boldsymbol{F}$ или $\overrightarrow{CD}$ (рис. 1.20).

§ 5°. Другой способ определения положения тел. Координаты

Итак, мы убедились, что положение любой точки тела всегда может быть определено с помощью радиус-вектора этой точки. Мы определили также и главное свойство этой величины. Радиус-вектор является одной из важнейших величин, на которых строится общая теория механических движений. Определение особенностей изменения этой величины позволяет проследить за всеми деталями сколь угодно сложных движений.

Однако при проведении конкретных числовых расчетов прямое использование понятия радиус-вектора встречает некоторые затруднения. Это связано с тем, что при таких расчетах необходимо уметь характеризовать числом не только модуль радиус-вектора, но указывать также какими-то числами и направление этого вектора. Поэтому в практических задачах наряду с радиус-вектором используется также другой способ определения положения тел — *метод координат*.

Рассмотрим несколько примеров такого способа определения положения тел.

С методом координат вы впервые познакомились при изучении географии. В географии, астрономии и при расчетах движений спутников и космических кораблей положение всех тел определяется относительно центра Земли (рис. 1.21).

Для определения положения какой-либо точки A тела прежде всего указывается расстояние этой точки до центра Земли O. Это первая координата точки. Нетрудно увидеть, что эта координата прямо указывает модуль радиус-вектора точки A. Затем через ось вращения Земли SN проводят две плоскости: одну—проходящую через город Гринвич в Англии, а другую — через данную точку A. Измеряют угол φ между этими плоскостями. Это вторая координата точки A. Она, как известно вам, указывает долготу места расположения точки A. Наконец, проводят экваториальную плоскость и измеряют угол ϑ, который составляет с экваториальной плоскостью радиус-вектор точки A. Этот угол будет третьей координатой точки A. Угол ϑ, как известно из географии, указывает широту, на которой находится точка A.

Таким образом, для определения положения какой-то точки A тела в пространстве потребовалось три координаты. Одна из них r (расстояние до начала отсчета O) указала модуль радиус-вектора, а две другие φ и ϑ (углы, которые составляет радиус-вектор $\boldsymbol{r}$ с заранее выбранными плоскостями — плоскостью нулевого гринвичского меридиана и плоскостью экватора) указали направление радиус-вектора в пространстве. Отметим, что для определения координат тела оказалось необходимым выделить в пространстве одно особое направление — полярную ось SN. Относительно этой оси и указывалось направление радиус-вектора точки A тела.

Другой пример. Артиллеристы, определяя положение цели на поверхности Земли, прежде всего каким-либо образом находят

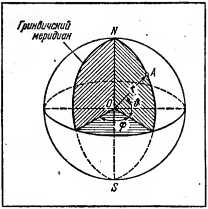


Рис. 1.21.

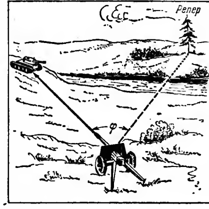


Рис. 1.22.

расстояние до цели, т. е. модуль радиус-вектора, соединяющего батарею, как начало отсчета, с целью (рис. 1.22). Затем выбирают какой-нибудь ориентир (репер), направление на который считают нулевым. Направление радиус-вектора цели определяется углом φ, который указан на рисунке.

Мы видим, что в том случае, когда нужно определить положение предмета на заранее заданной плоской поверхности, оказывается необходимым задать два числа:

одно r — для указания модуля радиус-вектора и другое φ — для указания его направления.

Точно так же используют два числа при ориентировке на местности с помощью компаса. По карте определяют расстояние до того пункта, куда нужно дойти. Принимают за нулевое — направление с юга на север, которое всегда указывает стрелка компаса. Направление движения определяют по углу φ (азимуту), который составляет нулевое направление с линией, соединяющей идущего человека с нужным пунктом. Здесь расстояние r и угол φ также будут координатами того пункта, куда хочет попасть человек.

Во всех рассмотренных примерах была использована так называемая *полярная система координат*. В полярной системе координат через начало отсчета O проводится фиксированная прямая, называемая *полярной осью* [1]). Допустим, что движущееся тело все время остается на одной и той же плоскости. Тогда положение тела на этой плоскости в полярной системе координат определяется указанием расстояния r от точки O (полюса системы) до точки A тела и указанием угла φ между полярной осью и направлением на точку A (рис. 1.23).

---

[1]) Строго говоря, предполагается, что с телом отсчета в точке O соединяется жесткая линейка, не меняющая своего положения относительно тела отсчета.

Таким образом, с помощью полярной системы координат полностью определяется радиус-вектор точки A: координата r указывает модуль радиус-вектора, координата φ — направление этого вектора на плоскости. Если оказывается необходимым определить направление радиус-вектора в пространстве, то приходится вводить еще один угол, как это делалось в географии.

Рис. 1.23.

Полярная система координат применяется не только при решении различных практических задач, но и широко используется в теоретических расчетах во всех разделах физики.

В учебных задачах, в связи с большей наглядностью, часто используют другую систему координат — *декартову систему прямоугольных координат*. Определение положения тел в этой системе координат делается примерно так же, как и определение положения предметов в комнате.

В декартовой системе координат с началом отсчета системы O связывают три, неподвижных относительно тела отсчета, направления. Эти три направления называют *осями координат* и обозначают OX, OY, OZ (рис. 1.24). Плоскости XOY, XOZ, YOZ называют *координатными плоскостями*. Для определения положения любой точки A в пространстве из нее опускают перпендикуляры на координатные плоскости. Длины отрезков перпендикуляров, соединяющих точку A с плоскостями, называют *координатами точки* A и обозначают через x, y, z.

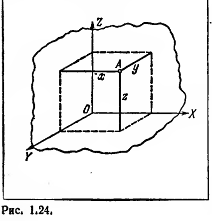


Рис. 1.24.

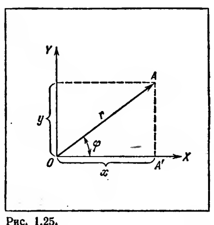


Рис. 1.25.

Мы видим, что, как и в случае полярной системы координат, здесь также требуется три числа для определения положения какой-либо точки в пространстве. Для определения положения точки на плоскости достаточно двух координат. На рис. 1.25 показано, как определяются координаты точки x и y при определении ее положения на плоскости.

§ 6°. Как связан радиус-вектор с декартовыми координатами?

Нами найдены два совершенно различных способа определения относительного расположения тел. В зависимости от характера решаемых задач можно применять любой из них. Но нужно также уметь в случае необходимости переходить от одного способа к другому, знать формулы таких переходов.

Рассмотрим случай движения в одной плоскости. Могут возникнуть две задачи:

Задача 1. Известны координаты x и y некоторой точки A. Найти модуль r радиус-вектора этой точки и угол φ, который этот вектор составляет с осью OX. Из треугольника AOA' на рис. 1.25 сразу видно, что

$$r=\sqrt{x^2+y^2}, \quad \operatorname{tg}\varphi=y/x.$$

Задача 2. Известны модуль r радиус-вектора точки A и угол φ, который он составляет с осью OX. Определить координаты x и y этой точки. Из того же треугольника AOA' сразу находим

$$x=r\cos\varphi, \quad y=r\sin\varphi.$$

Таким образом, определив положение точки A одним способом, всегда с помощью формул преобразования можно перейти к другому способу определения положения этой точки. Этим мы будем часто пользоваться в дальнейшем и каждый раз будем брать тот способ, который наиболее удобен для той или другой задачи.

Теперь, когда мы научились определять относительное расположение тел, можно поставить следующий вопрос, который вытекает из определения механического движения. А именно, как можно *количественно* охарактеризовать *изменение положения* тел друг относительно друга? Или по-другому — как определить *конечный результат* любого движения?

§ 7. Как определить конечный результат движения? Вектор перемещения

Еще раз напомним, что по определению механического движения конечным результатом любого движения является изменение относительного расположения тел.

Когда мы хотим сказать о том, что произошло в результате какого-нибудь движения, то обычно указываем направление, в кото-

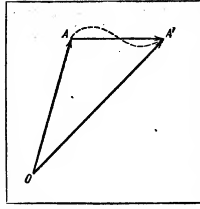


Рис. 1.26.

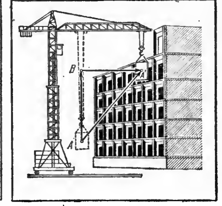


Рис. 1.27.

ром тело ушло из начальной точки, и расстояние до конечного пункта движения, или же просто называем конечный пункт движения. В последнем случае предполагается, что положение конечного пункта относительно начальной точки известно.

Например, мы можем сказать, что поезд из Москвы прибыл в Киев, судно совершило рейс Баку — Красноводск. Мы можем также сказать, что судно во время рейса переместилось на 400 км на восток, туристы совершили десятикилометровый переход на юг, тележка во время движения переместилась на 1 м вправо и т. д.

Таким образом, для определения результата любого движения необходимо указать положение конечной точки движения относительно начальной точки, или (что то же самое) необходимо одновременно указать направление, в котором находится конечная точка движения по отношению к начальной точке, и расстояние между этими точками [1]).

Следовательно, для определения результата движения нам опять требуется такая физическая величина, которая одновременно указывала бы и направление, и расстояние. Если, например, тело во время движения переместилось из точки A в точку A' (рис. 1.26), то направленный отрезок AA', соединяющий начальную и конечную точки движения, может быть принят за меру результата совершенного движения. Назовем AA' *перемещением* тела за время движения.

Покажем, что отрезок AA' является вектором. Для этого нужно доказать, что он подчиняется правилу векторного сложения. Прежде всего обратим внимание на то, что перемещение AA' представляет собой не что иное, как радиус-вектор, определяющий положение конечной точки движения A' по отношению к начальной A.

[1]) Еще раз подчеркнем, что мы пока рассматриваем движение только какой-нибудь одной точки тела. Когда мы говорим о том, что тело переместилось, то имеем в виду перемещение этой, выбранной нами, точки тела.

Следовательно, перемещение должно обладать всеми свойствами радиус-вектора. В частности, оно всегда может быть представлено как сумма нескольких последовательных независимых перемещений.

Рассмотрим это на примере. Машинист подъемного крана должен поднять из точки A и доставить в точку A' строительную деталь (рис. 1.27). Машинист может выполнить это движение так: сначала поднять деталь по вертикали в точку B (находящуюся на той же высоте, что и A), т. е. произвести перемещение AB; затем перенести деталь по горизонтали до точки A', т. е. совершить перемещение BA'. Эти два слагаемых перемещения AB и BA', совершенные *последовательно* одно за другим, дают нужный конечный результат — тело переместилось из точки A в точку A', т. е. совершило перемещение AA'. Два последовательных слагаемых перемещения AB и BA' образовали векторную сумму AA', как это было определено в § 4. Поэтому можно утверждать, что перемещение AA' в отношении последовательно совершаемых движений ведет себя всегда как вектор и подчиняется правилам векторного сложения.

Но машинист крана во время подъема груза может начать одновременно перемещать груз и по горизонтали, т. е. может к движению по вертикали добавлять одновременное движение по горизонтали. Будут ли складываться векторно такие *одновременные* перемещения? Заранее дать ответ на этот вопрос нельзя, его можно получить только из опыта.

Наблюдая за работой крана, когда он производит одновременные перемещения груза по горизонтали и по вертикали, можно убедиться, что в этих случаях правила векторного сложения перемещений в одной и той же системе отсчета сохраняют свою силу.

Все опыты говорят о том, что для всех движений в одной и той же системе отсчета правила векторного сложения для одновременных перемещений тел также всегда соблюдаются. Поэтому можно утверждать, что перемещение AA' является *вектором*, и обозначать его в дальнейшем $\overrightarrow{AA'}$. Мы убедились в том, что перемещение действительно полностью определяется, когда для него указаны модуль и направление. Оно действительно подчиняется правилу векторного сложения.

Итак, количественной мерой изменения положения тел является *вектор перемещения:*

вектором перемещения называется вектор, соединяющий начальную и конечную точки движения.

Направление вектора перемещения указывает направление на конечный пункт из начальной точки движения. Модуль вектора перемещения указывает расстояние, на которое удалилось или приблизилось тело в результате движения.

Очень часто, имея в виду справедливость векторного сложения для перемещений, говорят, что для перемещений справедлив *принцип независимого сложения.* Этот принцип можно прочитать так:

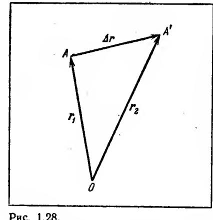


Рис. 1.28.

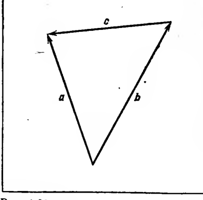


Рис. 1.29.

при движении в одной и той же системе отсчета перемещения тела не влияют друг на друга и складываются как независимые величины.

Как мы увидим в дальнейшем, принцип независимого сложения имеет очень важное практическое значение. Пользуясь им, можно существенно упростить решение многих задач.

§ 8. Как связан вектор перемещения с приращением радиус-вектора?

Обратим еще раз внимание на связь между вектором перемещения и радиус-векторами начальной и конечной точек движения. Пусть точка O — начало отсчета (рис. 1.28); $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{r}_1$— радиус-вектор начальной точки A движения тела; $\overrightarrow{OA'}=\boldsymbol{r}_2$— радиус-вектор конечной точки A' движения тела; $\overrightarrow{AA'}$— вектор перемещения тела.

Из рисунка можно видеть, что радиус-вектор $\boldsymbol{r}_2$ конечной точки A' представляет собой векторную сумму векторов $\boldsymbol{r}_1$ и $\overrightarrow{AA'}$, т. е.

$$\boldsymbol{r}_2=\boldsymbol{r}_1+\overrightarrow{AA'}.$$

Это дает нам право рассматривать вектор перемещения $\overrightarrow{AA'}$ как векторную разность радиус-векторов конечной и начальной точек движения:

$$\overrightarrow{AA'}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=\Delta\boldsymbol{r},$$

или, по-другому, позволяет рассматривать вектор перемещения как *приращение радиус-вектора*, возникшее в результате движения тела.

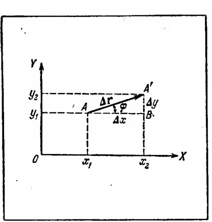


Рис. 1.30.

Поэтому в дальиейшем для обозиачення вектора перемещення наряду с обозиаченнем $\overrightarrow{AA'}$ будем употреблять и обозначение $\Delta \boldsymbol{r}$, т. е.

$$\overrightarrow{AA'} = \Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1.$$

Осиовываясь иа этом прнмере, можно дать такое общее определенне действия векториого вычнтаиня:

векторным вычитанием называется действие, обратное векторному сложению.

Прн вычитании иачала векторов умеиьшаемого и вычитаемого совмещаются, а вектор разиости соедиияет их концы и направлеи от вычитаемого к умеиьшаемому. Разностью двух векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ иазывается вектор $\boldsymbol{c}$, проведенный от конца вычитаемого вектора к концу уменьшаемого (рнс. 1.29):

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}.$$

§ 9°. Определение вектора перемещения по координатам

Допустнм, что тело сначала находилось в точке A (рис. 1.30) с координатами x_1 и y_1. Затем в результате какого-то движеиия тело перешло в точку A', лежащую тоже в плоскостн чертежа. Координаты этой точки A' тоже определены н равны x_2 и y_2. Зная координаты начала н коица вектора перемещення $\overrightarrow{AA'} = \Delta \boldsymbol{r}$, иужио определить его модуль н иаправлеине.

Обозиачим сначала разиостн координат: $x_2 - x_1 = \Delta x$ и $y_2 - y_1 = \Delta y$. Из треугольиика $AA'B$ иа рисуике сразу видио, что модуль и направлеине вектора перемещеиия могут быть определеиы через эти разиостн. Если, как принято в математике, модуль вектора перемещеиия обозначить через $|\Delta \boldsymbol{r}|$, то по теореме Пифагора можио найти:

$$|\overrightarrow{AA'}|^2 = |\Delta \boldsymbol{r}|^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2,$$

нли

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \Delta y / \Delta x.$$

Таким образом, любой вектор перемещения всегда может быть определеи через измеиеиия коордииат тела, связаииые с этим перемещеинем. Этот результат может быть истолкован и по-другому:

любое перемещение на плоскости всегда может быть заменено суммой двух независимых перемещений по координатным осям.

Отметим, что выражения для этих перемещений по координатным осям могут быть получены из рис. 1.30 и будут иметь вид

$$\Delta x = |\Delta \boldsymbol{r}| \cos \varphi, \quad \Delta y = |\Delta \boldsymbol{r}| \sin \varphi.$$

Эти выражения также часто будут использоваться в дальнейшем.

§ 10. Через какие точки проходило тело во время движения? Траектория

Зная вектор перемещения тела за какое-то время, мы можем определить, где тело окажется к концу этого времени. Но на вопрос о том, как тело туда попало, в каких точках побывало во время движения, мы ответить не сможем. Например, если известно, что человек прибыл из Ленинграда в Ригу, то мы можем построить вектор перемещения Ленинград — Рига и указать, как далеко человек переместился и в какой стороне от Ленинграда он оказался после путешествия (рис. 1.31).

Но человек мог совершить это путешествие по железной дороге, на автомобиле по шоссе, по морю на теплоходе или по воздуху на самолете. И при этом он проходил через разные точки земной поверхности или двигался над ней. Ответа на вопрос о том, через какие же точки проехал (проплыл, пролетел) человек во время своего путешествия, вектор перемещения не дает. Поэтому для определения всех точек, в которых побывало тело во время движения, необходимо вводить новое понятие. Таким новым понятием, отвечающим на поставленный вопрос, является *траектория* движения тела:

траекторией называется то множество точек, через которые последовательно проходит тело во время движения в данной системе отсчета.

Траектория представляет собой как бы след, который оставляет за собой движущееся тело в системе отсчета. Она позволяет наблюдателю этой системы *одновременно* увидеть все точки, в которых побывало тело во время движения. Например: железнодорожный путь позволяет указать траекторию движения поездов; шоссе — траекторию движения автомашин; след, оставшийся в небе за высоко летящим самолетом (рис. 1.32),— траекторию движения этого самолета и т. д. Посмотрите на записи в вашей тетради. С точки зрения механики любая из этих записей

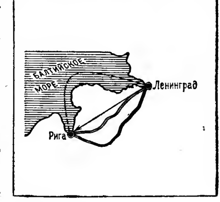


Рис. 1.31.

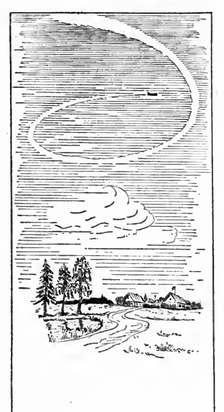


Рис. 1.32.

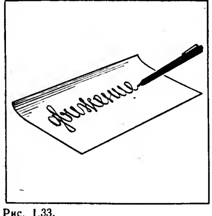


Рис. 1.33.

является траекторией очень сложного движения, которое совершал кончик ручки или карандаша во время письма (рис. 1.33).

В § 1 было отмечено, что в разных системах отсчета тело может одновременно совершать разные движения. Так же и траектории движений данного тела в разных системах отсчета могут быть различными. Например, в вагоне, движущемся вправо, падает с верхней полки предмет. Пассажир, сидящий в этом вагоне, увидит, что предмет движется по вертикальной линии вниз. Наблюдатель же, стоящий на Земле, увидит, что траектория движения тела криволинейна — тело, падая вниз, одновременно будет перемещаться вправо вместе с вагоном.

Другой пример. Всем известно, что спутники совершают очень сложное движение относительно Земли. Расположение витков траектории спутника друг относительно друга очень похоже на расположение ниток в клубке шерсти фабричной намотки (рис. 1.34). Если же посмотреть, какое движение совершает тот же спутник в системе отсчета, связанной с Солнцем, то легко увидеть, что это движение будет совсем другим. Траектория этого движения имеет вид спирали, расположенной вдоль орбиты Земли (рис. 1.35). Эта траектория несколько похожа на растянутую спиральную пружину.

Итак:

другая система отсчета — другое движение тела → другая траектория этого движения.

Траектория — одна из основных характеристик, дающих

представление о движении в целом. Определение траектории движения является одной из важных частей механических задач. Траектория является первым признаком, по которому производится разделение движений на различные виды. *По форме траекторий движения разделяются на прямолинейное движение и различные криволинейные движения* (например, движение по окружности, движение по параболе и т. д.).

На практике форму траектории задают с помощью чертежа или же с помощью математических формул. В настоящей книге траектории будут задаваться только графически.



Рис. 1.34.

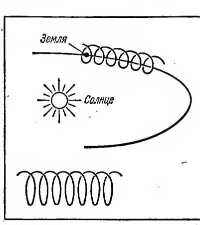
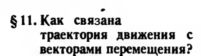


Рис. 1.35.



§ 11. Как связана траектория движения с векторами перемещения?

Мы ввели два физических понятия — вектор перемещения и траекторию движения тела. Необходимо показать, какая связь существует между ними. Как, зная траекторию тела, можно найти векторы перемещения, соответствующие переходу тела из точки A траектории в любую другую точку B? Как с помощью векторов перемещения можно построить траекторию движения?

Допустим, что тело начало свое движение из точки A и двигалось по траектории, показанной на рис. 1.36. Пусть в некоторый момент тело пришло в точку B траектории. Нетрудно увидеть, что вектором перемещения, соответсвующим такому переходу, будет $\overrightarrow{AB}$. *Вектор перемещения всегда расположен по хорде, соединяющей точки траектории, в которых тело находилось в начальный и конечный момент времени.*

Заметим, что мы можем рассматривать не всё движение целиком от начала, а выбирать любую его часть. Например, в какой-то момент времени тело было в точке A_1, а затем через некоторое (может быть и малое) время перешло в точку траектории B_1.

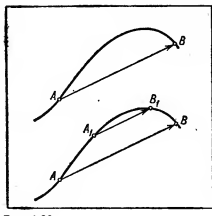


Рис. 1.36.

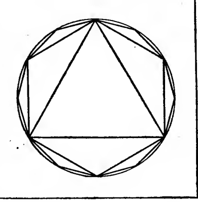


Рис. 1.37.

Вектор перемещения, совершенного за это время, будет равен $\overrightarrow{A_1B_1}$, т. е. опять изобразится хордой, проходящей через соответствующие точки.

Таким образом, по чертежу траектории всегда можно найти векторы перемещения для *любых* промежутков времени движения тела.

Для ответа на второй вопрос, поставленный в начале параграфа, сначала заметим, что любую кривую линию всегда можно приблизительно (но с любой точностью) изобразить с помощью ломаной линии.

Например, если у правильного многоугольника, вписанного в окружность, неограниченно увеличивать число сторон, то он все более точно будет передавать форму окружности (рис. 1.37). Для

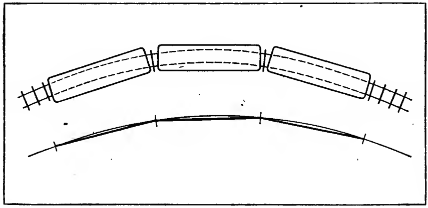


Рис. 1.38.

передачи формы окружности с необходимой точностью нужно лишь взять достаточно большое число сторон этого многоугольника [1]).

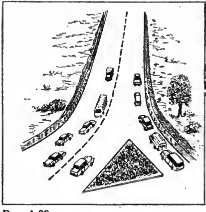


Рис. 1.39.

Траекторию любого движения также всегда можно изобразить с помощью ломаной линии. При этом надо только отдельные отрезки этой ломаной линии делать достаточно малыми. Например, на рис. 1.38 схематически изображены для какого-то момента времени вагоны железнодорожного состава, движущегося по закруглению. Все вагоны (прямолинейные отрезки) вместе образуют ломаную линию, которая приблизительно передает форму закругления — форму траектории движения поезда в этом месте. Малые отрезки ломаной линии в этом случае могут иметь длину, равную длине вагона.

На рис. 1.39 приведена аналогичная картина движения автомобилей на перекрестке. Здесь хорошо видно, что последовательность отрезков длиной, равной длине автомобиля, также удовлетворительно передает форму траектории движения на этом участке.

Конечно, если заменить ломаной линией траекторию движения карандаша, делающего надпись, то отдельные отрезки должны будут иметь длину, измеряемую миллиметрами и долями миллиметра. В общем случае длина прямолинейных отрезков, заменяющих криволинейные дуги траектории, должна быть тем меньше, чем больше кривизна траектории.

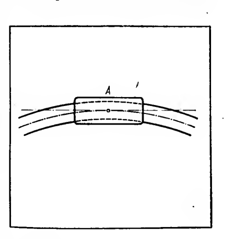


Рис. 1.40.

Итак, траекторию любого движения всегда можно приближенно представить в виде ломаной линии, составленной из малых прямолинейных отрезков. Эти прямолинейные отрезки необходимо выбирать так, чтобы:

1) наибольшие отклонения дуги траектории, стягиваемой выбранным отрезком, от самого отрезка не превышали заранее выбранной малой величины;

[1]) Форму окружности можно достаточно точно передать и с помощью описанных многоугольников.

2) направления касательных, проведенных к разным точкам указанной дуги траектории, очень мало отличались от направления прямолинейного отрезка.

Такие малые отрезки, совпадающие с дугой траектории с заданной точностью, будем называть *физически малыми отрезками*. Заметим, что *направления физически малых отрезков* (опять-таки с необходимой точностью) *будут совпадать с направлениями касательных к траектории в соответствующих точках* (рис. 1.40).

Как было показано выше, каждый физически малый отрезок после указания его направления будет являться не чем иным, как *физически малым вектором перемещения*. Следовательно, можно утверждать, что

траектория движения всегда может быть представлена как последовательность физически малых векторов перемещений.

Направление каждого физически малого вектора перемещения совпадает с направлением касательной к траектории в соответствующей точке.

Таким образом, знание траектории позволяет найти векторы перемещений тела для любых промежутков времени. И наоборот, знание всех последовательных векторов перемещений тела позволяет построить траекторию движения. Найденная нами возможность замены траектории последовательностью малых векторов перемещений имеет очень большое значение и будет неоднократно использоваться в дальнейшем.

§ 12. Как определить положение тела на траектории? Длина пути

Допустим, что траектория некоторого движения уже известна. Она дает нам представление *одновременно* о всем множестве точек, в которых побывало тело. Однако этого недостаточно. Нам нужно также уметь указывать *положения тела на траектории для отдельных моментов времени*. А для этого необходимо вводить какую-то новую величину.

Как известно, железнодорожники, для того чтобы указать расположение отдельных станций на дороге, поступают следующим образом: выбирают одну из конечных станций за начало отсчета длины железнодорожных путей, измеряют длину этих путей и расставляют вдоль дороги километровые столбы (рис. 1.41). Производится своеобразная разметка длины путей, по которой можно сразу определить положение любого объекта на железной дороге относительно точки начала отсчета длины путей. Пользуясь этой разметкой, легко вычислить и расстояния, которые будет проходить поезд на любом участке траектории. Например, поезд вышел из Орла и прибыл в Харьков. Длина пути от Москвы до Орла 400 км, а от Москвы до Харькова — 800 км. По заданным положениям начального и конечного пунктов определяется расстояние, пройденное поездом. Оно

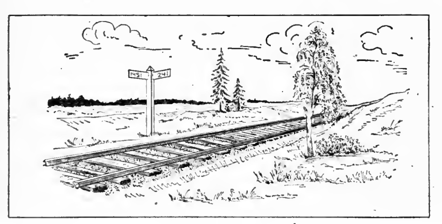


Рис. 1.41.

равно разности длин путей до конечной и начальной точек движения, т. е. 400 км.

Точно так же поступают строители шоссейных дорог. Они выбирают пункт начала отсчета длины дорог, производят разметку шоссе километровыми столбами и тем самым дают нам возможность определить положение любого объекта на дороге.

До недавнего времени во дворе Главного почтамта в Москве стоял старый верстовой столб, на всех четырех сторонах которого был написан нуль. От этого столба начинался отсчет длины путей для всех шоссейных дорог, уходящих из Москвы.

Целесообразно воспользоваться описанным способом и для определения положения тела на траектории в любом механическом движении.

Условимся величину, которая определяет положение движущегося тела на заданной траектории, называть *длиной пути*. Для того чтобы найти значение длины пути, произведем следующие действия:

1) выберем на траектории некоторую точку, от которой будем отсчитывать длины путей; назовем ее точкой начала отсчета длин путей и обозначим символом «0» (рис. 1.42);

2) произведем разметку траектории в соответствии с выбранным масштабом;

3) условимся считать расстояния, откладываемые на траектории в одну сторону от точки начала отсчета длин путей, положительными, а в другую — отрицательными.

После этого можно дать следующее определение:

длиной пути называется величина, численно равная длине дуги траектории от точки начала отсчета длин путей до движущегося тела.

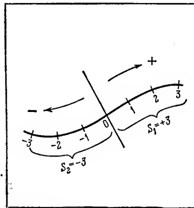


Рис. 1.42.

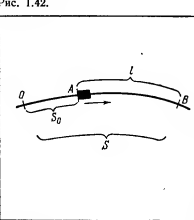


Рис. 1.43.

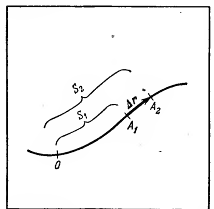


Рис. 1.44.

Знак длины пути определяется положением движущегося тела относительно точки начала отсчета длин путей. Будем обозначать длину пути буквой S.

Отметим, что если нам заданы длины путей до всех точек траектории, то мы сможем не только определять положения тела на траектории, но и рассчитывать *расстояния*, которые тело проходит по траектории за время своего движения.

Действительно, если тело не меняет направления своего движения по траектории и начальная точка движения совпадает с началом отсчета длин путей, то расстояние l, пройденное телом за время движения, будет определяться модулем длины пути S до конечной точки движения:

$$l=|S|.$$

Если начальная точка движения не совпадает с началом отсчета длин путей и тело движется в одну сторону, то расстояние l, пройденное телом за время движения, будет равно модулю разности длин путей S и S_0 до конечной (B) и начальной (A) точек движения (рис. 1.43):

$$l=|S-S_0|=|\Delta S|.$$

Если же тело за наблюдаемое время меняет направление своего движения по заданной траектории, то расчет расстояний, пройденных телом, усложняется. В этом случае он производится раздельно по тем промежуткам времени, в течение которых тело не меняло направления своего движения.

Установим, какая связь существует между измеиениямн длин путей и векторамн перемещеиий движущегося тела.

Допустнм, что во время движеиня тело совершило физическн малое перемещеиие $\Delta \boldsymbol{r}$ (рис. 1.44). (Мы уже зиаем, что при таком движеиии вектор перемещеиия достаточно точио совпадает с соответствующей частью траектории.) При этом тело нз точки A_1, длнна путн до которой S_1, перейдет в точку A_2, длина пути до которой S_2, т. е. перемещеиие $\Delta \boldsymbol{r}$ вызовет измеиеиие длины пути, равиое

$$\Delta S = S_2 - S_1.$$

С той же точностью, с какой вектор $\Delta \boldsymbol{r}$ совпадает с дугой траектории, нзменение длины пути ΔS будет равно модулю соответствующего вектора перемещення $\Delta \boldsymbol{r}$, взятому с нужным знаком:

$$\Delta S = \pm |\Delta \boldsymbol{r}|.$$

Знаки плюс н минус должиы выбнраться в соответствин с принятым условнем о положнтельных н отрнцательных направлениях отсчета длин путей.

Такнм образом, *при любых движениях малое приращение длины пути всегда равно модулю соответствующего вектора перемещения, взятому с нужным знаком.*

§ 13. Закон движеиия тела по задаииой траектории

Вернемся к определению механнческого двнжеиия. Определение говорнт, что механнческое двнженне есть изменеине положения тел друг отиоснтельно друга с *течением времени.* Мы иаучилнсь определять нзменение положення тела как такового. Но определенне механического движения требует ответа иа вопросы: Когда тело будет иаходиться в той или нной точке траекторин? Сколько временн потребуется телу, чтобы совершнть то или иное перемещенне? Как с течением времеин меняется положение тела иа траекторнн?

Чтобы ответнть на эти вопросы, иеобходимо ввести в рассмотренне само время и связать его с нзмененнямн положення тел. Для этого надо условиться о способе нзмерения времени н выборе начала отсчета времени. Практнчески это делается по-разному. Например, в спортивных соревиованиях секундомер пускают в ход в момент старта. При этом момент иачала отсчета временн совпадает с моментом начала движення бегуиа, и показания секундомера дают чистое время его движения.

Все виды траиспорта пользуются общим отсчетом суточного астрономического времени. Чистое время двнження в этом случае приходится вычнслять по моментам начала и конца движення. В иекоторых случаях прнменяется обратный отсчет времеин (напрнмер, прн пуске ракет, когда нуль временн совпадает с концом подготовки к пуску н с моментом старта ракеты). Этн способы задання иачала отсчета временн нспользуются н в механнке.

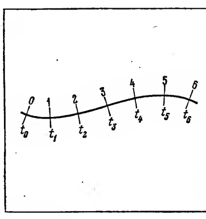


Рис. 1.45.

После установления начала отсчета времени можно, наблюдая за часами, определить, в какой момент времени тело было в той или иной точке траектории, т. е. установить зависимость длины пути от времени.

Например, начало движения тела совпадало с началом отсчета длин путей (рис. 1.45). Секундомер был пущен в момент начала движения. За каждую секунду тело проходило расстояние 3 м. Для этого случая зависимость длины пути от времени может быть представлена в виде таблицы:

Время t, с	0	1	2	3	4	5
Длина пути S, м	0	3	6	9	12	15

Такая таблица позволяет ответить на все вопросы, поставленные в начале параграфа. По ней мы можем определить и положение тела для любого момента, и затраты времени, необходимые для того или иного перемещения тела. Зависимость S от t и получила особое название — *закон движения*. Итак:

вид зависимости длины пути от времени называется законом движения тела по заданной траектории.

Закон движения является второй (после траектории) важнейшей общей характеристикой, дающей представление о движении в целом.

Закон движения можно задать в виде:

1) *таблицы*, связывающей последовательные значения длины пути S с соответствующими значениями времени t (именно в виде таких таблиц дают закон движения современные электронно-вычислительные цифровые машины);

2) *графика* зависимости длины пути S от времени t (иногда его называют графиком закона движения);

3) *формулы*, связывающей длину пути S со временем t.

Для примера сопоставим все три формы задания закона движения.

Пусть закон некоторого движения задан таблицей, приведенной выше. Это первая форма закона движения. Данные этой таблицы позволяют построить по точкам график закона движения (рис. 1.46). Это вторая форма закона движения. Из таблицы и графика видно,

что между длиной пути S и временем t существует прямо пропорциональная зависимость, которая может быть передана формулой $S=3t$. Это третья форма закона движения.

Таблица, график и формула в отдельности говорят о том, что в нашем примере: часы были пущены в момент начала движения тела; тело начало двигаться из точки начала отсчета длин путей; за равные промежутки времени тело проходило равные расстояния; двигалось в положительиом направлении отсчета длин путей и фактическое время его движеиия совпадало с показаниями часов. Иными словами, каждая из этих форм закона дает полные ответы на все вопросы, связаниые с движением тела.

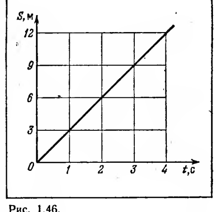


Рис. 1.46.

Закои движения является вторым после траектории признаком (§ 10), по которому производится разделение движений на различные виды. *По форме закона движения все движения разделяются на равномерные и неравномерные.*

Равномерным движением называется такое движение, в котором за любые равные промежутки времени тело проходит по траектории равные расстояния.

Рассмотренный в этом параграфе пример является одним из случаев равномерного движения.

Траектория и закон движения — независимые характеристики, и поэтому при определении любого движения необходимо указывать особенности каждой из них. Например, прямолинейное неравномерное движение, криволинейное равномерное движение, равномерное движение по окружности и т. д. Позже из неравномерных движений мы выделим особую группу равнопеременных движений.

§ 14. Первые итоги. Примеры

В предыдущих параграфах мы, последовательно рассматривая определение механического движения, нашли способы полного его описания. При этом были определены обязательные условия, которые должны соблюдаться при аиализе любого движения и при решении любой механической задачи.

Мы выяснили, что в начале решения любого вопроса о движении должиа быть обязательно указаиа система отсчета, в которой совершается движение. Затем должно быть определено начало и направлеиие положительного отсчета длин путей на траектории, порядок и начало отсчета времени.

Отвечая на последовательио поставлеиные вопросы, связаиные с определеннем механнческого двнжеиия, мы убеднлись, что для всестороиней характернстнкн двнжения требуется введенне ряда спецнальных фнзнческнх велнчнн н поиятий.

Для определеиня положення тела в заданной системе отсчета необходнмо зиание раднус-вектора этого тела или его координат.

Для определения конечиого результата любого движення должеи быть указаи вектор перемещеиия, соответствующий этому двнженню.

Для определення положеиня тела на траекторнн н расстояния, пройденного нм по траектории, необходнм расчет длнны путн.

Мы также убеднлись в том, что все введенные намн велнчины находят в той илн нной мере прнмеиеине в практической деятельностн людей.

Наконец, было выяснеио, что для получения полной картины движення в заданной снстеме отсчета требуется одновремеиное указанне траекторни и закона движения тела по этой траекторнн.

Покажем еще раз иа простом прнмере, что знаиие траекторни и закона двнжеиня действнтельио позволяет ответить иа все вопросы, связаные с двнжеиием.

Рассмотрим двнжение лыжннка, который съезжает с горы (рнс. 1.47). Будем рассматривать двнженне лыжннка относнтельно Землн. Тогда форма склоиа горы, показанная иа рисунке, будет давать нам *чертеж траектории движения* лыжннка.

Выберем точку начала отсчета длнн путей «0» в месте иачала двнжения лыжника. Будем считать длины путей, откладываемые вправо, положительиымн и произведем разметку пути в метрах. Условнмся пустить в ход секундомер в момент иачала двнження лыжннка, т. е. начало отсчета временн будет совпадать с началом движеиия. Допустнм, что нам удалось, измеряя время и расстояння, построить

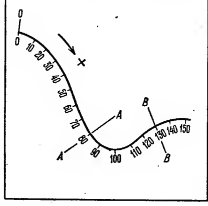


Рис. 1.47.

Рис. 1.48.

график закона движения лыжника и что этот график имеет вид, изображенный на рис. 1.48.

Теперь для анализа движения мы имеем траекторию и закон движения, заданные графически. Прежде всего отметим, что чертеж траектории и график закона движения указывают, что движение лыжника было *криволинейным неравномерным движением*.

По графику закона движения легко составить суждение об общем характере движения. В начале (в первые две секунды) лыжник двигался медленно. Расстояния, которые он проходил за единицу времени, были малы. Кривая графика (S, t) шла полого. Затем, начиная с третьей секунды, лыжник постепенно разгонялся. Расстояния, проходимые им за каждую последующую секунду, постепенно увеличивались, и кривая графика (S, t) шла все более круто. К девятой секунде, когда лыжник достиг нижней точки горы, его движение стало наиболее быстрым, кривая графика (S, t) в это время пошла наиболее круто. Затем постепенно движение начало тормозиться. Расстояния, проходимые за единицу времени, начали становиться меньше. Кривая графика (S, t) стала идти все более полого. Наконец, к шестнадцатой секунде лыжник остановился, и после этого кривая зависимости длины пути S от времени t пошла горизонтально, параллельно оси времен.

Допустим, нам необходимо определить, когда лыжник достигнет некоторой произвольно выбранной точки A на траектории. Для этого по чертежу траектории прежде всего найдем длину пути, соответствующую этой точке. Допустим, оказалось, что $S=80$ м. Найденное значение S отложим на графике закона движения. По кривой графика найдем нужное время $t=8$ с, через которое лыжник окажется в точке A.

Используя одновременно чертеж траектории и график закона движения, можно ответить на вопросы: В каком месте траектории будет лыжник через $t=12$ с после начала движения? В какой точке он остановится? Какое расстояние он пройдет за любую секунду своего движения? Сколько времени он затратит на прохождение отдельных участков пути? И т. д.

Для примера ответим на первый из этих вопросов. Определим по графику закона движения длину пути S, соответствующую времени $t=12$ с. Она равна $S=130$ м. Отложим эту величину на траектории от точки начала отсчета длин путей. Этим определится та точка B, в которой лыжник будет через 12 секунд.

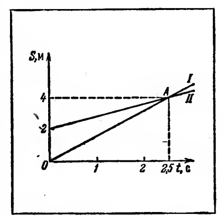


Рис. 149.

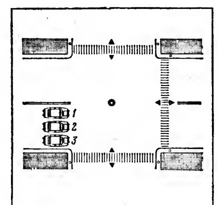


Рис. 1.50.

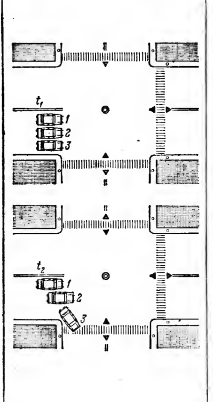


Рис. 1.51.

Рассмотренный пример еще раз показал нам, что траектория и закон движения вместе действительно дают исчерпывающую картину движения, позволяют составить суждение о всех его особенностях и ответить на все вопросы, связанные с движением. Поэтому теоретический расчет или экспериментальное определение траектории и закона движения являются одной из основных задач механики.

Отметим еще, что знание закона движения позволяет также произвести сравнение движений двух тел по одной траектории. Например, по некоторой прямолинейной траектории движутся два тела, законы движения которых представлены на рис. 1.49. Эти тела, вышедшие одновременно в одном направлении из разных начальных точек, пройдут точку A траектории также одновременно через 2,5 секунды после начала движения. Из сопоставления графиков (S, t) видно, что тело I в точке A двигалось быстрее, чем тело II. Это видно из того, что линия графика для тела I идет более круто, чем для тела II.

§ 15. Как определить состояние движения в данной точке? Скорость

На рис. 1.50 показано расположение машин на перекрестке для некоторого момента времени t_1. Можно ли по этому рисунку определить, как движутся показанные на нем машины? Движутся ли они вообще?

Сколько бы вы ни рассматривали этот рисунок, вы не сможете найти каких-либо призна-

ков, указывающих иа то, движется нли иет та илн другая машина. Это общее положение. Если известио расположеиие тел только для одного момеита времеии, то по этому расположеиию определить состояиие движения тел в этот момеит нельзя.

Всякий раз, когда вы хотите составить суждеиие о состояиии движеиия тела в даиный момеит времеии, вы не только отмечаете положение тела в этот момеит, но н иаблюдаете за его поведеиием еще некоторое (пусть и малое) время.

На рис. 1.51 показаио расположение машин на перекрестке для двух последовательных момеитов времеии t_1 и t_2. Сравнивая положеиия, которые машиины заиимали в эти момеиты, можио увидеть, что первая машина была неподвижна, а вторая и третья двигались. При этом нх движеиия оказались различиыми: оии ушлн из начальиых точек в разиых направлеииях н за время $\Delta t = t_2 - t_1$ переместились на разиые расстояиия. Только такое сравиение позволяет отличить движущиеся тела от тел иеподвижных н составить представлеиие о том, как различаются движеиия тел между собой.

Таким образом, можно сделать следующий общий вывод: для определеиия состояиия движеиия тела в некоторый задаиный момеит времени необходимо сравнить положеиия, которые заиимало тело в этот и другой, близкий к нему момеит временн, или, подругому, необходимо определить перемещеиие, которое совершает тело за малый промежуток времеии Δt, включающий выбраиный момеит.

Как следует выбирать этот промежуток временн?

Пусть траектория и график закона движеиия одной из машин имеют вид, представлеииый иа рис. 1.52 и 1.53 соответствеиио. Нужиый нам промежуток временн должен удовлетворять двум требованиям:

1. Время Δt должио быть таким, чтобы вектор перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$, соответствующий этому промежутку времени, указывал правнльно

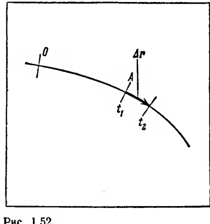


Рис. 1.52.

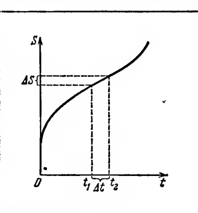


Рис. 1.53.

то направление, в котором машина проходила точку A (рис. 1.52). Это требование будет выполняться только в том случае, если вектор перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$ будет физически малым, т. е. если он с нужной точностью будет совпадать с элементом траектории, включающим точку A.

2. Время Δt должно быть таким, чтобы обеспечивалась возможность составить правильное представление о том, насколько быстро машина проходила через точку A. Это второе требование будет выполнено, если можно будет пренебречь неравномерностями движения машины за время Δt. Это означает, что на графике закона движения (S, t) промежутку времени Δt должен соответствовать такой участок кривой, который с необходимой точностью можно заменить прямолинейным отрезком (рис. 1.53).

Итак, для правильного определения состояния движения тела в данный момент необходимо выбирать промежуток времени Δt так, чтобы ему соответствовал вектор перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$, достаточно точно совпадающий с элементом траектории, и чтобы в течение этого времени движение можно было считать равномерным. Удовлетворяющий этим требованиям вектор перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$ будет правильно определять и направление, и быстроту удаления движущегося тела из данной точки траектории.

Вспомним, что мы хотели сравнивать между собой различные движения. Однако с помощью прямого сопоставления соответствующих физически малых векторов перемещения произвести такое сравнение будет трудно. Ведь для разных движений надо брать разные интервалы времени Δt, и, следовательно, сравнение векторов перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$, относящихся к разным промежуткам времени Δt, не скажет, какое из тел двигалось быстрее. Поэтому за количественную меру состояния движения в данный момент принимают не сам вектор перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$, а его отношение к тому промежутку времени Δt, за которое совершено перемещение. Найденная таким образом величина получила название *скорости* движения тела [1]:

$$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}.$$

Итак:

скорость есть количественная мера состояния движения тела, равная отношению физически малого вектора перемещения к промежутку времени, за которое это перемещение произошло.

Скорость является той основной характеристикой механического движения, которая выражает саму сущность этого движения, определяет то отличие, которое имеется между телом неподвижным и движущимся.

---

[1]) При строгом математическом определении скорости было бы необходимо брать бесконечно малые промежутки времени Δt и находить векторы перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$ для них.

§ 16. Определение направления и модуля скорости

Основываясь на определении скорости, мы можем утверждать, что *скорость является вектором*. Она непосредственно выражается через вектор перемещения, отнесенный к промежутку времени, и должна обладать всеми свойствами вектора перемещения.

Направление вектора скорости, так же как направление физически малого вектора перемещения, определяется по чертежу траектории. В этом можно наглядно убедиться на простых примерах.

Если к вращающемуся точильному камню прикоснуться железной пластинкой, то снимаемые им опилки приобретут скорость тех точек камня, к которым прикасалась пластинка, и затем улетят в направлении вектора этой скорости. Все точки камня движутся по окружностям. Во время опыта хорошо видно, что отрывающиеся раскаленные частички-опилки уходят по касательным к этим окружностям, указывая направления векторов скоростей отдельных точек вращающегося точильного камня.

Обратите внимание на то, как расположены выходные трубы у кожуха центробежного водяного насоса или у сепаратора для молока. В этих машинах частицы жидкости заставляют двигаться по окружностям и затем дают им возможность выйти в отверстие, расположенное в направлении вектора той скорости, которую они имеют в момент выхода. Направление вектора скорости в этот момент совпадает с направлением касательной к траектории движения частиц жидкости. И выходная труба тоже направлена по этой касательной.

Точно так же обеспечивают выход частиц в современных ускорителях электронов и протонов при ядерных исследованиях.

Итак, мы убедились, что *направление вектора скорости определяется по траектории движения тела*. Вектор скорости всегда направлен вдоль касательной к траектории в той точке, через которую проходит движущееся тело.

Для того чтобы определить, в какую сторону вдоль касательной направлен вектор скорости и каков его модуль, нужно обратиться к закону движения. Допустим, что закон движения задан графиком, показанным на рис. 1.54. Возьмем приращение длины пути ΔS, соответствующее малому вектору $\Delta \boldsymbol{r}$, по которому определяется вектор скорости. Вспомним, что $\Delta S = \pm|\Delta \boldsymbol{r}|$. Знак ΔS указывает

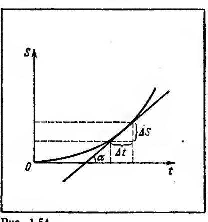


Рис. 1.54.

направление движения по траектории, а следовательно, определяет ориентировку вектора скорости вдоль касательной. Очевидно, что через модуль этого приращения длины пути будет определяться модуль скорости.

Таким образом, модуль вектора скорости и ориентировку вектора скорости вдоль касательной к траектории можно определить из соотношения

$$v = \pm \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Здесь v является алгебраической величиной, знак которой указывает, в какую сторону по касательной к траектории направлен вектор скорости.

Итак, мы убедились, что *модуль вектора скорости может быть найден по графику закона движения.* Отношение $\Delta S/\Delta t$ определяет угол наклона α касательной на этом графике. Наклон касательной на графике закона движения будет тем больше, чем больше $\Delta S/\Delta t$, т. е. чем больше в выбранный момент скорость движения.

Еще раз обратим внимание на то, что для полного определения скорости требуется одновременное знание траектории и закона движения. Чертеж траектории позволяет определить направление скорости, а график закона движения — ее модуль и знак.

Если теперь мы обратимся снова к определению механического движения, то убедимся в том, что после введения понятия скорости для полного описания любого движения больше ничего не требуется. Используя понятия радиус-вектора, вектора перемещения, вектора скорости, длины пути, траектории и закона движения, можно получить ответы на все вопросы, связанные с определением особенностей любого движения. Все эти понятия взаимосвязаны друг с другом, причем знание траектории и закона движения позволяет найти любую из этих величин.

§ 17°. Определение скорости по изменению координат тела

Допустим, что известно положение вектора скорости относительно осей координат (рис. 1.55). Вспомним, что по определению $\boldsymbol{v} = \Delta \boldsymbol{r}/\Delta t$. Как было показано, для вектора перемещения справедлив принцип независимого сложения, т. е. любой вектор перемещения можно разложить на два независимых вектора перемещения: один из них направить вдоль оси OX, а другой — вдоль оси OY. Этим векторам будут соответствовать приращения координат тела Δx и Δy.

Вектор скорости $\boldsymbol{v}$ выражается непосредственно через вектор перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$, поэтому для вектора скорости тоже будет справедлив принцип независимого сложения. При движении в одной плоскости любой вектор скорости $\boldsymbol{v}$ всегда может быть представлен в виде суммы двух векторов скорости: $\boldsymbol{v}_x$ и $\boldsymbol{v}_y$, направленных вдоль координат-

ных осей. Модули и знаки этих скоростей определятся соотношениями

$$v_x=\Delta x/\Delta t, \quad v_y=\Delta y/\Delta t,$$

где Δx и Δy — приращения координат, соответствующие вектору перемещения $\Delta \boldsymbol{r}$ (§ 9).

Скорости v_x и v_y могут быть также выражены через модуль вектора скорости $\boldsymbol{v}$. Если воспользоваться рис. 1.55, то легко найти соотношения между этими величинами. При известных v и φ для вектора $\boldsymbol{v}$ скорости v_x и v_y определятся уравнениями

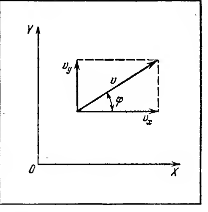


Рис. 1.55.

$$v_x=v\cos\varphi, \quad v_y=v\sin\varphi.$$

Если же известны v_x и v_y, то v и φ можно найти из уравнений:

$$v^2=v_x^2+v_y^2, \quad \operatorname{tg}\varphi=v_y/v_x.$$

§ 18. Две основные задачи кинематики

Теперь, когда определены все величины, необходимые для полного описания движения, можно сформулировать две задачи, которые являются основными для кинематики.

Задача 1 (прямая). По известной общей картине движения определить состояние движения тела для каждого момента времени, или, по-другому, по известным траектории и закону движения определить скорость и изменения этой скорости для каждого момента времени и каждой точки траектории.

Задача 2 (обратная). По заданному начальному положению, начальной скорости и известным для каждого момента времени изменениям скорости найти траекторию и закон движения тела.

Решение этих задач в общем случае требует применения сложного математического аппарата, который мы не можем пока использовать. Поэтому ограничимся рассмотрением нескольких простейших примеров.

Пример 1. Космонавт проходит испытания на центрифуге. При этом кабина с космонавтом вращается по окружности радиуса R. Скорость кабины по модулю остается постоянной и равной v. Определить, как меняется направление этой скорости с течением времени? Это пример первой задачи — по известной траектории определить направление скорости для любого момента времени.

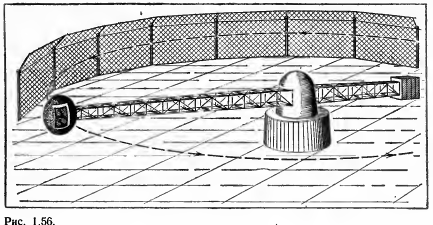


Рис. 1.56.

На рис. 1.56 представлен вид на центрифугу и пунктиром показана траектория движения кабины. Допустим, что в некоторый (начальный) момент времени кабина находилась в точке O. Через некоторое время Δt она окажется в точке A, через какое-то другое время — в точке B и т. д. (рис. 1.57). В предыдущих параграфах мы показали, что вектор скорости в каждой точке всегда будет направлен по касательной к траектории. Следовательно, в точках O, A, B он будет направлен по касательной к окружности, т. е. во всех точках будет всегда перпендикулярен радиус-вектору кабины (см. рис. 1.57).

Так как скорость кабины по модулю постоянна, то кабина (а вместе с ней и конец радиус-вектора) за время Δt будет проходить длину дуги окружности OA, пропорциональную модулю скорости v и времени движения Δt, т. е.

$$OA = v\,\Delta t.$$

Это означает, что радиус-вектор (а, следовательно, вместе с ним и вектор скорости) с течением времени будет поворачиваться и при этом угол поворота $\Delta\varphi$ будет равномерно увеличиваться пропорционально времени Δt. Действительно, центральный угол $\Delta\varphi$ (в радианах) по определению равен отношению дуги, на которую он опирается, к радиусу окружности, т. е.

$$\Delta\varphi = \frac{OA}{R} = \frac{v\,\Delta t}{R}.$$

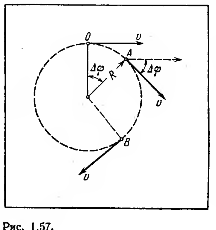


Рис. 1.57.

Угол поворота радиус-вектора (и вектора скорости) за единицу времени:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{v}{R}.$$

Таким образом, по известной траектории движения мы нашли направления вектора скорости для любых точек траектории и изменения этого направления с течением времени. При движении тела по окружности вектор скорости $\boldsymbol{v}$ непрерывно поворачивается и при этом угол поворота $\Delta\varphi$ вектора скорости прямо пропорционален модулю скорости v, времени движения Δt и обратно пропорционален радиусу окружности R:

$$\Delta\varphi = \frac{v\,\Delta t}{R}.$$

Знание того, насколько быстро меняется направление скорости при движении по окружности, оказывается необычайно важным при расчете тех перегрузок, которые испытывает космонавт на центрифуге.

Пример 2. Известно, что в некотором движении вектор скорости $\boldsymbol{v}$ сохранял свое направление все время неизменным. Какова была траектория этого движения? Это пример второй задачи — по известным направлениям вектора скорости определить форму траектории.

Прежде всего вспомним, что каждый элемент траектории всегда с достаточной точностью может быть заменен физически малым вектором перемещения $\Delta\boldsymbol{r}$ (рис. 1.58). В свою очередь вектор перемещения может быть выражен через вектор скорости. Вектор скорости по определению равен $\boldsymbol{v}=\Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$. Так как вектор скорости $\boldsymbol{v}$ нам известен, то из этого соотношения можно найти вектор перемещения для любого малого промежутка времени Δt:

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}\,\Delta t.$$

Если выбрать какой-либо момент времени t_0 за начальный и допустить, что тело в этот момент находилось в точке A_0, то можно, используя полученное выражение для $\Delta\boldsymbol{r}$, восстановить по частям всю траекторию. Возьмем первый малый промежуток времени $\Delta_1 t = t_1 - t_0$. За это время тело совершит перемещение

$$\Delta_1\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}\,\Delta_1 t$$

Рис. 1.58.

в направлении скорости, которую оно имело в точке A_0. Тело перейдет в точку A_1 траектории. Возьмем второй промежуток времени $\Delta_2 t = t_2 - t_1$. За это время тело из точки A_1 перейдет в точку A_2 в направлении скорости, которую оно имело в точке A_1, и совершит перемещение

$$\Delta_2 \boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}\,\Delta_2 t.$$

Повторяя операцию последовательного построения малых векторов-перемещений, мы восстановим всю траекторию. При этом из каждой очередной точки A_i тело будет уходить в направлении той скорости, которую оно имело в этой точке. Но по условию направление вектора скорости во всех этих точках одинаково. Значит, полученная последовательность малых векторов перемещений образует прямую линию, т. е. движение было прямолинейным.

Заметим, что рассмотрение этого примера позволяет нам дать такое определение прямолинейного движения:

прямолинейным движением называется движение с неизменной по направлению скоростью.

Неизменность направления скорости в прямолинейном движении значительно упрощает решение задач, так как позволяет ограничиться только определением модуля и знака скорости.

Пример 3. Для движения некоторого тела был получен график закона движения, показанный на рис. 1.59, *а*. Определить модуль скорости, с которой двигалось тело в разные моменты времени. Это пример первой задачи — по известному закону движения определить модуль скорости.

Мы уже знаем, что при движении по любой траектории скорость связана с изменением длины пути соотношением $v = \Delta S / \Delta t$. В § 16 было сказано, что отношение $\Delta S / \Delta t$ определяет угол наклона касательной в соответствующей точке графика закона движения. Глядя на график закона движения, изображенный на рис. 1.59, *а*, можно сказать, что движение тела было неравномерным: сначала оно было медленным, потом скорость возросла, затем началось торможение и на одиннадцатой секунде тело остановилось.

На этом графике можно выделить пять прямолинейных, плавно переходящих друг в друга участков, каждому из которых соответствует постоянная скорость. Для первого промежутка времени $\Delta_1 t = 3 - 0 = 3$ с, изменение длины пути $\Delta_1 S = 1 - 0 = 1$ м и скорость на этом участке

$$v_1 = \frac{\Delta_1 S}{\Delta_1 t} = \frac{1}{3}\ \text{м/с}.$$

Для второго промежутка времени $\Delta_2 t = 5 - 3 = 2$ с, изменение длины пути $\Delta_2 S = 2 - 1 = 1$ м и скорость на этом участке

$$v_2 = \frac{\Delta_2 S}{\Delta_2 t} = \frac{1}{2}\ \text{м/с}.$$

Соответственно для третьего, четвертого и пятого участков скорости будут 1, 1/3 и 0 м/с.

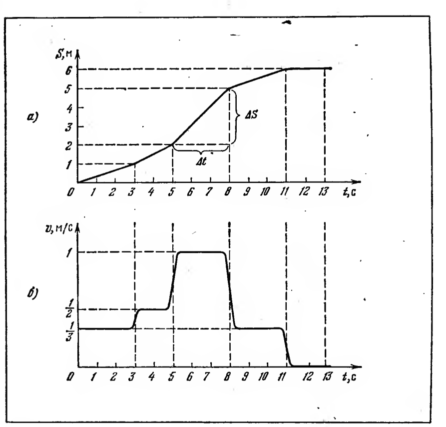


Рис. 1.59.

Таким образом, проведя касательные к графику закона движения, можно найти модули скоростей для всех моментов времени.

Найденные нами значения скоростей для разных моментов времени движения позволяют построить график зависимости скорости от времени (рис. 1.59, *б*). Такие графики зависимости скорости от времени будут широко использоваться при рассмотрении сложных движений.

§ 19. Формула закона равномерного движения

Рассмотрим еще одну частную задачу.

Известно, что модуль скорости у тела во все время движения оставался постоянным и равным 5 м/с. Найти закон движения этого тела. Начало отсчета длин путей совпадает с начальной точкой движения тела.

Чтобы решить задачу, воспользуемся формулой

$$v=\Delta S/\Delta t.$$

Отсюда можно найти приращение длины пути ΔS за любой малый промежуток времени Δt:

$$\Delta S=v\,\Delta t.$$

По условию модуль скорости постоянен. Это значит, что приращения длины пути ΔS за *любые равные* промежутки времени будут одинаковы. По определению, это равномерное движение. Полученное нами уравнение есть не что иное, как закон такого равномерного движения. Если в это уравнение подставить выражения $\Delta S=S-S_0$ и $\Delta t=t-t_0$, то легко получить

$$S-S_0=v\,(t-t_0).$$

Допустим, что начало отсчета времени совпадает с началом движения тела. Учтем, что по условию начало отсчета длин путей совпадает с начальной точкой движения тела. Возьмем в качестве промежутка Δt время от начала движения до нужного нам момента t. Тогда мы должны положить $t_0=0$, $S_0=0$ и $v=5$ м/с. После подстановки этих значений закон рассматриваемого движения будет иметь вид

$$S=5t.$$

Рассмотренный пример позволяет дать новое определение равномерного движения (§ 13):

равномерным движением называется движение с постоянной по модулю скоростью.

Этот же пример позволяет получить общую формулу закона равномерного движения.

Если начало отсчета времени совпадает с началом движения, а начало отсчета длин путей совпадает с начальной точкой движения, то закон равномерного движения будет иметь вид

$$S=vt.$$

Если время начала движения t_0, а длина пути до начальной точки движения S_0, то закон равномерного движения приобретает более сложный вид:

$$S=S_0+v\,(t-t_0).$$

Обратим внимание еще на один важный результат, который можно получить из найденного нами закона равномерного движения. Допустим, что для некоторого равномерного движения дан график зависимости скорости v от времени t (рис. 1.60). Закон этого движения $S=vt$. Из рисунка видно, что произведение vt численно равно площади фигуры, ограниченной осями координат, графиком зависимости скорости от времени и ординатой, соответствующей заданно-

му моменту времени t, т. е. по графику скорости можно рассчитать приращения длин путей во время движения.

Используя более сложный математический аппарат, можно показать, что этот результат, полученный нами для частного случая, оказывается справедливым и для любых неравномерных движений. Приращение длины пути за время движения всегда численно равно площади фигуры, ограниченной графиком скорости (v, t), осями координат и ординатой, соответствующей выбранному конечному моменту времени.

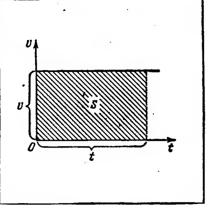


Рис. 1.60.

Такая возможность графического отыскания закона сложных движений будет использоваться в дальнейшем.

§ 20. Порядок действий при решении задач кинематики

Все практические задачи, с которыми вам придется встречаться в дальнейшем, будут относиться к одному из рассмотренных двух типов. При этом наряду с расчетом простейших движений какого-либо одного тела часто будет требоваться решать задачи о встрече тел, о погоне, на расчет движений при переходе из одной системы отсчета в другую и т. д. Для каждой из них, конечно, можно придумать свой особый путь решения. Но для всех этих задач существует и *общий путь*, который устанавливает общий порядок рассуждений и расшифровки условия задачи.

Рассмотрим этот общий путь на следующем примере.

Два автомобиля одновременно выезжают из городов A и B навстречу друг другу и движутся равномерно по горизонтальной прямой дороге со скоростями $v_1=60$ км/ч и $v_2=80$ км/ч (рис. 1.61). Расстояние между городами $l=560$ км. Определить время и место встречи автомобилей.

Решение задачи можно разбить на ряд последовательных этапов.

Первый этап — качественный анализ всех возможных движений каждого тела, данного в задаче.

При этом анализе должна быть выбрана удобная для решения система отсчета, указаны направления возможных движений тел, форма траекторий и законы этих движений, характер связей между возможными движениями тел, сделан рисунок — схема расположения тел.

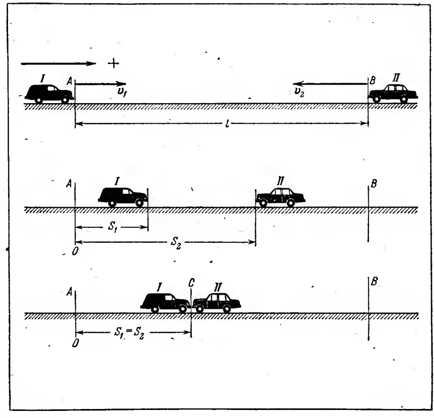


Рис. 1.61.

В нашем случае удобно выбрать в качестве системы отсчета Землю. По условиям задачи автомобили движутся прямолинейно и равномерно. Для обоих автомобилей воспользуемся законом движения в форме

$$S=S_0+v(t-t_0).$$

Автомобили движутся навстречу друг другу, значит, скорости их будут иметь разные знаки. Автомобили в своем движении независимы друг от друга и выходят из разных пунктов.

Второй этап — определение порядка отсчета времени и длин путей.

При этом указывается начало отсчета времени, начало отсчета длин путей, положительные и отрицательные направления для длин путей и векторов скоростей.

Условимся отсчитывать время от общего для обоих автомобилей момента начала движения. За начало отсчета длин путей выберем

пункт A. Длины путей, откладываемые вправо от A, будем считать положительными. Также положительными будем считать скорости, направленные вправо.

Третий этап — указание начальных состояний движения для каждого тела.

На этом этапе должны быть указаны длины путей до начальных точек движения каждого тела, модули и знаки начальных скоростей, определено время фактического движения каждого тела.

Автомобиль *I* при $t_0=0$ находился в пункте A, т. е. в точке начала отсчета длин путей, и, значит, для него $S_0=0$. Его скорость v_1 направлена вправо, она войдет в уравнение закона движения со знаком плюс.

Автомобиль *II* при $t_0=0$ находился в пункте B на расстоянии l вправо от точки начала отсчета длин путей, и, следовательно, для него $S_0=l$. Его скорость v_2 направлена влево, и поэтому она войдет в уравнение со знаком минус.

Оба автомобиля начали движение одновременно в момент пуска часов. Значит, время их фактического движения t будет совпадать с показаниями часов.

Результаты третьего этапа решения могут быть записаны в следующую таблицу:

При $t_0=0$	Автомобиль *I*	Автомобиль *II*
Начальное положение	$S_0=0$	$S_0=l$
Начальная скорость	$v_0=+v_1$	$v_0=-v_2$
Время фактического движения	t	t

Четвертый этап — написание законов движения для каждого из тел.

Законы движения каждого тела должны быть написаны с полным учетом выбранного способа отсчета длин путей, времен и начальных условий. После написания всех уравнений должно быть определено число неизвестных и проверена полнота полученной системы уравнений.

Для нашей задачи уравнения будут иметь вид

$$S_1=v_1t, \quad S_2=l-v_2t.$$

Уравнений два, неизвестных три: S_1, S_2, t. Следовательно, система неполная, и необходимо отыскать еще одно уравнение.

Пятый этап — отыскание недостающих уравнений.

Эти уравнения могут выражать условия кинематических связей (например, движущиеся тела соединены нерастяжимой нитью), геометрические соотношения или специальные условия, данные в задаче.

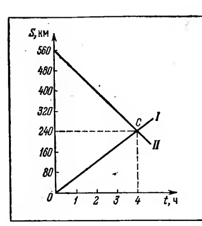


Рис. 1.62.

В нашей задаче требуется определить положение автомобилей не вообще для любого момента времени t, а только для одного момента встречи, т. е. задача содержит специальное условие встречи.

В момент встречи автомобили будут находиться на одинаковом расстоянии от точки начала отсчета длин путей. Следовательно, уравнение, выражающее условие встречи, будет иметь вид

$$S_1 = S_2.$$

Окончательно полная система уравнений будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= v_1 t, \\ S_2 &= l - v_2 t, \\ S_1 &= S_2. \end{aligned}\right| \begin{aligned} &\text{Неизвестные} \\ &S_1,\ S_2,\ t. \end{aligned}$$

Шестой этап — алгебраическое решение полученной системы уравнений и отыскание расчетных формул для определения неизвестных величин.

В нашем случае эти формулы таковы:

$$t = \frac{l}{v_1 + v_2},$$

$$S_1 = S_2 = \frac{v_1}{v_1 + v_2} l.$$

Если условие задачи допускает или требует проведения графического решения, то оно также проводится на этом этапе. В нашем случае графики закона движения для обоих автомобилей представлены на рис. 1.62. Время и место встречи автомобилей определяются по положению точки C пересечения графиков.

Седьмой этап — согласование единиц всех величин и арифметический расчет числовых значений неизвестных.

В нашем случае:

$$l = 560 \text{ км},\ v_1 = 60 \text{ км/ч},\ v_2 = 80 \text{ км/ч};$$

$$t = \frac{560 \text{ км}}{(60+80) \text{ км/ч}} = 4 \text{ ч},$$

$$S_1 = S_2 = \frac{60 \text{ км/ч}}{(60+80) \text{ км/ч}} 560 \text{ км} = 240 \text{ км}.$$

Само собой разумеется, что в конце этого этапа в обычном порядке должна быть проведена проверка правильности полученных решений.

§ 21. Некоторые особенности практических транспортных задач

Мы поставили задачу получить полную картину движения и убедились в том, что действительно можем характеризовать движение во всех его деталях.

Такую задачу приходится решать всем инженерам-конструкторам при создании новых машин. Как рассчитывать и согласовывать между собой траектории и законы движения частей машины, рассчитывать направления и значения их скоростей, этому посвящена самостоятельная часть механики — кинематика механизмов.

Такую же задачу должны решать артиллеристы и ракетчики, рассчитывая движение ракет и снарядов. Штурманы самолетов и морских судов, прокладывая курс, также решают эту задачу. Пилот самолета и рулевой корабля должны непрерывно контролировать направление и значение скорости в любой момент.

Однако для транспортных задач полного расчета не требуется, и весь расчет ведется по упрощенной схеме. Например, железнодорожный путь полностью определяет траекторию движения поезда, шоссе — автомобиля, фарватер реки — парохода. Диспетчеру, составляющему график движения, незачем каждый раз беспокоиться о расчете траектории, о направлениях скорости. Они уже заданы, и эту часть задачи он никогда не решает. Диспетчеру необходимо только уметь по положению конечного пункта определить расстояние, которое должен пройти поезд или автомобиль, и затраты времени на это движение. Диспетчера не интересуют также детали движения — когда поезд или автомобиль притормаживают, когда ускоряют ход. Ему важно знать только, какое расстояние в среднем они проходят за один час.

Водителю автомашины для определения затрат своего труда, расхода времени и бензина важно знать только расстояние, которое он должен проехать независимо от направления движения. Важно, чтобы режим движения был экономически наиболее выгодным.

Ясно, что для решения таких задач нет необходимости пользоваться всем тем строгим аппаратом, который мы разработали. Поэтому в транспортных расчетах часто пользуются более простым понятием *средней путевой скорости*:

Средней путевой скоростью называют отношение пройденного по траектории расстояния к полному времени движения:

$$v_{\text{ср}} = \frac{l}{t}.$$

Нетрудно увидеть, что при этом истинное сложное движение мысленно заменяют таким простым равномерным движением, при котором экипаж за такое же время t проходит то же самое расстояние l. Об этой особенности решения многих повседневных практических задач следует помнить и не переносить ее на решение общей механической задачи.

§ 22. Как количественно определить изменения скорости? Ускорение

Как мы увидим дальше, различные действия тел друг на друга вызывают изменения их скоростей. Поэтому оказывается необходимым введение еще одной кинематической величины, количественно определяющей изменения, которые могут происходить с вектором скорости во время движения.

Прежде всего вспомним, что может происходить с вектором скорости во время движения. Допустим, что нам известно движение автомобиля на дороге. Чертеж траектории и график закона его движения даны на рис. 1.63 и 1.64. Известно, что автомобиль в момент t_1 находился в точке A траектории. Через некоторое малое время $\Delta t = t_2 - t_1$ он оказался в точке B. Проследим, что произошло с вектором скорости за время Δt.

В § 16 было сказано, что вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории в точках, через которые в данный момент проходит тело. Как видно из чертежа траектории, касательные к траектории в точках A и B имеют разные направления. Следовательно, за время Δt произошло *изменение направления вектора скорости* автомобиля.

Кроме того, в § 16 было показано, что закон движения полностью определяет модуль и знак скорости независимо от формы траектории. График закона движения всегда позволяет найти значения скоростей для любых моментов времени. Легко увидеть из графика (рис. 1.64), что автомобиль на участке траектории AB за время $\Delta t = t_2 - t_1$ разгонялся и скорость его непрерывно росла. Таким образом, за время Δt произошло также *изменение модуля вектора скорости* автомобиля.

Итак, у вектора скорости во время движения могут меняться и направление, и модуль. Для определения этих изменений вектора скорости оказывается необходимым рассмотрение траектории и за-

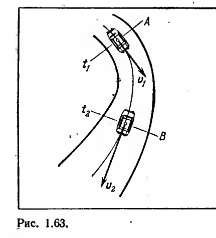


Рис. 1.63.

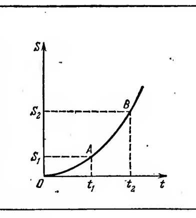


Рис. 1.64.

коиа движеиия. По форме траектории определяют измеиения направления скорости, а по закоиу движеиия — изменения ее модуля.

Для количественного определения всех этих изменений необходима новая величииа. Такой величииой является *полное ускорение* движения тела [1]):

физическая величина, которая служит количественной мерой всех изменений вектора скорости, называется полным ускорением движения тела.

Далее будет показано, что *ускорение — вектор*, поэтому обозиачим его символом $\boldsymbol{a}$.

Как было показано, определеиие ускореиия $\boldsymbol{a}$ в общем виде требует проведения одновременных расчетов по траектории и по закону движения и является довольно затруднительиым делом. Такого расчета мы проводить не будем, а воспользуемся результатами рассмотрения примера с движением автомобиля.

Мы уже зиаем, что модуль и направление являются независимыми характеристиками вектора скорости (§ 16). Это дает иам право утверждать, что полиое ускорение всегда может быть представлено как сумма двух иезависимых частей, одна из которых определяет измеиение иаправления скорости, а другая — измеиение ее модуля. Эти части полного ускорения получили свои особые названия.

Та часть полного ускорения, от которой зависит изменение модуля вектора скорости, называется тангенциальным ускорением.

Значение тангенциальиого ускореиия может быть полиостью определено по закону движения тела или по графику зависимости скорости от времени. При этом полученные результаты будут справедливы для движения по любым траекториям.

Та часть полного ускорения, от которой зависит изменение направления вектора скорости, называется нормальным ускорением.

Мы видели, что измеиеиие иаправления вектора скорости зависит от формы траектории тела. Зиачение нормальиого ускорения всегда может быть определеио по траектории движения тела и по модулю его скорости.

Далее будет показаио, что *тангенциальное и нормальное ускорения также являются векторами*. Будем обозначать их соответственио $\boldsymbol{a}_\tau$ и $\boldsymbol{a}_n$ [2]).

Отметим, что, даже ие проводя иикаких расчетов, мы уже сейчас можем иазвать полные ускорения для ряда отдельиых случаев.

Рассмотрим иесколько примеров.

---

[1]) В дальнейшем для краткости полное ускорение будем иногда называть просто *ускорением*.

[2]) Слово «тангенциальный» означает — направленный по касательной, «нормальиый» — перпендикулярный. Иногда нормальное ускорение называют центростремительным.

Пример 1. Тело движется *прямолинейно* по произвольному закону. В § 18 мы показали, что при этом направление скорости неизменно и совпадает с траекторией. Все изменения скорости определяются только изменением ее модуля. Следовательно, в прямолинейном движении нормальное ускорение всегда равно нулю, и полное ускорение все время совпадает с тангенциальным:

$$a_n = 0, \quad a = a_\tau.$$

Пример 2. Тело движется *равномерно* по траектории произвольной формы. По определению равномерного движения модуль скорости в таком движении постоянен. Все изменения скорости определяются только изменением ее направления. Следовательно, в равномерном движении по любой траектории тангенциальное ускорение всегда равно нулю, и полное ускорение все время совпадает с нормальным:

$$a_\tau = 0, \quad a = a_n.$$

Пример 3. Тело совершает *равномерное прямолинейное* движение. Из предыдущих примеров ясно, что в этом случае тангенциальное, нормальное, а вместе с ними и полное ускорение будут равны нулю:

$$a_\tau = 0, \quad a_n = 0, \quad a = 0.$$

Используя возможность независимого рассмотрения тангенциального и нормального ускорений, проведем их расчет раздельно.

§ 23. Изменение модуля скорости. Тангенциальное ускорение

Пользуясь тем, что модуль и знак скорости при движении по любым траекториям определяется только законом движения, для упрощения расчета рассмотрим прямолинейное движение. При этом, как было отмечено в предыдущем параграфе, нам не нужно будет думать об изменении направления скорости, и полное ускорение будет определяться тангенциальным: $a = a_\tau$. Также для упрощения рассмотрим такое движение, в котором скорость изменяется пропорционально времени. (Приблизительно так возрастает скорость электровоза, когда он трогается с места.)

Заметим, что *движение, в котором модуль скорости за любые равные промежутки времени изменяется на одинаковую величину, называется равнопеременным движением.*

График зависимости скорости от времени для выбранного нами движения представлен на рис. 1.65, *а*; график закона движения для этого случая показан на рис. 1.65, *б*. Допустим, что в момент времени t_1 тело находилось в точке A траектории (рис. 1.66). Через некоторое малое время $\Delta t = t_2 - t_1$ оно перешло в точку B. Зная моменты t_1 и t_2, по графику скорости найдем значения скоростей v_1 и v_2 и по ним построим векторы этих скоростей на чертеже траектории.

Оценим те изменения, которые произошли с вектором скорости за время Δt. Направление его не изменилось. Модуль увеличился. Оказалось, что к вектору $\boldsymbol{v}_1$ за время Δt присоединился дополнительный вектор $\Delta\boldsymbol{v}$, имеющий то же самое направление. Именно этот вектор $\Delta\boldsymbol{v}$ будет единственной мерой, определяющей изменение скорости, происшедшее за время Δt.

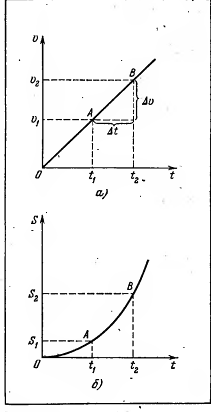


Рис. 1.65.

В качестве характеристики изменения скорости в точке A целесообразно принять отношение вектора $\Delta\boldsymbol{v}$ ко времени Δt. Это и будет искомое тангенциальное ускорение в нашем равнопеременном движении. Так как деление вектора на любое число не изменяет его векторного характера, то можно сказать, что *тангенциальное ускорение — вектор*.

Тангенциальное ускорение направлено по одной прямой с вектором скорости, а его модуль и знак определятся соотношением

$$a_\tau = \frac{\Delta|\boldsymbol{v}|}{\Delta t}.$$

Знак a_τ указывает на то, как вектор тангенциального ускорения ориентирован по отношению к вектору скорости. Если модуль скорости растет, то a_τ — положительно и вектор тангенциального ускорения направлен в ту же сторону, что и вектор скорости. При уменьшении модуля скорости a_τ — отрицательно и вектор тангенциального ускорения направлен противоположно вектору скорости.

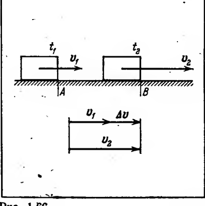


Рис. 1.66.

Из определения равнопеременного движения следует, что мы можем в нашем примере

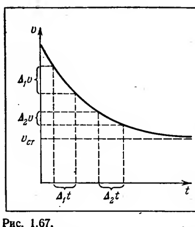


Рис. 1.67.

для расчета ускорения брать любые интервалы времени. Ускорение в этом движении будет оставаться постоянным все время. Это можно использовать для нового определения равнопеременного движения: *равнопеременным движением называется такое движение, в котором тангенциальное ускорение по модулю остается постоянным во все время движения.*

Рассмотрим случай более сложного изменения скорости. Например, скорость снижения парашютиста после раскрытия парашюта изменяется с течением времени так, как показано на рис. 1.67. В первые мгновения после раскрытия парашюта скорость уменьшается очень быстро, затем все медленнее. Начиная с какого-то момента, скорость спуска становится постоянной и равной скорости приземления.

За равные промежутки времени, взятые для разных моментов спуска, происходят разные изменения модуля скорости. Следовательно, ускорения также будут разными: вначале ускорение будет большим, в последующие моменты оно будет меньше и, наконец, при достижении режима стационарного движения обратится в нуль. (Отметим, что в этом случае торможения ускорение направлено противоположно скорости.) Для таких случаев при определении тангенциального ускорения по формуле $a_\tau = \Delta|\boldsymbol{v}|/\Delta t$ уже нельзя брать промежутки времени Δt произвольными. При неправильно выбранных больших Δt мы не получим верных сведений о характере изменения скорости в отдельные моменты времени.

Для получения картины истинного изменения скорости промежуток Δt надо выбирать достаточно малым,— таким, чтобы в течение этого промежутка движение можно было с достаточной точностью считать равнопеременным. А это означает, что Δt должно быть таким, чтобы можно было заменить криволинейный участок графика (v, t) отрезком прямой. Принимая такое требование к промежуткам времени, можно дать окончательно такое полное определение тангенциального ускорения, пригодное для всех видов движений:

тангенциальным ускорением называется вектор, определяющий изменение модуля скорости; тангенциальное ускорение всегда направлено по той линии, что и вектор скорости, а его модуль и знак определяются из соотношения

$$a_\tau = \frac{\Delta|\boldsymbol{v}|}{\Delta t}$$

(ср. с определением модуля и знака скорости в § 16).

Отметим еще раз, что при рассмотрении прямолинейных движений $\boldsymbol{a}_\tau = \boldsymbol{a}$. В этом случае можно опускать значок τ и просто говорить о полном ускорении $\boldsymbol{a} = \Delta \boldsymbol{v} / \Delta t$ в этом движении.

Из определения тангенциального ускорения, кроме того, следует, что в криволинейном движении вектор тангенциального ускорения, так же как вектор скорости, направлен по касательной к траектории.

Следует обратить внимание на то, что суждение о модуле и знаке тангенциального ускорения можно составить по графику зависимости скорости от времени. Чем больше ускорение в какой-либо момент времени, тем более круто идет в соответствующей точке кривая графика (v, t).

§ 24. Изменение направления скорости. Нормальное ускорение

Наиболее простой из криволинейных траекторий является окружность. Поэтому для расчета нормального (центростремительного) ускорения рассмотрим случай равномерного движения тела по окружности радиуса R. Допустим, что модуль скорости в этом движении равен v.

Для того чтобы определить изменение направления скорости при прохождении телом какой-то точки A на траектории (рис. 1.68), нужно рассмотреть поведение вектора скорости на малом участке траектории *около* этой точки. Допустим, что в некоторый момент времени t_1 *до* прихода в точку A тело было в точке B и имело скорость $\boldsymbol{v}_1$, показанную на рисунке. В момент t_2 *после* прохождения точки A оно оказалось в точке C и имело скорость $\boldsymbol{v}_2$. Моменты t_1 и t_2 выберем так, чтобы $\Delta t = t_2 - t_1$ было мало, а точки B и C располагались близко к A (при этом хорда BC будет параллельна касательной, проведенной через точку A) [1].

Из рисунка видно, что за время прохождения участка BC радиус-вектор движущейся точки повернулся на угол $\Delta\varphi$ и вместе с ним на такой же угол повернулся вектор скорости. Центральный угол $\Delta\varphi$, опирающийся на дугу BAC, равен (в радианах)

$$\Delta\varphi = \frac{BAC}{R}.$$

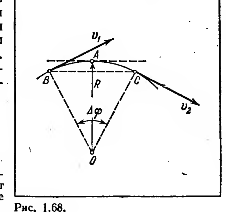


Рис. 1.68.

[1]) В курсе математики показывается, что результат расчета будет таким же и при любом другом выборе положения точек B и C.

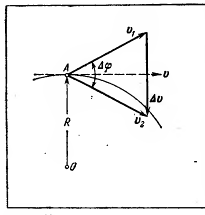


Рис. 1.69.

Так как по условию движение равномерное, то длина дуги $BAC = v\,\Delta t$ и

$$\Delta\varphi = \frac{v\,\Delta t}{R}.$$

Для того чтобы увидеть, что происходит при повороте вектора скорости, перенесем векторы $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ параллельно самим себе в точку A и построим треугольник, показанный на рис. 1.69. Из этого треугольника видно, что для поворота вектора скорости за время Δt оказывается необходимым к вектору $\boldsymbol{v}_1$ добавить некоторый дополнительный вектор $\Delta\boldsymbol{v}$. Этот добавочный вектор приращения скорости $\Delta\boldsymbol{v}$ направлен противоположно радиус-вектору $\boldsymbol{R}$ и одновременно перпендикулярен вектору скорости $\boldsymbol{v}$, которую тело имело в точке A. Следовательно, можно сделать такой вывод:

для поворота вектора скорости на малый угол к нему нужно добавить вектор, перпендикулярный к самому вектору скорости и направленный в сторону вогнутости траектории.

Найдем модуль вектора $\Delta\boldsymbol{v}$. Если угол $\Delta\varphi$ достаточно мал, то его значение в радианах (см. рис. 1.69) определяется следующим образом:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta v}{v}.$$

Сравним это выражение с ранее полученным:

$$\Delta\varphi = \frac{v\,\Delta t}{R}.$$

Приравняв правые части этих двух выражений, получаем

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\,\Delta t}{R}, \quad \text{или} \quad \Delta v = \frac{v^2}{R}\Delta t.$$

Таким образом, мы нашли модуль вектора приращения скорости $\Delta\boldsymbol{v}$, который нужно добавлять к вектору скорости $\boldsymbol{v}$ для изменения его направления.

Мы убедились, что для изменения направления вектора скорости $\boldsymbol{v}$ необходимо добавлять к нему вектор $\Delta\boldsymbol{v}$. Этот вектор приращения скорости $\Delta\boldsymbol{v}$ должен быть перпендикулярен самому вектору скорости $\boldsymbol{v}$ и должен иметь модуль $\Delta v = \frac{v^2}{R}\Delta t$.

Будет правильным, если мы за количественное выражение нормального ускорения a_n, показывающего, как быстро меняется на-

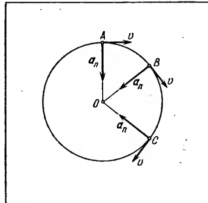


Рис. 1.70.

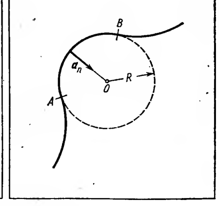


Рис. 1.71.

правление скорости в точке A, примем отношение приращения Δv ко времени Δt:

$$a_n = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}.$$

Итак:

модуль вектора нормального ускорения прямо пропорционален квадрату скорости и обратно пропорционален радиусу окружности.

Из проведенных рассуждений видно, что *нормальное ускорение — вектор*, направленный перпендикулярно вектору скорости в сторону вогнутости траектории (рис. 1.70).

Нетрудно увидеть, что полученные нами выражения для нормального ускорения справедливы не только для движений по окружности, но и для движений по любым криволинейным траекториям. Действительно, для любой кривой линии мы всегда можем построить окружности, соприкасающиеся с этой кривой в любой нужной нам точке (рис. 1.71). Тогда при расчете нормального ускорения мы можем заменить дугу траектории AB соответствующей дугой соприкасающейся окружности, повторить все расчеты и получить то же самое выражение для a_n.

* * *

Еще раз подчеркнем, что оба ускорения, тангенциальное и нормальное, по своей физической природе одинаковы. Оба они выражаются через отношения приращений скорости к приращению времени. Только они выполняют разные служебные обязанности: тангенциальное ускорение изменяет модуль скорости, а нормальное ускорение изменяет ее направление. Одинаковость физической природы означает, что оба ускорения могут вызываться только одинаковыми причинами.

Итак, мы нашли выражения для тангенциального и нормального ускорений, справедливые для движений по любым траекториям,

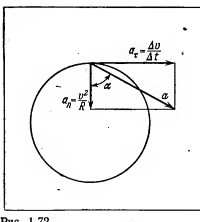


Рис. 1.72.

доказали, что они являются векторами. Этим самым мы доказали, что и *полное ускорение* — тоже *вектор*, потому что оно представляет собой сумму $\boldsymbol{a}_\tau$ и $\boldsymbol{a}_n$ (рис. 1.72):

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n.$$

Допустим, например, что тело движется равноускоренно по окружности радиуса R. Тангенциальное ускорение будет постоянно, направлено по касательной и равно $a_\tau=\Delta v/\Delta t$. Нормальное ускорение направлено к центру окружности и равно $a_n=v^2/R$. Полное ускорение будет вектором, равным сумме векторов $\boldsymbol{a}_\tau$ и $\boldsymbol{a}_n$, направленным под углом α к радиусу. Модуль полного ускорения можно найти по теореме Пифагора:

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}.$$

Угол α, который полное ускорение $\boldsymbol{a}$ составляет с радиус-вектором $\boldsymbol{R}$ движущейся точки, будет определяться уравнением

$$\operatorname{tg}\alpha=a_\tau/a_n.$$

§ 25. Формула скорости равнопеременного движения

Проведем для примера расчет равнопеременного движения. Найдем формулу скорости и закон этого движения. Еще раз заметим, что такое движение может совершаться по любой траектории. Будем считать это движение прямолинейным только для того, чтобы иметь возможность не заниматься вопросом о направлениях векторов и не писать у тангенциального ускорения a_τ значок τ.

В § 23 были приведены два равнозначных определения равнопеременного движения. Для нашего случая прямолинейного движения эти определения можно дать в следующем виде:

равнопеременное движение — движение, в котором модуль скорости за любые равные промежутки времени изменяется на одинаковую величину,

или

равнопеременное движение — движение с постоянным тангенциальным ускорением.

Для отыскания формулы скорости воспользуемся вторым определением. Построим график зависимости ускорения от времени и вспомним, что $a=\Delta v/\Delta t$. Так как по определению a постоянно, то график будет представлять собой прямую, параллельную оси времени (рис. 1.73). Отметим два произвольных момента t_1 и t_2,

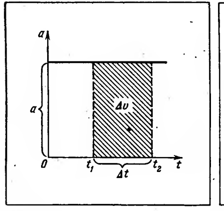


Рис. 1.73.

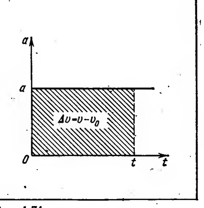


Рис. 1.74.

определяющне промежуток временн Δt. Из формулы для ускорення получаем, что приращение скорости Δv за время Δt равно

$$\Delta v=a\ \Delta t.$$

Как видно нз рис. 1.73, эта велнчнна чнсленио равна площади заштрихованиой фигуры.

Используя это, мы можем найти полное нзменение скоростн за все время движения. Предположим, что начало отсчета временн совпадает с началом движення: $t_0=0$ н начальная скорость при $t_0=0$ равна v_0. Тогда интервал $\Delta t=t—t_0$, соответствующий полному временн движення, будет $\Delta t=t$ (рнс. 1.74). Полное нзменеиие скорости:

$$\Delta v=v—v_0.$$

Так как $\Delta v=a\ \Delta t$, то

$$v—v_0=at,$$

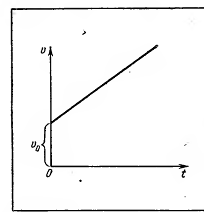
нлн

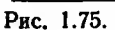
$$v=v_0+at.$$

Это общая формула для расчета скоростн равнопеременного движеиия. Заметим, что в этой формуле v_0 н a — алгебраическне велнчины. Зиаки этих величин завнсят от выбора положительных и отрнцательных направленнй для отсчета длнн путей и от характера движення.

Рассмотрнм наиболее важные и часто встречающнеся частные случан равнопеременного двнжения. При этом открыто покажем знаки всех алгебраическнх велнчнн.

С л у ч а й 1. Пусть начальная скорость v_0 не равна нулю н положительна, ускоренне a также положнтельно. Это — *равноускоренное движение с начальной скоростью*, совершаемое в положнтельном направленнн. Формула скоростн этого движения прн открыто показанных знаках (здесь под v, v_0 и a понимаются модулн




Рис. 1.75.

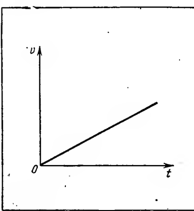


Рис. 1.76.

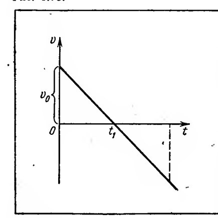


Рис. 1.77.

соответствующих величин):

$$v=v_0+at.$$

График изменения скорости представляет собой прямую, пересекающую ось ординат на высоте v_0 и уходящую в направлении роста положительных значений скорости (рис. 1.75). Угол наклона прямой будет тем больше, чем больше ускорение a.

Случай 2. Пусть начальная скорость v_0 равна нулю, а ускорение a положительно. Это — *равноускоренное движение без начальной скорости*, совершаемое в положительном направлении. Формула скорости этого движения:

$$v=at.$$

График изменения скорости имеет вид прямой, уходящей из начала координат в направлении роста положительных значений скорости (рис. 1.76).

Случай 3. Пусть начальная скорость v_0 не равна нулю и положительна, а ускорение a отрицательно. Для этого случая формула скорости:

$$v=v_0-at,$$

где знак «—» учитывает, что ускорение $\boldsymbol{a}$ направлено противоположно скорости $\boldsymbol{v}_0$. График изменения скорости будет иметь вид, показанный на рис. 1.77. Это случай более сложного движения. Тело при $t_0=0$ имело положительную скорость v_0 и начало двигаться в положительном направлении. До момента $t_1=v_0/a$ скорость постепенно уменьшалась, движение тела было *равнозамедленным*. В момент t_1 тело остановилось и затем начало двигаться с возрастающей

скоростью в обратном направлении. После момента t_1 движение стало *равноускоренным* с отрицательной скоростью.

Как мы увидим дальше, именно так меняются скорости и направления движения тела, брошенного вертикально вверх. Тело сначала поднимается, постепенно уменьшая свою скорость до нуля. Затем начинает падать, двигаясь равноускоренно с тем же ускорением, какое оно имело при подъеме.

Мы рассмотрели несколько частных случаев равнопеременных движений и убедились в том, что при решении практических задач на расчет скоростей требуется очень внимательное отношение к знакам величин, входящих в эти формулы. В зависимости от знаков получаются формулы совершенно разных типов движения.

§ 26. Формула закона равнопеременного движения

Зная формулу скорости равнопеременного движения, можно найти формулу закона этого движения.

Для упрощения допустим, что начало отсчета длин путей на траектории совпадает с начальной точкой движения, т. е. $S_0=0$. Также предположим, что начало отсчета времени совпадает с начальным моментом движения, т. е. $t_0=0$. Будем считать известными и не равными нулю начальную скорость v_0 и ускорение a.

Как было показано в предыдущем параграфе, скорость равнопеременного движения в любой момент времени определяется формулой

$$v=v_0+at.$$

Если для определенности предположить, что ускорение $a>0$, то график скорости будет иметь вид, представленный на рис. 1.78.

В § 19 мы уже убедились в том, что по графику скорости всегда можно найти приращение длины пути ΔS за любое время движения Δt. Для этого необходимо только вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой графика изменения скорости, осями координат и ординатой, соответствующей заданному времени t. В рассматриваемом нами случае эта фигура будет трапецией, основания которой равны конечной и начальной скоростям v и v_0, а высота — времени движения t. Площадь трапеции равна

$$\Delta S=\frac{v_0+v}{2}t.$$

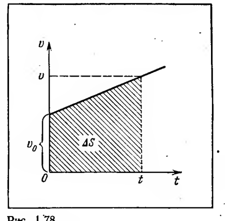


Рис. 1.78.

Если в это выражение подставить значение конечной скорости

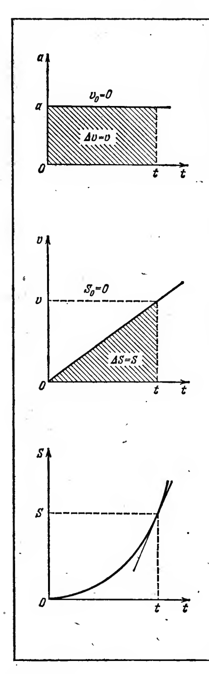


Рис. 1.79.

$v=v_0+at$ и учесть, что $\Delta S=S-S_0$, где $S_0=0$ по условию, то после несложных расчетов легко получить окончательную формулу для закона равнопеременного движения:

$$S=v_0t+\frac{at^2}{2}.$$

Здесь S, v_0 и a — алгебраические величины, знаки которых зависят от выбранных условий отсчета.

Если бы тело начало свое движение не из точки начала отсчета путей, то в эту формулу вошло бы как дополнительное слагаемое S_0 — длина пути до начальной точки движения:

$$S=S_0+v_0t+\frac{at^2}{2}.$$

§ 27. Различные случаи равнопеременных движений

Проведенные расчеты являются примером решения одной из основных задач кинематики, о которых говорилось в § 18. Нам было задано ускорение a, начальное состояние движения, т. е. положение и скорость тела в начальный момент $t_0=0$. По этим данным нужно было определить характер изменения скорости с течением времени и закон движения. Мы убедились в том, что использование определений ускорения, скорости, длины пути действительно позволяет решить эту задачу до конца.

Для того чтобы еще раз наглядно увидеть связи между этими величинами, воспроизведем вместе графики ускорения, скорости и закона движения. Допу-

стим, что начало отсчета длин путей совпадает с начальной точкой движеиия и задан случай равноускоренного движения без начальной скорости, т. е. при $t_0=0$ задано $S_0=0$, $v_0=0$ и $a>0$. Для этого случая

$$S=\frac{at^2}{2}, \quad v=at.$$

Графики всех величии в этом движении приведены на рис. 1.79. Мы видим, что все оии связаиы между собой. Зная характер изме-

ТАБЛИЦА 1

Равнопеременные движения

Общие формулы для всех случаев равнопеременного движения:

$$S=S_0+v_0t+\frac{at^2}{2},\ v=v_0+at.$$

Здесь S_0, v_0, a — алгебраические величины. Их знаки зависят от выбора системы отсчета и от характера двнжения.

Формулы для частных случаев различных движений имеют вид (при открыто показанных знаках всех величин):

Ускорение	Начальные условия при $t_0=0$	Формулы движения
	Равномерное движение	
$a=0$	$S_0=0,\quad v=v_0$	$S=vt,\quad v=v_0$
	Равноускоренное без начальной скорости	
$a>0$	$S_0=0,\quad v_0=0$	$S=\frac{at^2}{2},\quad v=at$
Свободное падение тел		
$a=g>0$	$S_0=0,\quad v_0=0$	$S=\frac{gt^2}{2},\quad v=gt$
	Равноускоренное с начальной скоростью	
$a>0$	$S_0=0,\quad v_0>0$	$S=v_0t+\frac{at^2}{2},\ v=v_0+at$
	Равнозамедленное до момента $t_1=v_0/a$	
$a<0$	$S_0=0,\quad v_0>0$	$S=v_0t-\frac{at^2}{2},\ v=v_0-at$
Движение тела, брошениого вверх		
$a=g<0$	$S_0=0,\quad v_0>0$	$S=v_0t-\frac{gt^2}{2},\ v=v_0-gt$

нения одной из величин, всегда можно найтн все остальные. Еслн, например, нзвестен график ускорення, то можио по площади фнгуры, ограиичениой лннией этого графнка, иайтн скорости для любого момеита времени t. Затем по площади фигуры, ограннченной лнннией графнка скоростн, можно найти длнну путн для любого момента временн t н закон двнжеиня.

И иаоборот, еслн нзвестен закон двнження, то по углу иаклона касательных на графнке (S, t) можно проследнть нзменення скорости с теченнем временн. Затем по углам иаклона касательных на графике скорости можио иайти зиачения ускоренні для любых моментов времени.

Полученные нами формулы завнсимости длнны пути и скорости от временн для равиопеременного двнження:

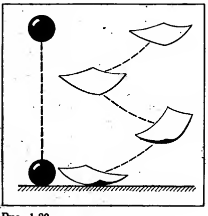
$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad v = v_0 + at$$

являются общимн н включают в себя все частные случан движения (в том чнсле н равномерное движеиие). Поэтому вначале прн решеннн практнческнх задач целесообразно нспользовать этн формулы в таком общем внде н только затем, учнтывая начальные условия, получать частные расчетные формулы.

Заметим также, что прн решеннн задач нногда все-такн оказывается удобнее и нагляднее показывать зиаки всех велнчнн открыто. В табл. 1 показаио, как измеияется внд этнх формул в завнснмости от заданных условий.

§ 28. Свободное падение тел. Закон Галилея

Известно, что все тела, предоставленные самнм себе, падают на Землю. Тела, брошеиные вверх, возвращаются на Землю. Мы говорнм, что это паденне происходнт вследствне прнтяжения Земли. Это всеобщее явленне, и уже поэтому нзученне законов свободного падення тел только под действнем прнтяжеиня Землн представляет особый ннтерес. Однако повседневные иаблюдення показывают, что в обычных условиях тела падают по-разному. Тяжелый шар падает быстро, легкнй лнст бумагн падает медленно н по сложной траекторнн (рнс. 1.80).



Рнс. 1.80.

Характер двнження, скорость и ускореине падающих тел в обычных условнях оказываются зависящнмн от тяжести тел, нх размеров н формы. Опыты гово-

рят о том, что эти различия обусловлены действием воздуха на движущиеся тела. Это сопротивление воздуха используется и практически, например при прыжках с парашютом. Падение парашютиста до и после раскрытия парашюта носит разный характер. Раскрытие парашюта изменяет характер движения, меняются скорость и ускорение парашютиста.

Само собой понятно, что такие движения тел нельзя называть свободным падением под действием одного только земного притяжения. Если мы хотим изучить свободное падение тел, то должны или полностью освободиться от действия воздуха, или хотя бы как-то уравнять влияние формы и размеров тел на их движение.

Первым пришел к этой мысли великий итальянский ученый Галилео Галилей. В 1583 г. он провел в г. Пизе первые наблюдения за особенностями свободного падения тяжелых шаров одинакового диаметра, исследовал законы движения тел по наклонной плоскости и движения тел, брошенных под углом к горизонту.

Результаты этих наблюдений и позволили Галилею открыть один из важнейших законов современной механики, который носит название *закона Галилея*:

все тела под действием земного притяжения падают на Землю с одинаковым ускорением.

В справедливости закона Галилея можно наглядно убедиться на простом опыте. Поместим в длинную стеклянную трубку несколько тяжелых дробинок, легкие перышки и кусочки бумаги. Если поставить эту трубку вертикально, то все эти предметы будут падать в ней по-разному. Если откачать из трубки воздух, то при повторении опыта эти же тела будут падать совершенно одинаково.

В свободном падении все тела вблизи поверхности Земли движутся равноускоренно. Если, например, сделать ряд моментальных снимков падающего шарика через равные промежутки времени, то по расстояниям между последовательными положениями шарика можно определить, что движение действительно было равноускоренным. Измеряя эти расстояния, также легко рассчитать и числовое значение ускорения свободного падения, которое принято обозначать буквой g.

В различных точках земного шара числовое значение ускорения свободного падения g неодинаково. Оно изменяется примерно от g=9,83 м/с^2 на полюсе до g=9,78 м/с^2 на экваторе. Условно значение g=9,8 м/с^2 принимается за «нормальное» значение ускорения свободного падения. Это значение мы и будем использовать при решении практических задач. Для грубых расчетов иногда будем брать значение $g\approx$10 м/с^2, специально оговаривая это в начале решения задачи.

Значение закона Галилея очень велико. Он выражает одно из важнейших свойств материи, позволяет понять и объяснить многие особенности строения нашей Вселенной.

Закон Галилея под названием *принципа эквивалентности* вошел в фундамент общей теории всемирного тяготения (гравитации), которая была создана А. Эйнштейном в начале нашего века. Эту теорию Эйнштейн назвал общей теорией относительности.

О важности закона Галилея говорит также и то, что равенство ускорений в падении тел проверяется непрерывно и со все возрастающей точностью в течение почти четырехсот лет. Последние наиболее известные измерения принадлежат венгерскому ученому Этвешу и советскому физику В. Б. Брагинскому. Этвеш в 1912 г. проверил равенство ускорений свободного падения с точностью до восьмого знака за запятой. В. Б. Брагинский в 1970—1971 гг., используя современную электронную аппаратуру, проверил справедливость закона Галилея с точностью до двенадцатого знака за запятой при определении числового значения g.

§ 29. Два примера свободного падения тел

Учитывая, что с задачами на расчет движения тел под действием земного притяжения часто приходится встречаться на практике, рассмотрим два простых примера.

П р и м е р 1. Тело находилось на высоте H (рис. 1.81). Определить, через какое время оно упадет на Землю и какую скорость будет иметь в момент падения. Начальная скорость была равна нулю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Рассмотрим движение тела относительно Земли. Тело при падении будет двигаться по вертикали прямолинейно и равноускоренно по общему закону $S=v_0t+at^2/2$ с ускорением $a=g$, направленным вниз. Длины путей будем отсчитывать от точки начала падения, а направление вниз будем считать положительным. Время будем отсчитывать от момента начала падения.

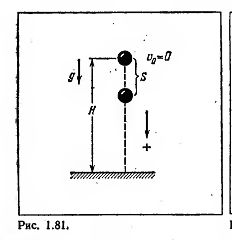


Рис. 1.81.

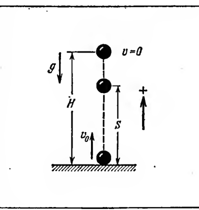


Рис. 1.82.

В соответствии с выбором начала отсчета длин путей и начальными условиями в начальный момент $t_0=0$ будет $S_0=0$, $v_0=0$. Закон движения и формула скорости будут иметь вид:

$$S=\frac{gt^2}{2}, \quad v=gt.$$

Условие падения на Землю будет

$$S=H.$$

Решение системы трех уравнений позволяет найти время падения: $t=\sqrt{2H/g}$ и скорость в момент падения: $v=\sqrt{2gH}$.

П р и м е р 2. Тело было брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0 (рис. 1.82). Определить: наибольшую высоту подъема и время подъема; время, когда тело будет на некоторой заданной высоте h; время, через которое тело упадет на Землю, и скорость в момент падения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Будем рассматривать движение тела относительно Земли. Тело будет двигаться прямолинейно по вертикали. Движение будет равнопеременным по общему закону $S=v_0t+at^2/2$ со скоростью $v=v_0+at$. Ускорение движения будет равно g и направлено вниз. Движение будет замедленное в начале и ускоренное в конце. На наибольшей высоте подъема вертикальная скорость тела обратится в нуль.

В задаче требуется рассмотреть состояния движения в трех разных положениях, значит, придется проводить три варианта конечных решений.

Для решения задачи условимся отсчитывать длины пути от точки бросания тела и считать положительным направление вверх. Пуск секундомера совместим с моментом бросания тела.

В соответствии с выбранным началом отсчета длин путей и начальными условиями в начальный момент $t_0=0$ будет $S_0=0$, $v_0>0$. Ускорение во все время движения $a=-g$, фактическое время движения будет равно показаниям секундомера t.

Закон движения и формула скорости при указанных начальных условиях будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} S&=v_0t-\frac{gt^2}{2} \\ v&=v_0-gt \end{aligned}\right| \quad \begin{gathered}\text{Неизвестные}\\ S,\ v,\ t\end{gathered}$$

Эти уравнения будут справедливы во все время движения. Но имеется только два уравнения для отыскания трех неизвестных. Для отыскания недостающего третьего уравнения придется рассмотреть в соответствии с условием задачи три различных случая.

С л у ч а й 1. Тело достигло наибольшей высоты H. В этот момент, как это следует из анализа задачи, $S=H$, и условием подъема тела на наибольшую высоту будет

$$v=0.$$

Таким образом, полная система уравиеиий для этого случая:

$$\left.\begin{array}{l} S=v_0t-\frac{gt^2}{2} \\ v=v_0-gt \\ v=0 \end{array}\right| \begin{array}{c}\text{Неизвестные} \\ S,\ v,\ t\end{array}$$

Разрешая эту систему и подставляя в уравиеиия $S=H$, иайдем время подъема иа иаибольшую высоту:

$$t=\frac{v_0}{g}$$

и наибольшую высоту подъема:

$$H=\frac{v_0^2}{2g}.$$

Случай 2. Тело оказалось иа задаииой высоте h. Условием нахождеиия тела иа задаииой высоте будет уравиеиие $S=h$, и полиая система уравиеиий для этого случая будет:

$$\left.\begin{array}{l} S=v_0t-\frac{gt^2}{2} \\ v=v_0-gt \\ S=h \end{array}\right| \begin{array}{c}\text{Неизвестные} \\ S,\ v,\ t\end{array}$$

Разрешая эту систему, иаходим время, когда тело достигнет заданной высоты:

$$t_{1,2}=\frac{v_0}{g}\pm\frac{1}{g}\sqrt{v_0^2-2gh}$$

и скорость тела в этот момеит:

$$v_{1,2}=\pm\sqrt{v_0^2-2gh}.$$

Мы видим, что иа каждой промежуточиой высоте тело бывает дважды: первый раз во время подъема (t_1) и второй — во время спуска (t_2). В эти момеиты скорости одинаковы по модулю, ио различны по направлеиию: во время подъема скорость иаправлеиа вверх ($v_1>0$), а во время спуска — вииз ($v_2<0$).

Случай 3. Падеиие тела иа Землю. Уравиеиие, выражающее условие иахождеиия тела иа Земле, будет $S=0$. Полная система уравиеиий для этого случая имеет вид:

$$\left.\begin{array}{l} S=v_0t-\frac{gt^2}{2} \\ v=v_0-gt \\ S=0 \end{array}\right| \begin{array}{c}\text{Неизвестные} \\ S,\ v,\ t\end{array}$$

Решая систему, находим:

$$v_0t-\frac{gt^2}{2}=0,\quad \text{или}\quad t\left(v_0-\frac{gt}{2}\right)=0:$$

Корни этого уравнения

$$t_н = 0, \quad t_к = \frac{2v_0}{g};$$

и соответственно:

$$v_н = v_0, \quad v_к = -v_0.$$

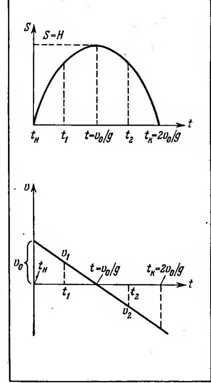


Рис. 1.83.

Закон движения и условие нахождения тела на Земле правильно указали два момента времени: в первый раз тело было на Земле, когда его бросали, и во второй раз — когда оно упало. Заметим, что полное время движения тела оказалось в два раза больше времени подъема тела на наибольшую высоту. Другими словами, время подъема оказалось равным времени спуска. При спуске тело в обратном порядке повторило то же самое движение, которое оно совершило при подъеме. Поэтому неудивительно, что в момент падения скорость тела v равна по модулю начальной скорости, но направлена вниз ($v < 0$).

Все решение задачи также может быть полностью проведено графически. На рис. 1.83 приведены графики закона движения и зависимости скорости от времени. На графиках отмечены положения тела, соответствующие всем трем случаям. Сопоставляя данные графиков с алгебраическими решениями, легко убедиться в справедливости всех ранее сделанных выводов.

При разборе обоих примеров была использована та последовательность действий, которая была разобрана в § 20. Целесообразно сопоставить ход рассуждений при разборе этих примеров с общим порядком действий, справедливым для решения всех задач кинематики.

§ 30. Принцип независимого сложения движений

Вернемся еще раз к §§ 7 и 17. Там было показано, что для перемещения, скорости и ускорения справедливы правила векторного сложения. Имея в виду эту справедливость векторного сложения, мы говорим, что для механических движений справедлив *принцип независимого сложения*. Этот принцип гласит, что отдельные движения,

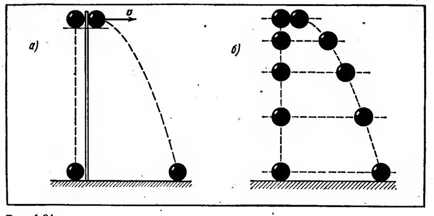


Рис. 1.84.

в которых участвует тело в данной системе отсчета, не влияют друг на друга, что всегда любое движение можно представить как сумму других независимых движений.

В правильности такого утверждения мы можем убедиться на простых опытах. Два шарика начинают одновременно падать с одной и той же высоты (рис. 1.84, *а*). Одному из них сообщим некоторую начальную горизонтальную скорость v. Послушаем звук от ударов шариков о пол в момент падения. Сколько бы раз мы ни повторяли опыты, мы всегда будем слышать, что оба шарика ударяются о пол одновременно.

Если сделать серию мгновенных фотографий шариков во время их падения, то можно получить картину, приведенную на рис. 1.84, *б*. На нем хорошо видно, что в любой момент времени оба шарика находятся на одной и той же высоте. Следовательно, появление горизонтальной скорости у одного из шариков никак не сказывается на характере его движения по вертикали. Шарик просто добавляет к своему ускоренному движению по вертикали второе независимое равномерное движение по горизонтали. Происходит сложение двух независимых движений, в результате чего второй шарик начинает совершать сложное неравномерное криволинейное движение по параболе.

Итак:

отдельные движения, в которых одновременно участвует тело в данной системе отсчета, не влияют друг на друга, и все величины, характеризующие эти движения, складываются как независимые.

Основываясь на этом принципе, мы можем не только рассчитать результат сложения нескольких движений, в которых участвует данное тело, но и разложить любое заданное движение на несколько более простых движений. Это значительно упрощает решение многих механических задач. Ясно, что при таком разложении движения

мы должны определять составные части перемещений, скоростей и ускорений по правилам векторного сложения и вычитания.

Впервые принцип независимого сложения движений был сформулирован Галилео Галилеем и использован им для решения ряда практических задач.

§ 31°. Расчет криволинейного движения по координатам

Допустим, что требуется рассчитать какое-то сложное криволинейное движение. Расчет этого движения, как правило, оказывается математически очень сложным, а порой и просто невозможным.

Принцип независимого сложения в этом случае дает единственное средство для решения такой задачи. Он, как мы отметили в предыдущем параграфе, дает возможность рассматривать отдельные составные части любого движения независимо друг от друга. Например, он позволяет любое перемещение, скорость и ускорение разлагать на несколько составляющих векторов, направления которых можно выбирать произвольно.

Предположим, что у тела в какой-то момент времени была скорость $\boldsymbol{v}$ (рис. 1.85). Ее можно заменить двумя скоростями $\boldsymbol{v}_г$ и $\boldsymbol{v}_в$ и сказать, что тело *одновременно* совершало два движения: одно по горизонтали со скоростью $\boldsymbol{v}_г$, а другое — по вертикали со скоростью $\boldsymbol{v}_в$. Скорости (а значит, перемещения и ускорения) для всех последующих моментов времени тоже можно заменить горизонтальными и вертикальными составляющими этих скоростей. Другими словами, принцип независимого сложения движений позволяет заменить рассмотрение одного сложного криволинейного движения, происходящего в заданной системе отсчета, рассмотрением двух

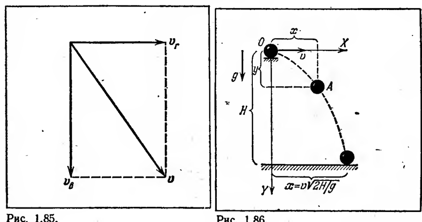


Рис. 1.85. Рис. 1.86.

нёзависнмых более простых движенний, происходящих по двум разным направлениям в той же системе отсчета.

Эта возможность используется в методе коордннат. С этим методом вы уже знакомились при изучении предыдущнх параграфов. Для примера рассмотрим одну нз практически важных задач о движенни тела, брошенного горизонтально и падающего на Землю. Именно эту задачу впервые решил Галилей, когда он открыл закон незавнсимого сложения движений.

Итак, некоторому телу, находящемуся на высоте H, была сообщена начальная горизонтальная скорость v. После этого тело получнло возможность свободно падать на Землю. Необходимо определить, когда н где тело упадет на Землю. Сопротнвление воздуха не учнтывать.

Будем рассматрнвать двнженне тела относнтельно Землн. Это будет неравномерное крнволинейное двнженне, которое в целом рассчнтать трудно. Поэтому, пользуясь принципом незавнсимого сложения, разложнм это движение на два незавнсимых прямолинейных двнження: по горнзонталн и по вертикали. Двнженне по горнзонталн будет равномерным со скоростью v, а двнжение по вертнкалн будет равноускоренным без начальной скорости ($v_0=0$) (рис. 1.86).

Начало счета длин путей для обоих двнженнй выберем в точке бросання н будем счнтать положительнымн направлення: вправо для горнзонтального двнжения и вннз — для вертнкального. Начало отсчета времен будем счнтать совпадающнм с моментом бросання.

Для расчетов возьмем декартову систему коордннат. Совместим начало коордннат с точкой начала отсчета длин путей. Ось X расположнм горнзонтально, а ось Y вертнкально, как показано на рис. 1.86. Тогда коордннаты тела x н y будут просто равны длннам путей для горнзонтального н вертнкального движенн̆ соответственно.

В начальный момент времени $t_0=0$:

для движення по горнзонталн — начальное положенне $x_0=0$, начальная скорость $v_0=v$, ускоренне $a=0$;

для двнжения по вертнкалн — начальное положенне $y_0=0$, начальная скорость $v_0=0$, ускоренне $a=+g$.

Прн этнх начальных условиях формулы закона двнжения прнмут внд:

$x=vt$ — горизонтальное равномерное двнженне,

$y=\frac{gt^2}{2}$ — вертикальное равноускоренное двнжение.

Эти уравнення позволяют определнть коордннаты падающего тела для любого момента временн. По ннм легко затем находится и положение тела A на траектории для этого момента.

Для определення временн и места падения к этим уравненням необходимо добавнть третье уравнение, выражающее условие падения. В момент падення коорднната y должна стать равной высоте H, с которой падало тело, т. е. $y=H$. Подставляя это значенне y

в первые два уравнения, можно найти, что время падения:

$$t=\sqrt{2H/g},$$

а расстояние до точки падения по горизонтали:

$$x=v\sqrt{2H/g}.$$

Знание законов изменения координат тела с течением времени позволяет рассчитать и траекторию тела. Действительно, выразим время движения через x:

$$t=x/v$$

и подставим это значение в уравнение для y. Получим

$$y=\frac{g}{2v^2}x^2.$$

Это уравнение дает нам связь между координатами движущегося тела, справедливую для всех моментов движения тела, а по определению это и есть уравнение траектории. Оно указывает нам все те точки, в которых побывало тело во время движения. Полученное нами уравнение показывает, что тело двигалось по параболе, вершина которой находится в точке бросания.

Таким образом, мы убедились в том, что использование метода координат действительно значительно упрощает решение задач о криволинейных движениях, позволяет заменить их решение решением нескольких задач о прямолинейном движении. При этом мы получаем возможность полностью использовать тот порядок действий, который был нами найден ранее для прямолинейных движений.

§ 32. Правила перехода от одной системы отсчета к другой. Преобразования Галилея

Мы научились рассчитывать движения в какой-то одной заданной или выбранной нами системе отсчета. Однако на практике бывает необходимо уметь перейти от одной системы отсчета к другой.

Рассмотрим несколько примеров.

Два корабля находятся в области течения Гольфстрим. Один из кораблей терпит бедствие и дрейфует, второй должен прийти ему на помощь. Штурман и командир второго корабля знают координаты обоих кораблей относительно Земли и скорость течения. Они должны рассчитать направление и время движения своего судна до встречи с первым. Это удобнее сделать в системе отсчета, связанной с движущейся водой. Но для этого они должны суметь определить по заданному (относительно Земли) расположению кораблей их расположение относительно движущейся воды для любого момента времени, т. е. они при расчетах должны перейти из одной системы отсчета в другую.

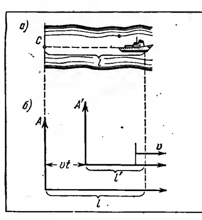


Рис. 1.87.

Опытный вод итель автомашины при маневрнрова иии в большом потоке машнн иа улице больше следнт за тем, как другие машины движутся относительно иего, а ие отиосительио Землн, т. е. он умеет переходнть из одной снстемы отсчета в другую.

Одной из трудных задач для космонавта Леонова прн первом его выходе в открытый космос было заставнть себя ие видеть двнжения отиоснтельно Земли, а рассчитывать свон движеиия только отиосительио космнческого корабля.

Для любого спортсмена, желающего стать мастером фигуриого катаиия илн гнмнастнкн, особенио важио ие только овладеиие техиикой упражненнй, но и выработка умения вндеть и чувствовать свон движеиия в снстеме отсчета, связаиной со своим телом, а ие с Землей, т. е. умеиня переходить из одиой системы отсчета в другую.

Умеиие рассчнтывать двнжение в разных системах отсчета необходнмо также при конструировании машин.

Найдем правила перехода из одной системы отсчета в другую для какого-лнбо простейшего случая.

Допустнм, что пароход, вышедшнй из пункта C, плывет вниз по течению рекн (рис. 1.87, *а*). Скорость течеиия v известна. За время t пароход переместился относнтельио пункта C иа расстояиие l. Определить, какое расстоянне l' ои прошел отиоснтельно воды? Какова скорость парохода относнтельио Землн и относительио воды?

Прежде всего отметим, что в условни прнведены даниые, относящнеся к двум разным снстемам отсчета. Расстоянне l, пройдеииое пароходом, даио для снстемы отсчета A, иеподвижно связанной с Землей (рнс. 1.87, *б*). Необходимо определнть расстояние l', пройденное в другой системе A', связаиной с движущейся водой. Требуется также найтн скорость парохода в обеих снстемах отсчета: относительно Землн и относнтельио воды. Причем в обенх системах начало отсчета временн совпадает с началом наблюдеиня за движеннямн.

Для ответа иа первый вопрос задачн заметим, что двнжущаяся система A' за время t пройдет относнтельно Земли расстояиие, равное vt.

Как вндно из рнс. 1.87, *б*, расстояння l и l' связаиы между собой простым соотношением: $l=l'+vt$. Отсюда можно получить выраженне для l':

$$l'=l-vt.$$

Это соотношение носит название *преобразования Галилея*. Оно гласит:

расстояние, пройденное телом в равномерно и прямолинейно движущейся системе отсчета, равно расстоянию, пройденному телом в неподвижной системе, минус произведение скорости движущейся системы на время движения.

Так как скорость течения и скорость парохода относительно воды направлены по одной прямой, преобразование Галилея позволяет найти соотношение между ними. Если обозначить скорость движения парохода относительно Земли через w, а относительно воды — через u, то закон движения парохода относительно Земли: $l=wt$, а относительно воды: $l'=ut$. Подставляя эти выражения в уравнение $l=l'+vt$, получим

$$w=u+v.$$

Отсюда простым преобразованием получается выражение для скорости парохода в движущейся системе отсчета:

$$u=w-v.$$

Итак:

скорость тела в равномерно и прямолинейно движущейся системе отсчета равна скорости тела в неподвижной системе отсчета минус скорость движущейся системы.

Из преобразований Галилея следует еще один важный вывод: *во всех системах отсчета, равномерно и прямолинейно движущихся друг относительно друга, ускорения движущегося тела одинаковы.*

Действительно, пусть пароход относительно Земли движется равноускоренно с ускорением $a=\Delta w/\Delta t$. По условию скорость воды постоянна. Для определения ускорения парохода относительно воды $a'=\Delta u/\Delta t$ нужно, пользуясь формулой $u=w-v$, найти приращение Δu. Получаем $a'=\Delta u/\Delta t=\Delta(w-v)/\Delta t$. Так как $v=\text{const}$, $\Delta v=0$, то

$$a'=\Delta u/\Delta t=\Delta w/\Delta t=a.$$

Этот вывод мы используем в динамике при рассмотрении принципа относительности.

Отметим отдельно одно молчаливое допущение, которое мы сделали при выводе формул преобразований Галилея. В § 2 было специально указано на то, что часы и линейки при наблюдении механических движений должны быть обязательно неподвижны относительно системы отсчета. У нас две системы. Значит, должны быть два комплекта

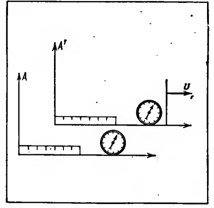


Рис. 1.88.

часов и линеек. Первый комплект должен располагаться неподвижно относительно Земли, второй — двигаться вместе с водой со скоростью v (рис. 1.88). В наших расчетах мы пользовались только *одним временем* t и предполагали, что все расстояния измеряются также *в одном масштабе*. Другими словами, мы предполагали, что неподвижные и движущиеся часы ходят одинаково, а измерительные линейки в обеих системах имеют одинаковый масштаб.

Это очень важное допущение, которое требует дополнительной проверки и доказательства, о чем будет рассказано в § 35. Сейчас пока отметим, что это допущение справедливо только для не очень быстрых движений.

§ 33. Поступательное и вращательное движения твердого тела

В § 3 мы условились ограничиться описанием поведения *только одной точки*, произвольно выбранной на движущемся теле. И потом, рассматривая траекторию, скорость, ускорение и другие величины, мы рассчитывали их для этой одной, выбранной нами точки тела, т. е. мы построили кинематику *точки*. Однако несмотря на это, очень часто говорилось о траектории движения *тела*, о скорости движения *тела* и т. д. Поэтому необходимо выяснить: когда мы вправе, зная величины, относящиеся к одной точке, говорить о движении тела в целом; когда знание движения одной точки позволяет знать и движение всех остальных точек тела.

Вообще говоря, при движении твердого тела разные его точки совершают различные движения. Но оказывается, что всегда можно любое такое произвольное движение тела представить как сумму более простых движений. Одним из таких простых движений является *поступательное движение*.

Понаблюдайте в школьной мастерской или во время экскурсии на завод за тем, как движется стол строгального станка или суппорт токарного станка. Вы увидите, что все точки стола движутся по одинаковым параллельиым траекториям. Скорости всех точек стола одинаковы по модулю и направлеиию. Если мысленно провести на таком столе прямую, то легко обнаружить, что она во все времена движения остается параллельной самой себе.

Вспомните, как движутся подвесиые кабины иа вертикальном колесе обозрения в парке культуры и отдыха. Легко обнаружить, что все точки этих кабин движутся во время вращения колеса по одинаковым траекториям. Любая прямая, проведенная в кабине во время движеиия, остается параллельной самой себе (рис. 1.89). Итак:

поступательным движением называется такое движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, остается параллельной самой себе.

При поступательном движеиии все точки тела движутся одинаково (рис. 1.90). Поэтому при поступательном движеиии тела знание движения какой-нибудь одной его точки сразу дает полную картину

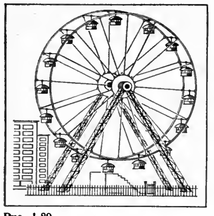


Рис. 1.89.

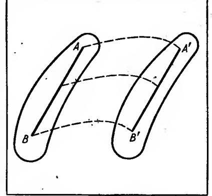


Рис. 1.90.

движения всех остальных точек. Все это дает право не строить какой-то новой кинематики поступательного движения твердого тела, а использовать все то, что было найдено раньше для описания движения одной точки. Поэтому в механике под траекторией, перемещением, скоростью, ускорением тела в *поступательном движении* понимают траекторию, перемещение, скорость, ускорение *какой-либо одной, произвольно выбранной точки этого тела*.

Другим простым видом движения твердого тела является *вращательное движение*. Его можно определить следующим образом: *вращательным движением называется такое движение, при котором все точки тела движутся по концентрическим окружностям, а все центры этих окружностей лежат на одной прямой, называемой осью вращения*.

Посмотрим сверху на точки тела, лежащие в одной плоскости, перпендикулярной оси вращения (рис. 1.91). Мы увидим, что при вращении различные точки тела движутся по-разному. Их траектории, скорости, ускорения неодинаковы. Знание движения одной из них не позволяет увидеть всех особенностей движения остальных точек. Поэтому полученные нами характеристики движения одной точки нельзя использовать при описании вращательного движения тела. Нужно искать какие-то другие величины и другие способы описания вращательного движения. Эти величины должны давать сведения о поведении всех точек вращающегося тела. Такую задачу мы будем решать несколько позже.

Можно доказать теорему о том, что *любое сложное движение твердого тела можно представить как сумму двух независимых движений: поступательного и вращательного* [1]).

Покажем справедливость этой теоремы на простом примере. Допустим, что некоторое тело за какое-то время переместилось

[1]) Напомним, что еще в начале книги мы условились рассматривать движения, происходящие в одной плоскости.

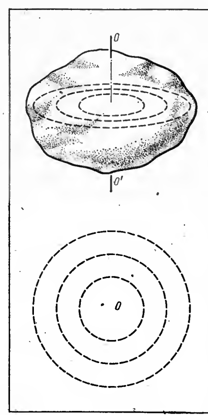


Рис. 1.91.

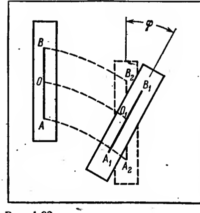


Рис. 1.92.

из положения AB в положение A_1B_1 (рис. 1.92). Это сложное перемещение можно разделить на два последовательных простых движения. Сначала произведем поступательное перемещение тела так, чтобы какая-нибудь произвольная точка O перешла в конечное положение O_1. В результате такого перемещения тело займет промежуточное положение A_2B_2. Затем повернем тело вокруг точки O_1 на такой угол φ, чтобы оно заняло конечное положение A_1B_1. Конечный результат таких двух движений одинаков с результатом одного сложного движения, совершенного телом в действительности.

Именно справедливость этой теоремы позволяет нам при рассмотрении сложных движений выделить ту их часть, которая соответствует поступательным движениям, и рассчитывать их так, как мы это делали с движением отдельной точки. При расчете, например, движения поезда или автомобиля следует иметь в виду только поступательное движение и не обращать внимание на то, что на закруглениях пути вагоны поезда и автомобиль совершают небольшие вращения. Эти вращения в случае необходимости могут быть рассчитаны отдельно и независимо от поступательных движений.

§ 34. Некоторые вопросы измерений. Системы единиц

Все полученные нами формулы (так же как и формулы любого физического закона) дают количественные связи между различными физическими ве-

личинами. Все онн справедливы только при правильном выборе единиц и способов измереиия отдельиых физических величии.

Первое требование к выбору единиц состоит в том, чтобы едииицы всех величии, входящих в какую-нибудь формулу, были *согласованы* между собой. Например, необходимо по формуле равномерного движеиия $S=vt$ определить в километрах расстояиие, пройдеииое телом за 2 ч. При этом известио, что скорость тела $v=10$ м/с. Для времеии выбраиа едииица — час, для расстояния — километр, для скорости — метр в секунду. Единнцы не согласованы между собой. Подстаиовка в формулу даиных в условии чисел даст иелепый результат и иичего ие скажет о расстояини, пройдеиием телом. Только после того, как едииица скорости будет согласоваиа с остальиыми и скорость будет выражеиа в километрах в час ($v=36$ км/ч), формула даст правильиое расстояиие $S=72$ км.

Теория ие запрещает использовать самые разиообразные едииицы. Их выбор целиком определяется иуждами и требоваииями практики. Например, при расчете движеиия транспорта удобио длины измерять в километрах, время в часах, скорости в километрах в час. В физике часто пользуются единицами: метр, секунда и метр в секуиду (или саитиметр, секунда и саитиметр в секунду). В астроиомии для измереиия расстояиий в качестве едииицы длины применяют световой год и т. д. Но в любом из этих случаев при проведеиии расчетов все величииы обязательио должиы согласовываться между собой.

Измереиие любой физической величины состоит в сравнеиии ее с некоторым эталоиом. Результат такого сравиеиия дает числовое зиачеиие этой величииы. Например, для того чтобы узнать длииу какого-иибудь предмета, прикладывают к нему лииейку — эталон длины. Таким образом, казалось бы, иадо иметь для каждой физической величииы свои эталоиы. Для каждой из них должиы быть свои способы сравиеиия этой величииы с эталоиами. Другими словами, иадо бы нметь миожество самых разнообразных эталоиов. Но каждый эталои можио сделать только с какой-то определеииой точиостью. Числовые зиачеиия величин, получаемые с помощью независнмых эталоиов, трудио было бы согласовать между собой. Это усложиило бы все формулы закоиов. Поэтому *второе требование* к выбору едииц состоит в том, чтобы при любых измереииях можио было обойтись *наименьшим* количеством эталоиов.

Для того чтобы обеспечить выполиеиие этих двух требоваиий, в физике примеияют так называемые *системы единиц*.

Итак:

системой единиц называется совокупность согласованных между собой единиц физических величин.

Каждая из систем включает в себя едииицы *основные* и *производные*.

Основными единицами называются такие единицы физических величин, для которых установлены эталоны. Измереиие таких величии производится иепосредствеиным сравиеиием с эталоиами.

В кинематике к числу основных единиц относятся единицы длины и времени. Для измерений длины имеется эталонный метр, для измерений времени — эталонные часы.

Производными единицами называются такие единицы физических величин, которые определяются через основные единицы с помощью физических законов и соотношений.

Для производных единиц самостоятельных эталонов нет. Они определяются косвенно — путем расчета по формулам. В кинематике производными единицами являются единицы скорости и ускорения. Единицу скорости определяют из формулы закона равномерного движения $S=vt$, единицу ускорения — из формулы скорости равнопеременного движения $v=at$.

В механике мы будем применять две системы единиц: международную систему СИ и абсолютную систему СГС.

Основные единицы системы СИ: единица длины — метр (м); единица времени — секунда (с); единица массы — килограмм (кг) [1].

Производные единицы этой системы: скорость — метр в секунду (м/с); ускорение — метр на секунду в квадрате (м/с²).

Основные единицы системы СГС: единица длины — сантиметр (см); единица времени — секунда (с); единица массы —грамм (г).

Производные единицы этой системы: единица скорости — сантиметр в секунду (см/с); единица ускорения — сантиметр на секунду в квадрате (см/с²).

При решении практических задач перед началом числового расчета необходимо приводить значения всех величин к единицам *одной* из этих систем. Выбор той или иной системы всегда определяется соображениями удобства и целесообразности.

§ 35°. Кинематика движения тел с большими скоростями

Читатель мог заметить, что начиная с § 2, мы неоднократно напоминали, что при рассмотрении любых механических движений часы и линейки должны быть неподвижны относительно системы отсчета, в которой наблюдается движение.

Точно так же, начиная с § 7, мы делали оговорки о том, что ряд результатов, касающихся сложения движений, справедлив для движений с не очень большими скоростями. При этом не было дано никаких объяснений о смысле этих требований, не указывалось, что значит не очень большие скорости.

Теперь, когда мы ознакомились со всем, что необходимо для описания движения, можно ответить на вопросы о том, почему наши измерительные приборы должны быть неподвижны в системе отсчета и что значит не очень большие скорости.

---

[1] Прн рассмотренин электромагнитных, тепловых и световых явлений в снстеме СИ вводятся еще четыре основные едннцы: ампер, кандела, кельвнн, моль.

Прежде всего попробуем разобраться в том, почему измерительные приборы должны быть неподвижны в системе отсчета?

Ответ на этот вопрос дает один важный и интересный опыт, который был проведен осенью 1972 г. На одном из аэродромов в два самолета одновременно сели два физика с точными современными атомными часами. Третьи часы оставались на аэродроме. Все часы перед вылетом были сверены. Самолеты одновременно поднялись в воздух и на высоте 10 км полетели со скоростью 1000 км/ч, один — на запад, другой — на восток. Самолеты совершили кругосветное путешествие и через двое суток сели на тот же аэродром. После посадки часы были снова сверены. При этом оказалось, что часы, которые летели на восток (по направлению вращения Земли), за время кругосветного путешествия отстали от земных часов на шесть стомиллионных долей секунды. Другие часы, которые летели на запад (против вращения Земли), убежали вперед на двадцать семь стомиллионных долей секунды. Таким образом, оказалось, что часы, двигающиеся по-разному, ходят неодинаково.

Для того чтобы разобраться в результатах опыта, посмотрим на наши часы глазами наблюдателя с какой-либо далекой звезды. Относительно этой звезды часы, оставшиеся на аэродроме, двигались вместе с земной поверхностью, участвовали в суточном вращении Земли и имели в этом суточном движении скорость около 2000 км/ч. Часы, летевшие на восток, добавили к скорости суточного движения еще 1000 км/ч и стали идти медленнее. У часов, летевших на запад, скорость движения стала на 1000 км/ч меньше, чем у земных, и они пошли быстрее.

Этот опыт показал, что *часы идут тем медленнее, чем больше скорость, с которой они движутся относительно системы отсчета, связанной с далекими звездами.*

Полное объяснение этому удивительному явлению дается в теории относительности, созданной А. Эйнштейном в 1905 г.

Теория относительности указывает, что в разных системах отсчета, равномерно и прямолинейно движущихся относительно далеких звезд, время течет по-разному. Чем больше скорость такой системы отсчета, тем медленнее в ней должно идти время. Величина замедления зависит от отношения скорости движения системы v к скорости светового сигнала c. (Скорость световых сигналов равна примерно 300 000 км/с.)

Теория также указывает, что в таких системах отсчета должно одновременно происходить сокращение линейных размеров всех предметов и эталонов длины в направлении движения системы. Величина такого сокращения тоже зависит от отношения v/c [1]).

Существование замедления времени и сокращения линейных размеров тел полностью объясняет наше требование о неподвижно-

[1]) Отметим, что в рассмотренном опыте часы на самолетах двигались относительно звезд не прямолинейно и на них действовало притяжение Земли. Это несколько усложняет расчет, но не искажает самой сути явления замедления хода времени.

сти линеек и часов. Действительно, поскольку неподвижные и движущиеся часы ходят по-разному, то сопоставлять или складывать их показания без специальных расчетов уже нельзя.

Эти же явления позволяют ответить и на вопрос о том, что понимать под не очень большими скоростями. Так как замедление времени зависит от отношения v/c, то под не очень большими скоростями мы должны понимать скорости, которые малы по сравнению с 300 000 км/с. При этом все искажения, вносимые изменением хода времени и длин линеек, будут исчезающе малыми, и мы сможем их не учитывать.

Так же можно предугадать, что при больших скоростях (близких к 300 000 км/с) правила перехода из одной системы отсчета в другую будут носить более сложный характер, чем для медленных движений. Действительно, если вместе с движущимся предметом заставить двигаться часы, то любое изменение скорости этого предмета всегда будет сопровождаться и изменением хода часов, которое придется учитывать при расчетах самих изменений скорости.

§ 36. Краткие сведения из истории

Появление и развитие механики, как и всех других наук, неразрывно связано с деятельностью и практическими потребностями человеческого общества.

Создание в древние времена первых орудий труда, первых примитивных построек, необходимость передвижения явились источником и средством накопления начального опыта и развития первых представлений о простейших видах механического движения.

В эпоху Возрождения развитие ремесел, торговли, мореплавания и военного дела потребовало уточнения представлений о неравномерных и криволинейных движениях, заставило искать законы, управляющие этими движениями. Вместе с возникновением городов, созданием крупных построек, развитием ремесла и родилась механика как самостоятельная наука о движении тел.

В конце XV в. Леонардо да Винчи (1452—1519) — гениальный художник, ученый и инженер определяет главные требования к постановке физических опытов как основы науки. Он проводит первые опыты по исследованию свободного падения тяжелых тел.

Во второй половине XVI в. великий итальянский ученый, основатель научной механики Галилео Галилей (1564—1642) впервые вводит представление о равномерном движении, понятие скорости и ускорения в прямолинейном движении, экспериментально устанавливает количественный закон падения тел в вакууме. В это же время Галилей открывает закон независимого сложения движений. Пользуясь этим законом, он доказывает, что снаряды после выстрела в безвоздушном пространстве должны двигаться по параболе.

Величайшей заслугой Галилея является также открытие законов перехода от одной системы отсчета к другой и закона инерции, с которым мы ознакомимся позже.

В XVII—XVIII вв. техника мануфактурного производства потребовала внимательного рассмотрения вращательного движения и движения протяженных твердых тел.

В 1673 г. голландский ученый Христиан Гюйгенс создает первую теорию движения точки по окружности, вводит понятие нормального (центростремительного) ускорения и дает правильную формулу для его расчета.

Вслед за этим Исаак Ньютон вводит понятие полного ускорения и использует его в своих расчетах по механике.

В 1765 г. петербургский академик Леонард Эйлер в своей работе «Теория движения твердых тел» впервые разрабатывает все основные понятия и методы кинематики твердого тела.

Под влиянием запросов машинной техники и необходимости исследований передачи движений в механизмах в первой половине XIX в. возникла потребность выделения кинематики в самостоятельный раздел механики. На целесообразность такого выделения указал в 1834 г. французский физик Андре Ампер, который предложил и само название «кинематика».

Дальнейшее развитие кинематики неразрывно связано с важнейшими исследованиями русского ученого, академика О. И. Сомова. В 1872 г. О. И. Сомов в своей книге «Курс механики» впервые ввел и подробно развил широко применяемый теперь метод векторных расчетов и метод криволинейных координат.

На рубеже XIX и XX вв. в связи с рассмотрением движения все более сложных объектов происходит разделение кинематики на ряд самостоятельных частей.

Выдающийся русский ученый Н. Е. Жуковский в 1876 г. в своей работе «Кинематика жидкого тела» полностью осуществляет выделение кинематики движения жидкости в самостоятельную науку.

Трудами П. Л. Чебышева, Н. Е. Жуковского, Н. И. Мерцалова и других создается самостоятельная наука — кинематика механизмов и машин.

В это же время развиваются как самостоятельные науки кинематика упругого тела, кинематика быстрых движений, скорости которых сравнимы со скоростью света, и др.

Мы познакомились только с простейшими основными понятиями и методами кинематики. Убедились в том, что кинематика, несмотря на свою древнюю историю, сегодня развивается и совершенствуется, давая нам возможность подходить к пониманию особенностей все более и более сложных движений не только одного тела, но и систем многих тел.



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

В кинематике мы научились давать полное описание движения в любой системе отсчета. Теперь можно поставить вопрос о том, когда, при каких условиях могут возникать или изменяться движения тел. Ответ на этот вопрос и составляет содержание следующего раздела механики, который получил название динамики.

Как показывают опыт и практика, никакое движение само по себе возникнуть не может. Всегда появление и изменение движения тела оказываются связанными с влиянием на него окружающих тел. Поэтому для отыскания причин, вызывающих движение, нужно научиться правильно характеризовать эти влияния.

Прежде всего необходимо решить вопрос о выборе системы отсчета. Из кинематики известно, что одно и то же тело может совершать разные движения в разных системах отсчета. В одной системе его движение может быть простым, в другой — сложным и запутанным. В одной системе можно легко проследить все влияния окружающих предметов на тело, в другой это весьма трудно.

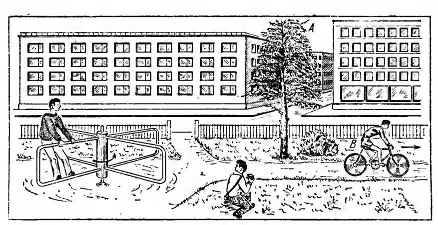


Рис. 2.1.

Например, мы хотим изучить движения тел на поверхности Земли. Один наблюдатель (рис. 2.1) решил рассмотреть движения дерева A и велосипедиста B в системе отсчета, связанной с Землей; другой — в системе, связанной с вращающейся каруселью. Первый наблюдатель увидит велосипедиста движущимся прямолинейно и равномерно, а дерево — неподвижно стоящим на Земле. Наблюдателю легко увидеть те причины и условия, которые обусловливают покой дерева и простое прямолинейное движение велосипедиста. В системе отсчета второго наблюдателя дерево A будет двигаться по окружности, а велосипедист B будет совершать очень сложное криволинейное неравномерное движение (рис. 2.2). Объяснить причины появления этих сложных движений для второго наблюдателя очень трудно.

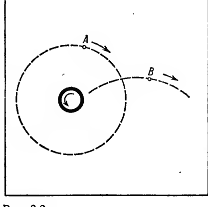


Рис. 2.2.

Таким образом, неудачный выбор системы отсчета затрудняет отыскание причин, влияющих на характер движения [1]). Для решения задач динамики мы должны научиться находить такие системы отсчета, в которых можно было бы легко проследить влияние окружающих тел на движение данного тела.

§ 37. Выбор системы отсчета. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета

Допустим, что нам удалось какое-то тело освободить от всяких влияний других тел. Допустим также, что мы нашли такую систему отсчета, в которой это тело находится в покое или движется прямолинейно и равномерно. Очевидно, такая система будет самой удобной для отыскания причин, вызывающих движение, и самой лучшей для решения задач динамики. Поэтому нашу задачу можно поставить так: найти хотя бы одну действительно существующую систему отсчета, в которой тело, освобожденное от всяких внешних влияний (уединенное тело), находилось бы в состоянии покоя или сохраняло бы состояние равномерного прямолинейного движения.

---

[1]) Кстати, пример с вращающейся каруселью является не таким уж нелепым, как это может показаться с первого взгляда. Наша Земля, совершающая вращение вокруг своей оси, тоже является своеобразной каруселью. В течение многих тысячелетий с этой карусели люди наблюдали за поведением Солнца, Луны и звезд, видели их движения на небосводе и не могли найти причины сложности этих движений.

Теоретически заранее указать систему отсчета, обладающую такими свойствами, нельзя. Отыскать такую систему с помощью одноразового прямого опыта тоже нельзя, так как невозможно заранее указать, какие тела и как действуют на данное тело и что нужно сделать для освобождения его от этих действий. Так же принципиально нельзя устранить и тело отсчета, относительно которого наблюдается данное движение. Для того чтобы проверить, как в любой данной системе могло бы вести себя уединенное тело, необходимо поставить *ряд последовательных опытов* по наблюдению за движением тела при постепенно уменьшающемся влиянии других тел.

В практической деятельности чаще всего приходится рассчитывать движение тел относительно поверхности Земли. Поэтому сначала проверим с помощью опытов, как могло бы вести себя уединенное тело в системе отсчета, связанной с Землей.

При постановке этих опытов надо считаться с тем, что нельзя освободиться от притяжения Земли. Оно заставляет все тела падать по вертикали равноускоренно. Однако принцип независимого сложения движений позволяет обойти эту трудность. Он дает возможность рассматривать особенности движений по горизонтали и не учитывать при этом притяжения Земли.

Из повседневной жизни мы знаем, что если телу сообщена какая-либо горизонтальная скорость, то оно может продолжать свое движение в течение некоторого времени. Водитель автомашины и машинист поезда используют это для движения на горизонтальных участках пути при выключенном двигателе (на накате). Именно потому, что нужно уметь вовремя «погасить» скорость такого движения «по инерции», водители должны проявлять особую заботу о тормозных устройствах.

Для того чтобы остановить движение современного самолета при посадке, приходится помимо обычных тормозов на колесах при-

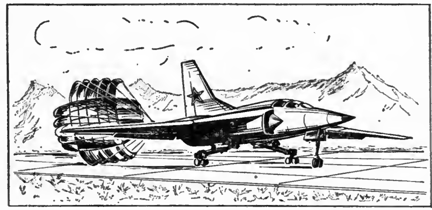


Рис. 2.3.

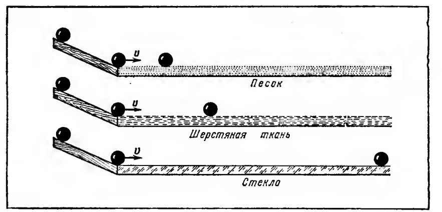


Рис. 2.4.

менять специальные тормозные парашюты (рис. 2.3). Любое тело, получившее какую-либо горизонтальную скорость относительно Земли, сохраняет ее, и для его остановки каждый раз мы должны затрачивать какое-то усилие.

Уже все эти факты позволяют нам предполагать, что любое тело, освобожденное от внешних воздействий, могло бы сохранять относительно Земли состояние покоя или равномерного прямолинейного движения по горизонтали.

Справедливость такого предположения мы можем подтвердить рядом простых опытов со скатыванием шарика с горки (рис. 2.4). Допустим, что шарик, приобретя после скатывания некоторую скорость v, попадает на горизонтальную дорожку. Пусть в первый раз это шероховатая дорожка, посыпанная песком, в другой раз — дорожка, покрытая шерстяной тканью, в третий раз — дорожка из полированного гладкого стекла.

Мы можем обнаружить, что передвижение какого-либо предмета по этим дорожкам требует разных усилий. Это убеждает нас, что влияние поверхностей дорожек на движение тела должно быть различным.

Наблюдая за движением шарика, легко определить, что он после скатывания с горки на первой дорожке очень быстро остановится, пройдя малое расстояние. На второй дорожке шарик пройдет большее расстояние, на третьей — еще большее. Если бы шарику была предоставлена, например, возможность двигаться по дорожке на воздушной подушке, то расстояние, пройденное им, стало бы еще больше, а его движение — более равномерным.

Таким образом, последовательность этих опытов показывает, что

при непрерывном уменьшении влияния окружающих тел горизонтальное движение любого тела относительно Земли неограниченно приближается к равномерному прямолинейному движению.

Примерно такая же последовательность опытов, но только, конечно, более тщательных, была проведена Галилео Галилеем. Эти опыты и позволили Галилею впервые сформулировать свой знаменитый *закон инерции* [1]):

тела, свободные от внешних воздействий, сохраняют состояние покоя или равномерного прямолинейного движения относительно Земли.

Впоследствии великий английский физик Исаак Ньютон включил этот закон в число общих законов движения, поэтому закон инерции часто называют *первым законом Ньютона.*

Отметим еще раз, что первый закон Ньютона определяет одно из важнейших свойств системы отсчета, связанной с Землей. Именно это свойство позволит нам в дальнейшем проследить причины и условия изменений движения различных тел относительно Земли.

Все системы отсчета, для которых выполняется первый закон Ньютона, получили название инерциальных систем.

Мы можем сказать, что Земля — инерциальная система отсчета, причем не единственная. Таких систем множество.

Понятно, что наши рассуждения не могут рассматриваться как полное доказательство справедливости закона инерции для всех движений относительно Земли. Полное доказательство мы получаем только при бесчисленных приложениях этого закона к решению практических задач. Всегда результаты расчетов, основанных на этом законе, полностью оправдываются на опыте.

Обратим внимание на то, что опыты Галилея и приведенные примеры относились только к таким движениям, которые происходили в течение не очень длительного времени и на не очень больших расстояниях на поверхности Земли. Другими словами, инерциальность системы отсчета «Земля» обоснована нами только с известной точностью и только для указанных ограниченных интервалов времени и расстояний. Именно поэтому, когда возникает необходимость, например, определить характер движения воздуха в циклонах и антициклонах, особенности океанских течений, рассчитать движение баллистической ракеты, обнаруживается, что систему отсчета «Земля» можно считать инерциальной только приближенно. В этих случаях мы должны считаться с вращательным движением Земли и особо учитывать возникающие из-за него изменения в движении тел.

Для всех движений, наблюдаемых на Земле и в Солнечной системе, в точности инерциальной является система, связанная с Солнцем и далекими звездами.

Для всех движений, которые мы будем дальше рассматривать, указанные нарушения инерциальности системы отсчета «Земля»

---

[1]) Закон получил такое название потому, что само движение какого-либо тела без действия других тел называют движением по инерции (латинское слово inertia означает бездеятельность).

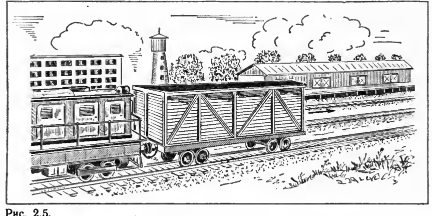


Рис. 2.5.

очень малы. Они никак не будут сказываться на результатах и справедливости наших рассуждений. Поэтому будем считать первый закон Ньютона строго выполняющимся в системе отсчета, связанной с Землей.

§ 38. Особенности действия окружающих тел

Знание свойств системы отсчета «Земля» позволяет приступить к отысканию причин и условий появления и изменения движений.

В начале главы уже было отмечено, что главную роль в этом играют влияния окружающих тел. Об этом же говорят и примеры торможения тел, рассмотренные в предыдущем параграфе.

Если на Земле требуется вывести из состояния покоя какое-нибудь тело, то на него надо обязательно подействовать каким-то другим телом. Так, железнодорожный вагон начнет двигаться только

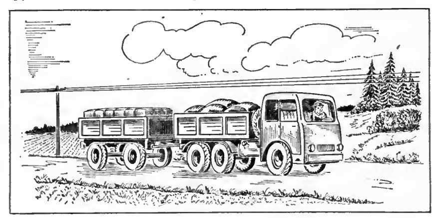


Рис. 2.6.

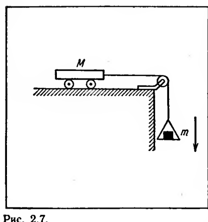


Рис. 2.7.

тогда, когда тепловоз станет его тянуть или толкать (рис. 2.5). Прицеп автомобиля начнет двигаться только тогда, когда его будет тянуть автомобиль (рис. 2.6). Рабочие части любого станка придут в движение только после того, как на них подействует мотор привода. Футбольный мяч изменит состояние покоя или движения только при ударе ноги футболиста.

Эти примеры из окружающей жизни показывают, что изменения в состоянии движения тел вызываются только действиями на них других тел.

Это можно увидеть и на таком простом опыте. Тележка M неподвижно стоит на горизонтальных рельсах (рис. 2.7). Прикрепим к ней нить, на другом конце которой привязан груз m. Груз может опускаться под действием земного притяжения. Как только груз m начнет опускаться, тележка M за счет действия натянутой нити придет в движение и будет двигаться с возрастающей скоростью. Если изменить величину груза, то изменится и движение тележки. При увеличении груза скорость тележки будет возрастать быстрее, а при уменьшении — медленнее.

Рассмотрим другой опыт. Заставим стальной шарик катиться с какой-то скоростью по гладкому стеклу. Когда рядом нет никаких предметов, движение шарика будет близко к равномерному прямолинейному. Если же сбоку, недалеко от траектории его движения, положить сильный магнит, то шарик около магнита начнет двигаться криволинейно (рис. 2.8). Действие магнита вызывает изменение направления скорости шарика.

Все эти опыты и наблюдения позволяют утверждать, что под действием окружающих тел могут происходить изменения состояния движения данного тела. Действия окружающих тел могут изменять *модуль* и *направление* скорости данного тела.

Возникает вопрос, по какому закону изменяется скорость при постоянном внешнем воздействии окружающих тел. Ответ заранее угадать нельзя. Его можно получить только из опыта. Обратимся к нашему опыту с тележкой. Так как притяжение Земли и груз m остаются неизменными, можно считать действие натянутой нити на тележку также неизменным во все время движения тележки. Отмечая положения тележки через равные промежутки времени и измеряя расстояния, пройденные ею, можно найти закон ее движения и по этому закону определить характер зависимости скорости от времени. Такой опыт показывает, что при неизменном и направленном по движению внешнем воздействии одного тела на другое воз-

ннкает равнопеременное двнже-нне, графнк скоростн которого представлен на рнс. 2.9.

Можно поставить другой опыт, в котором за счет внешннх воздействнй изменялось бы только направленне скоростн. Такой опыт показывает, что прн нензменном внешнем воздействнн, перпендикулярном направленню двнження, пронсходят повороты вектора скорости на равные углы за равные промежутки временн.

Многократное повторенне этнх опытов всегда приводит к однем н тем же результатам.

Возннкновенне равнопеременного двнжения в первом опыте позволяет утверждать, что действне ннти создает тангенцнальное ускоренне. Во втором опыте внешнее воздействие (магннт) создает нормальное ускоренне, постоянное по модулю.

Таким образом, мы получнлн однн нз важнейшнх для механнкн экспериментальных результатов:

действия окружающих тел создают ускорения и этим меняют состояние движения данного тела (модуль и направление его скорости).

Этнм экспернментальным результатом определяется содержанне одного из основных законов механнки.

Действительно, допустим, что в первом опыте мы получнли бы не равнопеременное двнженне, а какое-то более сложное, напрнмер такое, для которого график скорости имел бы внд, представленный на рис. 2.10. Тогда мы должны были бы сказать, что нензменное натяженне нити создает не ускорення, а

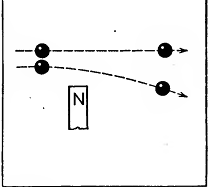


Рис. 2.8.

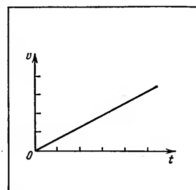


Рис. 2.9.

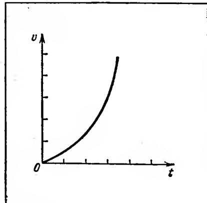


Рис. 2.10.

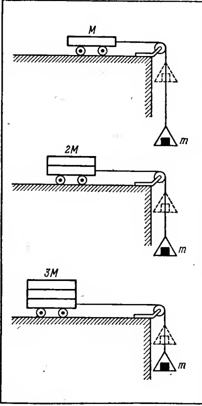


Рис. 2.11.

изменения ускорений. При таком результате опыта мы должны были бы в кинематике ввести новую величину, характеризующую изменения ускорения, и совсем по-другому построить всю динамику.

§ 39. Влияние собственных свойств тела на его ускорение

Для того чтобы выяснить, как могут сказываться на движении собственные свойства тела, возьмем не одно, а несколько различных тел. Будем подвергать их одинаковым внешним воздействиям и измерять возникающие при этом ускорения.

Простые наблюдения показывают, что при одинаковых внешних воздействиях у различных тел могут возникать разные по модулю ускорения. Например, при одинаковой работе мотора тяжело нагруженный автомобиль будет набирать скорость значительно дольше, чем ненагруженный. Спортсмен, прилагая одинаковые усилия во время броска, может сообщить бо́льшую скорость легкому копью и намного меньшую — тяжелому ядру.

Такое влияние собственных свойств тел на возникающие ускорения можно проследить и на опыте с тележкой, подобным тому, который рассматривался в § 38. Возьмем тележку и несколько одинаковых брусков, сделанных из одного и того же материала (из железа, дерева и т. д.). Тележку соединим нитью с грузом m, как показано на рис. 2.11. Система (тележка и груз) будет приводиться в движение за счет одного и того же притяжения Земли, действующего на груз m. Пустая тележка за время опыта успеет набрать большую скорость. При заданном внешнем воздействии возникнут сравнительно большие ускорения. Если тележку нагрузить одним, двумя, тремя брусками, то можно убедиться, что она тем медленнее набирает скорость, чем больше нагрузка на нее.

Таким образом:

при заданных внешних воздействиях ускорение зависит от собственных свойств движущегося тела.

Эта способность тел влиять на ускорения называется *инертностью* тел.

Опыт с брусками показывает также, что инертность тел из одинакового материала тем больше, чем больше такого материала содержится в этих телах. Это важное обстоятельство мы рассмотрим позже, а сейчас только отметим, что оно широко используется в практике.

§ 40°. Влияние скорости движения тела на его ускорение

В последние годы XIX в. Анри Беккерель, Пьер Кюри и Мария Склодовская-Кюри открыли и впервые исследовали новое физическое явление, получившее название радиоактивности. Явление радиоактивности состоит в том, что такие вещества, как уран, радий, торий и другие, подобные им, непрерывно испускают мощное излучение. В составе этого излучения имеются быстрые электроны и ядра атомов газа гелия. Это открытие положило начало созданию современных представлений о строении ядра атома, подготовило возникновение современной атомной энергетики, открыло новую страницу в развитии физики и современной техники.

Исследования особенностей поведения быстрых электронов, испускаемых при радиоактивном распаде урана, принесли и новые открытия в механике. Эти исследования обнаружили совершенно новое явление, неизвестное до тех пор. Оказалось, что ускорения, получаемые электроном, зависят не только от действия окружающих тел, но и от состояния движения самого электрона (от его скорости).

Такая важная зависимость была обнаружена при изучении траекторий движения электронов в постоянных магнитных и электрических полях. Магнитное поле искривляет траекторию движения электронов (рис. 2.12), сообщает им нормальные ускорения, которые могут быть заранее вычислены. Результаты расчетов хорошо совпадают с данными опыта только для тех случаев, когда скорости электронов не очень велики. Но электроны, выбрасываемые при радиоактивном распаде, имеют скорости свыше 150 000 км/с. Оказалось, что результаты расчетов для движений с такими большими скоростями не совпадают с результатами опыта.

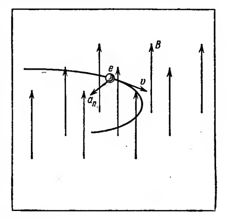


Рис. 2.12.

Опыт показал, что при одном и том же действии магнитного

поля нормальные ускорения a_n становятся тем меньше, чем больше скорость движущегося электрона. Было установлено, что нормальное ускорение убывает по закону

$$a_n \sim \sqrt{1-(v/c)^2},$$

где v — скорость электрона, а c=300 000 км/с — скорость светового сигнала.

Электрическое поле может изменять не только направление, но и модуль скорости электрона. Опыты показали, что и тангенциальное ускорение a_τ, возникающее при неизменном действии электрического поля, тоже убывает с ростом скорости электрона. Замечательным оказалось и то, что тангенциальное ускорение убывает значительно быстрее, чем нормальное. Измерения показали, что тангенциальное ускорение изменяется по закону

$$a_\tau \sim [1-(v/c)^2]^{3/2} = [1-(v/c)^2]\sqrt{1-(v/c)^2}.$$

Объяснение этим удивительным явлениям было дано Эйнштейном в теории относительности. Эйнштейн также показал, что такая зависимость ускорения от скорости движения является общей для тел любой природы.

Таким образом, в дальнейшем мы должны будем учитывать два новых экспериментальных результата:

при заданных внешних воздействиях ускорение зависит от скорости движения тела; при увеличении скорости тела тангенциальное ускорение убывает быстрее, чем нормальное ускорение.

Отметим также, что эта зависимость ускорений от скорости тела становится заметной при скоростях, близких к 300 000 км/с. При таких движениях земных тел, с которыми будем иметь дело мы, эта зависимость практически не проявляется. Но, например, при создании современных ускорителей заряженных частиц эту зависимость необходимо учитывать. Приходится специально изменять режимы работы ускорителя, обеспечивать возрастание действия магнитных и электрических полей так, чтобы частицы могли разгоняться до скоростей, близких к 300 000 км/с.

§ 41. Двусторонний характер действия тел

До сих пор мы следили за особенностями движения только одного тела и выясняли, что может влиять на его движение. Опыт показал, что ускорение тела может возникнуть только в результате действия каких-либо других тел. Но мы оставили без внимания вопрос о том, что же будет происходить с этими другими телами во время их действия на наше пробное тело.

Рассмотрим несколько примеров.

Пытаясь сдвинуть с места какой-либо тяжелый предмет, человек испытывает на себе его ответное действие. Если предмет достаточно тяжелый, а опора, на которой стоит человек, скользкая, то

вместо предмета начнет двигаться он сам за счет этого ответного действия.

Когда один из двух товарищей на катке будет пытаться толчком руки заставить двигаться другого, то сам обязательно будет откатываться назад (конечно, коньки у обоих должны стоять параллельно направлению толчка). При этом, кто бы из них ни толкал, ускорения и противоположно направленные скорости получат оба (рис. 2.13).



Рис. 2.13.

Подобный опыт можно повторить и в комнате. Пусть два человека встанут на одинаковые тележки, которые могут легко двигаться по полу, и начнут перетягивать веревку. Кто бы из них ни выбирал веревку, двигаться навстречу друг другу будут оба участника опыта. Если при этом они имеют одинаковый вес, то тележки обязательно встретятся на середине первоначального расстояния между ними (рис. 2.14).

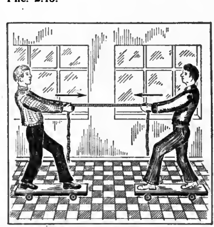


Рис. 2.14.

Такие же результаты можно наблюдать, если заставить взаимодействовать две магнитные стрелки, прикрепленные к плавающим на воде пробкам. Когда они находятся недалеко друг от друга и взаимодействие стрелок достаточно велико, то пробки движутся навстречу друг другу. Если обе пробки и стрелки одинаковы, то их перемещения и скорости будут равны по модулю и противоположны по направлению (рис. 2.15).

Эти примеры говорят о том, что все действия тел друг на друга являются *двусторонними* и носят характер *взаимодействий*. Нельзя обнаружить такого случая, чтобы какое-то тело действовало на другое и не испытывало бы при этом ответного действия.

Кроме того, последние два опыта позволяют высказать еще одно важное предположение о том, что *действия тел друг на друга должны быть количественно равны*. В этих опытах в результате взаимодействия одинаковых тел возникли движения с равными по модулю скоростями.

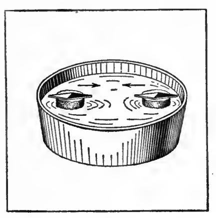


Рис. 2.15.

Правильиость такого предположеиия подтверждают и другие опыты.

Два *одинаковых* упругих шарика *I* и *II* подвешеиы рядом на нитях (рис. 2.16). Шарик *I* отклоняют и отпускают. При ударе ои приводит в движеиие шарик *II*. После удара нить шарика *II* отклоняется на такой же угол, на какой была виачале отклоиеиа иить шарика *I*. Шарик *I* после удара остаиовится. Затем все явление повторится в обратном порядке.

При первом ударе *I* шарик подействовал иа *II* и вызвал его движение. Шарик *II* оказал ответиое действие и погасил движеиие *I*. При втором ударе действующим оказался шарик *II*. В этом ударе он передал такое же движение шарику *I*. Если бы действие шарика *I* не было бы равно противодействию шарика *II*, то мы, коиечио, не могли бы получить повтореиия движения шариков.

Между двумя *одинаковыми* тележками иаходится сжатая пружина (рис. 2.17). Если дать пружине возможиость расправиться, то тележки под действием пружииы приобретут равные, ио противоположно направлеииые скорости и откатятся на одииаковые расстояиия.

Если две *одинаковые* тележки с малеиькими электрическими лебедками соединить нитью, то при работе лебедок тележки начнут двигаться навстречу друг другу. При этом они встретятся в точке, соответствующей середине начального расстояиия между ними.

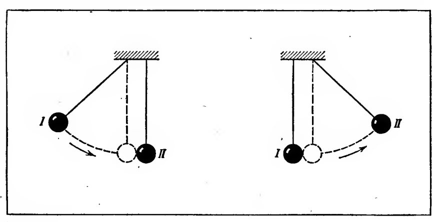


Рис. 2.16.

Другими словами, возникающие движения тележек будут одинаковы. Результат опыта всегда будет одним и тем же независимо от того, работает ли лебедка одной тележки или работают обе лебедки вместе.

Таким образом, можем считать доказанными следующие важные положения:

все действия, которые могут вызывать движения, являются двусторонними, носят характер взаимодействий тел; при любом действии одного тела на другое возникает одновременное, равное по модулю и противоположное по направлению ответное действие второго тела на первое.

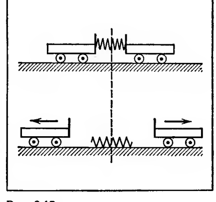


Рис. 2.17.

Очень часто этот результат опыта выражают в другой более краткой форме:

всякому действию есть равное и противоположно направленное противодействие.

Полученный нами результат составляет физическое содержание *третьего закона Ньютона* и лежит в основе всех механических расчетов.

§ 42°. Взаимодействия тел и невозможность создания вечного двигателя

Заключение о том, что все действия тел друг на друга должны быть взаимными, двусторонними, можно вывести из более общих для всей физики принципов.

В течение многих веков, сначала потому, что не были открыты основные законы физики, а затем многие люди, в силу незнания этих законов, пытались изобрести вечный двигатель, т. е. изобрести такую машину, которая бы могла вечно создавать нужные движения из ничего, без всяких затрат.

Первый из достоверно известных нам проектов относится к XIV в. Особенно сильно возросло количество предлагавшихся проектов в XVI—XVII вв., т. е. в то время, когда начало развиваться машинное производство. Несмотря на все остроумие замыслов, ни один из этих двигателей не мог работать: или он вообще оставался неподвижен, или же прекращал свою работу через непродолжительное время.

Учитывая полную безнадежность многовековых попыток создания вечного двигателя, французская Академия наук в 1775 г. при-



Рис. 2.18.

нимает решение, в котором отказывается дальше рассматривать проекты таких двигателей. Академия объявляет идею вечного двигателя неосуществимой. Формула «создать вечный двигатель невозможно» стала выражением одного из самых главных законов природы. Изобретатели вечных двигателей, подающие свои проекты и до сих пор, неподвижностью своих машин повседневно подтверждают справедливость этого Великого закона природы.

Этот закон очень часто служил единственной путеводной звездой в исследовании новых явлений природы. В частности, он помог Галилею в исследовании движения тел по наклонной плоскости, помог современным ученым разобраться в особенностях движения электронов в атомах и помогает понять законы существования и превращения элементарных частиц и особенности ядерных реакций.

Несогласие с этим законом какого-либо результата теоретических рассуждений всегда являлось и является самым надежным основанием для признания этого результата неправильным.

Попробуем применить этот закон к нашему случаю.

Допустим, что у нас имеется тело, обладающее чудесной способностью действовать на другие тела и не испытывать с их стороны обратного, равного по модулю противодействия. Если только мы допустим, что такое тело может существовать, то сейчас же откроется возможность создания большого количества вечных двигателей.

Пусть у нас имеется тяжелое колесо, которое может действовать на другие тела любым способом (хотя бы трением обода о прикасающееся тело). Допустим, что при этом свойства колеса таковы, что другие тела на него не оказывают ответного действия. Можно такое колесо заранее раскрутить и пристроить его на какую-нибудь коляску (рис. 2.18). Легко придумать простое приспособление, которое позволяло бы прикасаться этому колесу к барабану, укрепленному на оси задних колес коляски. По нашему желанию это колесо, прикасаясь к барабану, действовало бы на него и заставляло бы двигаться коляску вперед. Колесо, по нашему предположению, не испытывает ответного воздействия барабана, поэтому его движение не должно изменяться. Сколько бы времени колесо ни двигало коляску вперед, в его собственном движении все оставалось бы неизменным. Мы могли бы его использовать вечно для движения коляски в нужное нам время.

Таким образом, наше чудесное колесо позволило бы: ездить всю жизнь на машине без горючего, без всяких затрат; неограниченно

долго создавать нужные нам движения из ничего. Другими словами, у нас получился бы настоящий вечный двигатель.

Если попробовать сделать такой двигатель на самом деле, из любого материала, то он в лучшем случае легкую коляску подвинет на несколько метров и остановится (вспомните игрушки — самолеты и автомобили с инерционными двигателями). Остановится он потому, что любой вращающийся диск, действуя на колеса, всегда будет испытывать с их стороны ответное, встречное и равное противодействие, которое будет останавливать его собственное движение. Каждое тело может создать движение другого тела только за счет расходования, уничтожения собственного движения.

Итак, мы допустили, что в природе могут быть такие случаи, когда действию одного тела нет ответного противодействия другого тела. В результате мы пришли в непримиримое противоречие с одним из основных законов природы. Сразу открылась возможность создания вечного двигателя. Следовательно, наше начальное допущение неверно и должно быть отброшено.

Наши рассуждения вновь подтверждают, что все действия тел друг на друга носят обоюдный характер, характер взаимодействий. Для действия каждого тела всегда есть равное и прямо противоположное противодействие другого тела.

§ 43. Итоги основных опытов и наблюдений

В предыдущих параграфах последовательно были рассмотрены опыты и наблюдения, которые позволили определить все условия, влияющие на изменения движений тел.

Основные результаты этих опытов, как мы видели состоят, в следующем:

1. В системе отсчета «Земля» тела, свободные от внешних воздействий, сохраняют состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Этот результат был получен путем постановки экспериментов с постепенно уменьшающимся действием окружающих тел на данное. Он определяет собой свойства выбранной инерциальной системы отсчета.

2. Действия окружающих тел могут вызывать ускорения в движении данного тела. От этих действий зависят модули и направления ускорений.

3. При заданных внешних воздействиях ускорения зависят от собственных инертных свойств движущегося тела.

4. При заданных внешних воздействиях ускорения зависят от скорости движения тела. Одно и то же действие на тело при малых скоростях вызывает большее ускорение, при бо́льших скоростях — меньшее. С ростом скорости тангенциальное ускорение уменьшается быстрее, чем нормальное. Эта зависимость ускорений от состояния движения тела заметно сказывается только при скоростях, близких к 300 000 км/с.

5. Действия тел друг на друга носят характер взаимодействий. Всякому действию всегда есть равное и противоположно направленное противодействие.

6. Все тела под действием земного притяжения падают на Землю с одинаковым ускорением.

Эти шесть важнейших результатов опытов и наблюдений составляют физическое содержание основных законов динамики. Для того чтобы этим законам придать количественную форму, необходимо прежде всего научиться количественно характеризовать взаимодействия тел и их инертные свойства. Для этого требуется введение новых величин. Для этих величин должны быть найдены такие способы измерения, при которых каждую величину можно было бы определять независимо от другой. Решению этой задачи и посвящены следующие параграфы книги.

§ 44. Как количественно определить действия тел друг на друга? Сила

Прежде всего найдем величину, которая характеризует взаимодействия тел, и определим ее свойства.

Величина, количественно определяющая те действия тел друг на друга, которые вызывают ускорения, называется силой.

Обратим внимание на то, что такое определение силы сразу указывает на ее происхождение и на результаты ее действия. Обе части определения одинаково важны.

Действительно, с одной стороны, сила есть количественная мера *действий тел друг на друга*. Это означает, что при решении практических задач мы, вводя какую-либо силу, каждый раз обязаны указать: 1) тело, которое создает эту силу; 2) тело, на которое она действует; 3) вид силы (тяготение, трение, упругость). Эта часть определения силы дает нам надежное средство контроля при решении задач, позволяет избежать ошибок при отыскании всех сил, действующих на данное тело.

С другой стороны, сила есть количественная мера *тех действий, которые вызывают ускорения*. Эта часть определения силы требует, чтобы уже в начале решения любой динамической задачи мы прежде всего правильно указывали все силы, которые могут участвовать в создании ускорений данного тела. Эта же часть определения силы позволяет по-новому сформулировать второй основной экспериментальный результат: *сила есть причина появления ускорений*.

Из этого определения следует, что сила должна характеризоваться не только модулем, но и направлением. Можно, изменяя действия тел, вызывать появление ускорений, разных и по модулю, и по направлению. Поэтому и сами действия тел тоже должны быть направленными. Значит, можно изображать силы направленными отрезками. В дальнейшем мы проверим, обладают ли они свойствами векторов.

Итак, действня тел друг на друга могут носнть самый разнообразный характер. В соответствнн с этнм могут возннкать силы разных вндов. Вам знакомы силы тяжести, упругостн, трення. Напомним определения каждой нз этнх сил.

Силой тяжести называется снла, с которой тело прнтягнвается к Земле в данном месте. Под действием этой снлы свободные тела падают на Землю.

Силой упругости называется снла, которая возннкает прн нзмененнях формы илн объема тел. Примерамн снл упругостн являются сила действия растянутой нлн сжатой пружнны, нзогнутой пластины илн доски, снла давлення воздуха на стенкн надутой камеры футбольного мяча н т. д.

Силой трения называется сила, возннкающая на поверхностн соприкосновення двух тел при нх относнтельном движенни. Такая сила трення скольжения направлена вдоль поверхностн в сторону, противоположную направлению движення.

§ 45. Измерение сил

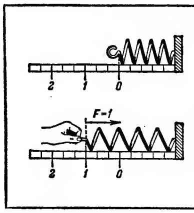
Теперь, когда определено, что такое снла, можно поставнть вопрос о том, как колнчественно ее измерить. Для этого можно использовать найденные намн свойства ннерцнальной системы отсчета, т. е. прнменить для сравнення снл первый нз основных экспернментальных результатов.

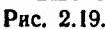
Сначала условнмся о выборе эталона еднннцы снлы. Известно, что еслн взять хорошо калнброванную пружнну и растянуть (нлн сжать) ее на какую-то одну и ту же величнну, то она будет создавать всегда одну и ту же упругую снлу F (рнс. 2.19). Это легко проверить н на опыте с движением какого-либо тела, например тележкн M, показанной на рнс. 2.20. Еслн подобрать груз m так, чтобы пружнна A имела какое-то заданное растяженне, то тележка M под действнем этой пружины всегда будет прнобретать одно и то же ускоренне a. Действне пружнны на тележку (т. е. развнваемая ею сила F) будет одно и то же, сколько бы раз мы нн повторялн опыт. Поэтому сначала в качестве эталона снлы можно взять такую калиброванную пружнну. Развиваемую пружнной силу прн каком-то заданном ее растяженнн примем за условную еднннцу силы; прн этом будем счнтать, что сила направлена вдоль пружины.

Для того чтобы этот эталон силы сравнить с какой-ннбудь другой силой и научиться устанавлнвать равенство двух снл по модулю, воспользуемся основным свойством нашей снстемы отсчета.

Первый экспериментальный результат говорнт (§ 43), что тела, свободные от всяких внешннх воздействнй, сохраняют состояние покоя илн равномерного прямолинейного двнжения.

Допустнм теперь, что на тело m одновременно действуют две силы: снла F_1, создаваемая эталонной пружнной, и снла F_2, создаваемая какой-то другой нензвестной пружнной (рнс. 2.21). И пусть прн таком действнн двух пружнн тело m остается в покое, т. е.




Рис. 2.19.

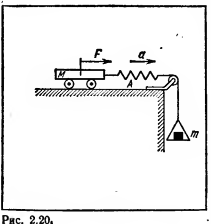


Рис. 2.20.

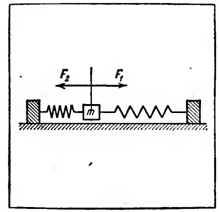


Рис. 2.21.

ведет себя так, как будто на него не действуют никакие внешние силы. В этом случае мы вправе сказать: действие одной пружины полностью компенсирует действие другой, или, другими словами, эти две пружины развивают силы, одинаковые по модулю и противоположные по направлению.

Таким образом, основываясь на свойствах инерциальной системы отсчета, можно принять следующее правило установления равенства двух сил:

две силы считаются равными по модулю и противоположными по направлению, если тело при одновременном действии этих сил сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Пользуясь этим правилом, мы можем сравнивать с силой эталонной пружины силы другого вида, например силу тяжести. Если какой-либо груз m подвесить свободно на эталонной пружине и он будет висеть неподвижно, то можно утверждать, что действующая на груз сила тяжести P будет равна силе растяжения пружины F (рис. 2.22).

Пользуясь этим правилом, можно подобрать сколько угодно пружин, которые, будучи растянутыми нужным образом, создадут силы, одинаковые с силой эталонной пружины.

Имея набор пружин, создающих одинаковые единичные силы, можно сравнивать между собой и разные силы. Например, на тело m с одной стороны действуют две растянутые пружины, создающие единичные силы F_1 и F_2 (рис. 2.23). С другой стороны действует третья

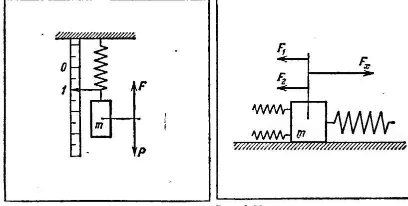


Рис. 2.22. Рис. 2.23.

пружина с неизвестной силой F_x. Пусть при этом тело m остается в покое. В этом случае можно утверждать, что действие третьей пружины равно по модулю совместному действию двух первых пружин, или, по-другому,

$$F_x = F_1 + F_2,$$

т. е. сила F_x равна сумме сил F_1 и F_2. Так как $F_1=1$ и $F_2=1$, то $F_x=2$.

Пользуясь этим способом сравнения разных сил, а также тем, что пружины при разных растяжениях создают разные силы, можно прокалибровать одну пружину и сравнивать с ней все другие силы, т. е. можно создать так называемый динамометр, о котором мы расскажем в § 63.

§ 46. Сила — вектор. Принцип независимого действия сил

Ранее уже было отмечено, что сила определяется модулем и направлением. Теперь докажем, что сила есть вектор. Для этого нужно на опыте показать, что для сил справедливо правило векторного сложения (§ 4).

Прикрепим грузы A и B к концам нити, перекинутой через блоки так, как показано на рис. 2.24. Пусть силы тяжести, действующие на эти грузы, будут соответственно равны четырем и трем условным единицам. К середине нити в точке O прикрепим груз C. Подберем величину этого груза так, чтобы точка O нити при действии всех трех грузов оставалась в покое.

Опыт показывает, что равновесие наступит только тогда, когда сила C станет равной пяти единицам и нити расположатся под прямым углом друг к другу. Если при этом отложить вдоль нитей отрезки, пропорциональные силам F_1 и F_2, и построить на этих

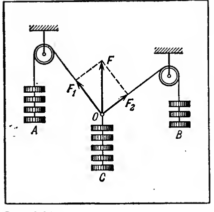


Рис. 2.24.

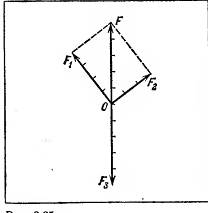


Рис. 2.25

отрезках прямоугольник, то диагональ этого прямоугольника будет направлена по вертикали и будет иметь длину, равную пяти (рис. 2.25). Таким образом, совместное действие двух сил, расположенных под углом друг к другу, равносильно действию одной силы F, определенной по правилу параллелограмма. Действие одной этой силы заменяет действие сил F_1 и F_2 и обеспечивает равновесие всей системы.

Если взять в таком опыте какие-либо другие силы F_1 и F_2, то равновесие каждый раз будет наступать только тогда, когда сила F по модулю будет равна силе, определенной по правилу параллелограмма, построенного на силах F_1 и F_2.

Уже эти простые опыты показывают, что силы подчиняются правилу векторного сложения. Поскольку каждая сила определяется модулем и направлением и подчиняется правилу векторного сложения, можно утверждать, что *сила есть вектор*.

В дальнейшем будем обозначать вектор силы полужирными буквами $\mathbf{F}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{P}$ и $\mathbf{N}$. Сила, получаемая при сложении двух данных сил $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$, называется равнодействующей силой и иногда обозначается буквой $\mathbf{R}$. Например, в нашем примере

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2.$$

Нужно помнить, что равнодействующая сила является только расчетной величиной, которой мы можем заменить действие нескольких сил, созданных конкретными телами.

В § 30 мы специально отмечали, что из векторного характера перемещения, скорости и ускорения, вытекает одно очень важное следствие: справедливость векторного сложения означает справедливость принципа независимого действия для этих величин. Раз для сил доказана справедливость векторного сложения, то, следовательно, для сил тоже должен быть справедлив *принцип независимого действия*:

действие каждой силы не зависит от присутствия или отсутствия других сил; совместное действие нескольких сил равно сумме независимых действий отдельных сил.

Этот принцип в последующем мы присоединим к основным законам динамики — так, как это сделал в свое время Ньютон.

Принцип независимого действия сил очень часто позволяет значительно упростить решение практических задач. Например, брусок тянут веревкой с силой **F** по горизонтальной плоскости (рис. 2.26). Нужно определить ускорение бруска при отсутствии трения. На брусок, кроме горизонтальной силы **F**, действует по вертикали вниз сила тяжести **P**, вверх — сила давления опоры **N**[1]). Но эти направленные по вертикали силы **P** и **N** вследствие принципа независимого действия никак не могут повлиять на движение тела по горизонтали. Все особенности этого движения будут определяться только силой **F**. Поэтому при решении данной задачи можно ограничиться учетом только этой силы и рисовать на чертеже только ее.

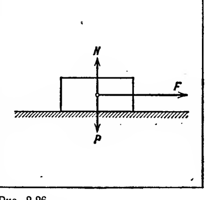


Рис. 2.26.

§ 47. Разложение сил на составляющие

Мы уже отметили, что при решении практических задач принцип независимого действия сил позволяет заменять действие нескольких реальных сил одной равнодействующей силой, определенной по правилу параллелограмма. Этот принцип также позволяет в нужных случаях заменять любую силу несколькими другими составляющими силами. Такая замена одной силы несколькими другими силами называется *разложением силы на составляющие*.

Пусть, например, автомобиль с выключенным мотором находится на крутом уклоне дороги (рис. 2.27, *а*). Сила тяжести, действующая на автомобиль, равна **P**. Нужно определить силу давления автомобиля на дорогу и силу, которая вызывает его движение по этому участку дороги.

На автомобиль действуют только две силы: сила тяжести **P** по вертикали и сила давления опоры **N**, перпендикулярная наклонной плоскости (силу трения мы не учитываем). Пользуясь принципом независимого действия, можно для решения задачи разложить силу тяжести **P** на две составляющие: одну из них $\boldsymbol{P}_1$ направить перпендикулярно дороге, а вторую $\boldsymbol{P}_2$ — вдоль полотна дороги

[1]) Очень часто силу **N** называют силой реакции опоры.

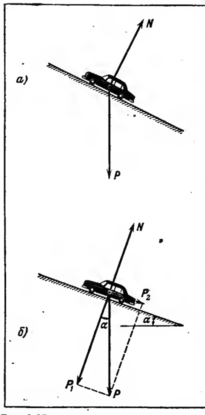


Рис. 2.27.

(рис. 2.27, *б*). Для определения модулей этих составляющих построить параллелограмм, в котором векторы сил $\boldsymbol{P}_1$ и $\boldsymbol{P}_2$ были бы сторонами, а вектор разлагаемой силы $\boldsymbol{P}$ — диагональю. Из рисунка видно, что при таком построении

$$P_1 = P\cos\alpha, \quad P_2 = P\sin\alpha.$$

Зная эти составляющие, легко получить и ответы на поставленные в задаче вопросы. В направлении, перпендикулярном дороге, автомобиль не перемещается, его ускорение в этом направлении равно нулю. Следовательно, сумма сил в этом направлении тоже должна быть равна нулю, т. е.

$$P_1 - N = 0, \text{ или } N = P_1 = P\cos\alpha.$$

В создании ускорений, направленных вдоль полотна дороги, будет участвовать только составляющая $P_2 = P\sin\alpha$, которую и нужно будет вводить во все расчетные уравнения.

Итак, при разложении силы на составляющие следует построить на заданных направлениях параллелограмм, в котором диагональю был бы вектор разлагаемой силы. Тогда стороны этого параллелограмма определят составляющие силы.

§ 48. Связь между силой и ускорением

Теперь, когда определены свойства силы и способы ее измерения, вернемся ко второму экспериментальному результату (§ 43) и определим количественную связь между силой и ускорением.

Грубо такую связь можно установить на уже знакомом опыте с тележкой M, которая приводится в движение грузом m (рис. 2.28). Для того чтобы определить ускорения, установим на тележку капельницу, которая позволит отмечать положения тележки через равные промежутки времени.

Для изменения силы, действующей на всю подвижную систему, изготовим несколько одинаковых грузов m. Всю систему можно рассматривать как сложное тело, состоящее из нескольких частей,

движущихся с одинаковыми по модулю ускорениями (тележка с капельницей и груз m). Чтобы инертные свойства системы были одинаковы во всех опытах, часть грузов будем помещать на чашку, а остальные — на тележку.

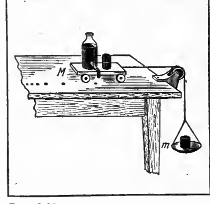


Рис. 2.28.

Если на чашку поместить только один груз, то вся система будет приводиться в движение силой, равной силе тяжести, действующей на него. Если на чашку будут положены два, три таких груза, то сила, вызывающая движение, будет соответственно увеличиваться в два, три раза. Измеряя при каждом таком опыте расстояния между метками, которые оставляет капельница, можно для всех случаев рассчитать ускорения a_1, a_2, a_3, которые возникают у тела под действием разных сил.

Проведя такие опыты, мы убедимся в том, что ускорения тележки растут прямо пропорционально действующим силам, т. е.

$$\frac{a_2}{a_1}=\frac{F_2}{F_1}, \quad \frac{a_3}{a_2}=\frac{F_3}{F_2}.$$

Конечно, наш опыт очень груб, но подобные опыты, проведенные с очень точными измерениями сил и ускорений, неизменно подтверждают найденный результат:

ускорения в движении тел прямо пропорциональны действующим на них силам:

$$a \sim F;$$

направления возникающих ускорений совпадают с направлениями действующих сил [1]).

В нашем опыте тележка совершала прямолинейное движение. Сила, вызывая изменение модуля скорости, создавала только тангенциальное ускорение. На простых опытах можно убедиться, что такая же связь между силой и ускорением сохраняется и для нормальных ускорений.

Шарик M поместим в желоб, насаженный на ось центробежной машины, и соединим его нитью с грузом m (рис. 2.29). Заставим машину вращаться с постоянным числом оборотов в секунду. При этом шарик, если он находится на расстоянии R от оси вращения,

---

[1]) Если силы действуют на тело, движущееся со скоростью, близкой к 300 000 км/с, то направления ускорений в этом случае уже перестают совпадать с направлением силы. Это связано с тем, что одна и та же сила вызывает у тела разные тангенциальное и нормальное ускорения.

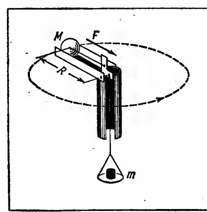


Рис. 2.29.

приобретет некоторую скорость v и нормальное ускорение $a_n = v^2/R$.

Для того чтобы удержать шарик на этой окружности, нить должна натянуться и действовать на него с некоторой силой F. Сила натяжения будет создаваться грузом m, который привязан к концу нити, пропущенной через трубку на оси центробежной машины. Именно эта сила F и будет создавать нормальное (центростремительное) ускорение, заставляя шарик двигаться по окружности. Заданной скорости v шарика при движении по окружности будет соответствовать вполне определенная сила F. Если увеличивать число оборотов, т. е. увеличивать нормальное ускорение, то для удержания шарика на заданной окружности надо соответственно увеличивать силу F натяжения нити.

Итак, нормальные ускорения, создаваемые какими-либо силами, оказываются также пропорциональны этим силам. Направления этих ускорений совпадают с направлениями действующих сил.

§ 49. Инертные свойства тел. Масса

Обратимся теперь к третьему экспериментальному факту (§ 43), который говорит, что при заданных внешних воздействиях ускорения зависят от собственных свойств движущегося тела. Эти свойства мы назвали инертными свойствами.

Величина, количественно определяющая инертные свойства тела, называется массой тела.

Массу тела принято обозначать большой буквой M или маленькой m. Ее, так же как и силу, можно измерять разными способами. Мы рассмотрим наиболее удобный и наиболее распространенный способ определения массы — взвешивание тел. Этот способ основан на применении закона Галилея (шестой экспериментальный факт) и на том, что масса определяет не только инертные, но и гравитационные свойства тел.

Возьмем два тела, сделанные из одного и того же материала (дерева, железа, алюминия и т. д.). Пусть одно из них в два раза больше другого (рис. 2.30). Проведем с этими телами два опыта.

Опыт 1. Будем действовать на каждое из тел по очереди какой-либо постоянной силой F. При этом у тел возникнут разные ускорения. Измерения покажут, что ускорение первого тела a_1 будет в два раза меньше, чем ускорение второго a_2. Это означает, что

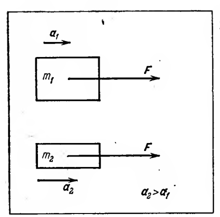


Рис. 2.30.

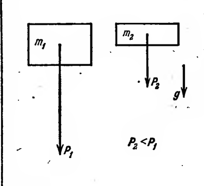


Рис. 2.31.

тела обладают разной ннéртностью — разнымн массами. Масса первого тела m_1 будет больше, чем масса второго тела m_2.

О п ы т 2. Предоставим телам возможность свободно падать. По закону Галилея эти разные по инертным свойствам тела будут падать на Землю с однйм н тем же ускорением g (рнс. 2.31).

Мы уже знаем, что ускорення в свободном паденни телá прнобретают под действием сил тяжестн P_1 н P_2. Эти силы мы можем нзмернть. Они окажутся разнымн:

$$P_1=2P_2.$$

Итак, первый опыт показал, что масса m_1 первого тела больше, чем масса m_2 второго. Измерения снл показали, что на первое тело действует бóльшая снла тяжестн P_1. Второй опыт говорнт, что первое тело большей массы под действнем большей снлы прнобретает такое же ускоренне g, как н второе тело с меньшей массой. А это может быть только в том случае, еслн снла тяжестн, действующая на тело, пропорцнональна массе этого тела, т. е. должно быть $P\sim m$.

Илн иначе: для любых двух тел отношенне снл тяжести должно быть равно отношению нх масс:

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{m_1}{m_2}.$$

Это дает нам право определить массы путем сравнения снл тяжести, действующих на тела, н позволяет установнть еднннцу массы.

Раз н навсегда условнлись единицей массы счнтать массу специально нзготовленной гири-эталона, хранящейся в Париже. Эта еднница получила название килограмм (кг) и является одной нз основных единиц системы СИ.

В системе СГС за единицу массы прннялн грамм (г), который составляет 1/1000 часть массы этой же эталонной гнрн.

Чтобы определить массу любого другого тела, измеряют путем взвешивания действующую на него силу тяжести и сравнивают эту силу с силой тяжести, действующей на эталонную гирю в той же точке земной поверхности. Отношение сил тяжести принимается равным отношению массы данного тела к массе эталонной гири.

Отметим еще одно обстоятельство. Принятый нами способ измерения масс позволяет не только определить массу любого тела, но и выяснить одно важное свойство масс. Допустим, что имеется несколько тел с массами m_1, m_2, m_3,. . . Скрепим эти тела между собой так, чтобы они составили одно сложное тело. Какова будет масса m этого сложного тела? Прямое измерение массы путем взвешивания позволяет сразу установить, что

$$m=m_1+m_2+m_3+\ldots$$

Это означает, что массы тел складываются как независимые величины [1]).

§ 50. Зависимость ускорения от массы тела

Теперь, когда найдены независимые способы измерения масс и ускорений, можно еще раз вернуться к опытам, описанным в § 39, и найти количественные связи между инертными свойствами тел и ускорениями, которые тела могут приобретать под действием внешних сил.

Возьмем несколько различных тел с заранее измеренными массами m_1, m_2, m_3 и подвергнем их действию одной и той же силы F. Уже знакомым опытом с тележкой определим ускорения a_1, a_2, a_3, которые эти тела приобретают под действием указанной силы. Какие бы мы ни брали тела, мы обнаружим в результате опыта, что *ускорения, приобретаемые телами под действием заданной внешней силы, обратно пропорциональны массам тел:*

$$a \sim \frac{1}{m}.$$

Или иначе: если есть два тела с массами m_1 и m_2, то ускорения a_1 и a_2, которые будут приобретать эти тела под действием одной и той же силы F, всегда будут относиться между собой как

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1}.$$

Таким образом, мы получили количественное выражение для третьего основного экспериментального результата (§ 43).

[1]) Дальше будет показано, что это правило нарушается только тогда, когда при соединении между телами начинают действовать очень большие силы. Например, два протона и два нейтрона образуют ядро атома гелия. Между ними действуют очень большие силы, при этом масса ядра атома гелия оказывается не равной сумме масс частиц, которые в него входят.

Дополнительно отметим, что понятие массы тела является по своему содержанию одним из самых сложных. Оно определяет одно из самых трудно объяснимых свойств материи.

Мы ввели *массу как количественную меру инертных свойств тела.* Закон Галилея дает возможность показать также, что введенная нами масса может являться и количественной мерой способности тела притягиваться к Земле. Другими словами, она определяет свойство каждого тела действовать на другие тела силами всемирного тяготения [1]). Из курса оптики вы узнаете, что масса любого тела может служить также количественной мерой полной энергии тела, т. е. вы узнаете, что инертные свойства тела непосредственно связаны с запасами всех видов движения, которые в нем имеются.

Наконец, в наших опытах с предметами, сделанными из одного и того же материала, мы убедились, что инертная масса тела растет вместе с увеличением количества однородного вещества в теле. Это дает возможность в повседневной жизни, в технике, в ряде наук (например в химии) использовать массу как количественную меру вещества, содержащегося в теле.

Такие связи инертных свойств тел с их гравитационными свойствами, с энергией тела, с количеством вещества в нем трудно объяснимы и до сих пор обсуждаются учеными.

§ 51. Второй закон Ньютона

Итак, мы определили силу и массу как величины, характеризующие взаимодействие тел и их инертные свойства; нашли независимые способы их измерения. Это позволило установить две очень важные закономерности: во-первых, связь между ускорениями и действующими силами: $a \sim F$; во-вторых, связь между ускорением любого тела и его массой: $a \sim 1/m$.

Если мы объединим эти две зависимости, то получим соотношение

$$a \sim \frac{F}{m},$$

оно выражает физическое содержание второго закона Ньютона.

Теперь мы можем сформулировать *второй закон Ньютона* в следующем виде:

ускорения в движении тел прямо пропорциональны действующим силам и обратно пропорциональны массам движущихся тел.

Второй закон Ньютона является основным законом для расчета любых движений отдельных тел. Он устанавливает количественные связи между действиями тел друг на друга, инертными свойствами тел и возникающими движениями этих тел.

---

[1]) Силы всемирного тяготения, впервые открытые Ньютоном, сейчас принято называть гравитационными силами.

Мы записали второй закон в виде пропорциональности. Это пришлось сделать потому, что до сих пор для измерения сил использовалась какая-то произвольная условная единица. Для того чтобы написать формулу закона в виде равенства, нужно согласовать единицы всех величин.

Для массы и ускорения в системе СИ установлены единицы: кг и м/с^2, в системе СГС: г и см/с^2. В обеих системах единицы массы являются основными, а единицы ускорений — производными.

Для того чтобы избежать появления в формуле закона Ньютона числовых коэффициентов, целесообразно определить единицу силы в обеих системах тоже как производную. Разумно установить величину единицы силы так, чтобы эта сила сообщала единичной массе ускорение, тоже равное единице. При этом условии в системе СИ за единицу силы мы должны принять силу, которая массе 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2. Такая единица силы получила название ньютон (Н).

В системе СГС за единицу силы мы должны принять силу, которая массе 1 г сообщает ускорение 1 см/с^2. Такая единица силы получила название дина (дин). Нетрудно рассчитать, что

$$1\ \text{Н} = 100\ 000\ \text{дин}.$$

При таком выборе единиц формулу второго закона Ньютона можно записать в обеих системах в виде простого равенства:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}.$$

Здесь уже учтено, что направления ускорений совпадают с направлениями сил. Поэтому второй закон Ньютона записан в векторной форме.

Как будет видно из дальнейшего, значительно удобнее записывать и применять формулу второго закона в другом виде:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}.$$

При такой записи в одной части уравнения находятся величины, относящиеся к самому движущемуся телу, а в другой — силы, определяющие действия окружающих тел. Именно в этой форме второй закон Ньютона и будет применяться при решении задач.

Выбранные нами единицы силы из-за своей малости оказываются часто малоудобными для решения многих задач повседневной жизни и для ряда инженерных расчетов. Поэтому употребляются более крупные единицы, не входящие в системы согласованных единиц физических величин. В качестве одной из таких единиц силы выбрана сила тяжести, действующая на гирю-эталон массы. Эта единица силы получила название килограмм-силы и обозначается символом «кгс». Грамм-сила (гс) составляет 1/1000 часть килограмм-силы.

Как известно, сила тяжести любому телу, в том числе и эталонной гире, сообщает ускорение 9,8 м/с^2. Используя это, легко установить связь между килограмм-силой и ньютоном. Действительно,

по определению масса эталонной гири $m=1$ кг, сила тяжести сообщает ей ускорение 9,8 м/с². Значит, по второму закону Ньютона эта сила равна

$$F=ma=9{,}8\ \text{Н}.$$

Таким образом,

$$1\ \text{кгс}=9{,}8\ \text{Н}=980\,000\ \text{дин}.$$

Или, иначе:

$$1\ \text{Н}=102\ \text{гс}.$$

Иногда для грубых расчетов мы будем принимать

$$1\ \text{кгс}\approx 10\ \text{Н}=1\,000\,000\ \text{дин},\qquad 1\ \text{Н}\approx 100\ \text{гс}.$$

§ 52. Третий закон Ньютона

В § 41 было установлено, что в природе не может существовать односторонних действий тел. Тогда же было указано, что этот результат составляет физическое содержание третьего закона Ньютона. Теперь, когда мы научились количественно определять действия тел друг на друга, можно придать количественную форму этому закону. Найденная тогда формулировка закона гласила:
всякому действию всегда есть равное и прямо противоположное противодействие.

Действие одного тела на другое определяется силой $\boldsymbol{F}$. Значит, если некоторое тело A действует на тело B с какой-то силой $\boldsymbol{F}_1$, то обязательно должна существовать ответная сила $\boldsymbol{F}_2$, с которой тело B будет действовать на тело A. При этом сила $\boldsymbol{F}_2$ должна быть численно равна силе $\boldsymbol{F}_1$, действовать по той же прямой, но в противоположном силе $\boldsymbol{F}_1$ направлении.

Этот вывод позволяет дать *третьему закону Ньютона* очень простое количественное выражение:
если какое-то тело действует на другое с силой $\boldsymbol{F}_1$, то второе тело всегда действует на первое с ответной силой $\boldsymbol{F}_2$, равной по модулю силе $\boldsymbol{F}_1$ и противоположной ей по направлению:

$$\boldsymbol{F}_2=-\boldsymbol{F}_1.$$

Мы уже отмечали всеобщность и важность этого закона. Второй закон Ньютона позволяет рассчитать движение любого отдельно взятого тела. Третий закон Ньютона открывает возможность одновременно определять поведение всех взаимодействующих тел. Другими словами, он позволяет рассчитать движения систем взаимодействующих тел.

Пусть, например, имеются два тела с массами m_1 и m_2 (две тележки с грузами). Известно, что второе тело действует на первое с силой $\boldsymbol{F}_1$. Нужно определить ускорения, которые возникают при взаимодействии этих тел (рис. 2.32).

Ускорения каждого из тел можно найти по второму закону Ньютона:

$$\boldsymbol{F}_1=m_1\boldsymbol{a}_1,\qquad \boldsymbol{F}_2=m_2\boldsymbol{a}_2.$$

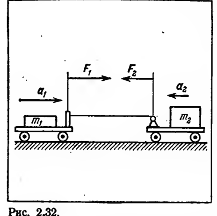


Рис. 2.32.

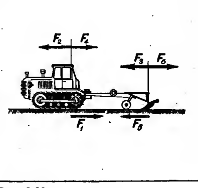


Рис. 2.33.

Так как силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ направлены вдоль одной прямой, но в разные стороны, третий закон Ньютона можно записать в алгебраической форме:

$$F_1 = -F_2.$$

Из равенства сил взаимодействия следует, что

$$m_1 a_1 = -m_2 a_2 \quad \text{или} \quad -\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1},$$

т. е.

ускорения взаимодействующих тел обратно пропорциональны массам этих тел.

Если проделать такой опыт с тележками, то легко убедиться в правильности полученного результата. Расстояния, пройденные тележками до встречи, действительно будут относиться обратно пропорционально их массам. А как известно, отношение пройденных расстояний в равнопеременных движениях равно отношению ускорений.

Еще один пример. Как объяснить, применяя третий закон Ньютона, почему трактор может приводить в движение прицепной плуг (рис. 2.33)? Здесь мы имеем *три парных взаимодействия*. Трактор своими гусеницами действует на землю, отталкивая ее назад, с силой $\boldsymbol{F}_1$. По третьему закону Ньютона земля действует на гусеницы с такой же по модулю силой $\boldsymbol{F}_2$, направленной вперед. Трактор, натягивая сцепку, действует на плуг с силой $\boldsymbol{F}_3$, направленной вперед. По третьему закону Ньютона плуг, в свою очередь, действует на трактор с силой $\boldsymbol{F}_4$, направленной назад и равной $\boldsymbol{F}_4 = -\boldsymbol{F}_3$. Наконец, плуг сдвигает землю вперед с силой $\boldsymbol{F}_5$. Земля по третьему закону Ньютона создает силу сопротивления $\boldsymbol{F}_6 = -\boldsymbol{F}_5$, направленную назад.

Таким образом, движение трактора вместе с плугом возникает только за счет их взаимодействия с третьим телом — землей. Если

сила F_2 действия земли на гусеницы трактора ($F_2 = -F_1$) не будет больше силы F_6, которая тормозит движение плуга, то трактор не сможет сдвинуть плуг с места. При движении с постоянной скоростью эти силы становятся равными друг другу.

Этими условиями определяются требования к конструкции трактора и его гусениц. Эти же условия определяют количество лемехов у плуга при работе с данным трактором.

§ 53. Полная система законов динамики

Мы провели рассмотрение всех основных опытов и наблюдений. При этом нашли, что необходимо введение двух новых понятий: силы как количественной меры тех взаимодействий тел, которые могут создавать ускорения; массы как количественной меры инертных свойств тел.

Использование этих понятий и основных результатов опытов позволило построить полную систему законов, управляющих механическими движениями тел.

Первый закон Ньютона. Тела, свободные от всяких внешних воздействий, сохраняют состояние покоя или равномерного прямолинейного движения относительно Земли.

Этот закон определяет основное свойство выбранной нами системы отсчета. И это свойство системы используется для построения способа измерения сил.

Второй закон Ньютона. Ускорения в движении тел прямо пропорциональны действующим силам и обратно пропорциональны массам движущихся тел:

$$a = \frac{F}{m} \quad \text{или} \quad F = ma.$$

Второй закон является основным для расчета движений любого отдельно взятого тела. Он позволяет полностью определить все детали движения тела по заданным внешним воздействиям и начальному состоянию движения.

Третий закон Ньютона. Если одно тело действует на другое с силой F_1, то второе тело всегда действует на первое с ответной силой F_2, равной по модулю и противоположной по направлению силе F_1:

$$F_2 = -F_1.$$

Третий закон запрещает односторонние действия тел, устанавливает обязательность двусторонних равных взаимодействий тел. Этот закон вместе со вторым законом дает возможность одновременного расчета поведения всех взаимодействующих тел.

В полную систему законов динамики, помимо трех законов Ньютона, мы должны также включить принцип независимого действия сил.

Принцип независимого действия сил. Действие каждой силы не зависит от присутствия или отсутствия других сил; совместное действие нескольких сил равно сумме независимых действий отдельных сил.

Этот принцип позволяет рассчитывать движения в тех случаях, когда на тело одновременно действует несколько сил. Например, на тело массы m действуют три силы: $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$. Принцип независимого действия позволяет для расчета ускорений сначала составить векторную сумму этих сил: $\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{F}_3=\boldsymbol{R}$, затем ввести эту сумму в уравнение второго закона Ньютона. При этом закон можно записать в двух различных формах:

$$\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{F}_3=m\boldsymbol{a} \quad \text{или} \quad \boldsymbol{R}=m\boldsymbol{a}.$$

В практических расчетах часто более удобной оказывается первая форма. Пользуясь ею, легче контролировать правильность указания сил.

При формулировке законов не был использован лишь факт зависимости ускорений от скорости движения тела. Но, как уже отмечалось, эта зависимость становится заметной только при очень больших скоростях, близких к 300 000 км/с. Поэтому при расчетах движений с малыми скоростями можно пока эту зависимость не учитывать.

Этот экспериментальный факт обязывает нас в дальнейшем произвести уточнение формы второго закона Ньютона таким образом, чтобы его можно было применять и для больших скоростей. Такое уточнение будет проведено в главе IV.

§ 54. Две основные задачи динамики

Теперь, когда найдена полная система законов динамики, можно сформулировать две основные задачи, которые решаются в динамике.

Задача 1 (прямая). По известным движениям тел определить силы, которые необходимы для создания таких движений.

Задача 2 (обратная). По известным силам и начальным условиям определить ускорения и рассчитать движения тел.

Обе задачи имеют одинаково важное значение и встречаются также одинаково часто в различных областях науки, инженерного дела и в жизни.

Большое количество простейших примеров обратной задачи мы рассматривали в предыдущих параграфах. Напомним некоторые из них.

Самолет совершает посадку. Известны все силы, тормозящие его движение. Нужно определить длину пробега самолета до полной остановки. Или необходимо определить длину тормозного пути автомобиля, имевшего некоторую начальную скорость.

Артиллерист знает начальную скорость снаряда и все силы, действующие на снаряд во время полета. Для того чтобы попасть точно

в цель, необходимо по этим данным рассчитать траекторию полета снаряда.

Известны силы всемирного тяготения (гравитации), действующие между Солнцем и всеми телами Солнечной системы. Необходимо полностью рассчитать движения планет.

Во всех этих случаях известны силы, действующие на тело, и по ним нужно рассчитать возникающие движения тела. Это и есть обратная задача динамики.

С прямой задачей значительно чаще сталкиваются инженер-конструктор и ученый-исследователь.

При создании любой машины сначала определяют виды тех движений, которые должны совершать отдельные части и детали машины. После этого рассчитывают те силы и напряжения, которые будут действовать на каждую из деталей. Только после определения этих сил по уже известным движениям деталей инженер может выбрать нужные конструкции деталей.

Хорошо известно, что при полете спутников непрерывно ведутся очень тщательные траекторные измерения. Это необходимо не только для управления полетом спутника. Форма траектории и ее отклонения от расчетной орбиты зависят от величины сил притяжения спутника Землей в тех точках, через которые он проходит. А эти силы зависят от формы фигуры Земли и от того, где и как расположены в Земле тяжелые и легкие горные породы.

Таким образом, спутник во время полета формой траектории своего движения рассказывает нам о строении самой Земли. Чтобы расшифровать этот рассказ, надо решить задачу об определении сил, действующих на спутник, по известной скорости и траектории его движения.

Особенно важное значение прямая задача динамики приобрела в последнее время в электронике. Действительно, для того чтобы телевизор хорошо работал, необходимо сообщить электронам в телевизионной трубке определенную скорость, сфокусировать электронный пучок и заставить его перемещаться на экране телевизора по заданным траекториям и законам движения. Другими словами, инженеру-конструктору телевизионной трубки заранее задано движение электронов. И он по заданному движению рассчитывает, с какими силами и где должны действовать на электроны магнитные и электрические поля. Затем по результатам такого расчета он определяет все напряжения, подаваемые на трубку, и форму отдельных деталей трубки.

Такие же задачи возникают при создании многих других электронных приборов (магнитных ловушек для плазмы, плазменных генераторов и т. д.).

Самым простым примером прямой задачи динамики может служить отыскание ответа на вопрос, чему равна сила тяжести P, действующая на тело массы m. По закону Галилея все тела падают на Землю с одинаковым ускорением g=9,8 м/с^2. Значит, известны особенности движения тела m при свободном падении. Зная ускорение

свободного падения g, можно по второму закону Ньютона найти силу тяжести, которая на него действует (сопротивление воздуха не учитываем). Итак, $F=ma$; полагая $F=P$ и $a=g$, получим

$$P=mg.$$

Это соотношение между массой тела m и силой тяжести P, действующей на него, мы часто будем использовать при решении задач.

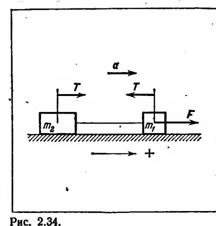


Рис. 2.34.

В дальнейшем мы часто будем встречаться с каждой из двух основных задач динамики. Заметим, что нередко в одном и том же примере приходится встречаться сразу с обеими задачами. Рассмотрим простейший из таких примеров.

Два тела с массами m_1 и m_2 связаны нерастяжимой легкой нитью и могут без трения скользить по горизонтальной плоскости. На первое тело действуют с силой $\boldsymbol{F}$, направленной горизонтально (рис. 2.34). Определить ускорение $\boldsymbol{a}$, с которым будут двигаться тела, и силу натяжения нити $\boldsymbol{T}$.

В этом примере требуется сразу рассмотреть и прямую и обратную задачи. Сначала по заданному внешнему воздействию надо определить ускорение движения системы тел. Затем по найденному движению системы определить силы, действующие между отдельными телами.

Так как тела могут совершать движение только по горизонтали, то будем рассматривать силы, действующие горизонтально, и будем рассчитывать только их модули. На первое тело действует внешняя сила $\boldsymbol{F}$ и сила натяжения нити $\boldsymbol{T}$, направленная влево (рис. 2.34). Движение второго тела будет вызываться только силой натяжения нити $\boldsymbol{T}$.

По условию задачи нить легкая, т. е. такая, что ее массой можно пренебречь. Поэтому мы можем считать, что сила натяжения будет во всех точках нити одинакова. Это значит, что силы, с которыми нить действует на оба тела, тоже можно считать численно одинаковыми. Так как направления векторов сил показаны на чертеже, то можно ограничиться алгебраическим расчетом ускорений и сил.

Будем считать для всех векторов направление вправо положительным и напишем уравнения второго закона Ньютона для каждого из тел:

$$\begin{array}{l|l} F-T=m_1a, & a-? \\ T=m_2a. & T-? \end{array}$$

В системе двух уравнений только два неизвестных a и T, и задача решается до конца:

$$a=\frac{F}{m_1+m_2},\quad T=\frac{m_2}{m_1+m_2}F.$$

Обратим внимание на полученное выражение для силы натяжения нити T. Нить связывает между собой движения двух тел, она как бы передает движение от одного тела к другому. Поэтому силы натяжения таких нитей часто называют *силами связи*.

Важным в полученном выражении является то, что силы связи между отдельными телами системы зависят не только от внешних воздействий, но и от соотношения масс тел, между которыми эта связь действует.

§ 55. Порядок действий при решении задач на применение законов Ньютона

В динамике, так же как и в кинематике, можно указать основную последовательность действий, пригодную для решения любых практических задач. Этот основной порядок позволяет контролировать правильность действий на любом этапе решения. Решение любой задачи механики состоит из физической части и математической части.

Мы будем разбирать подробно только физическую часть. При этом мы обратим внимание на то, что физическая часть решения прежде всего требует умения правильно и в определенной последовательности прочитать и расшифровать условие задачи.

Решение любой задачи можно разбить на ряд последовательных этапов.

П е р в ы й э т а п — качественный анализ характера возможных движений тел (так же как в кинематике).

При этом анализе должна быть выбрана система отсчета, указаны направления возможных движений каждого тела, форма траектории, направления ускорений и характер связей между возможными движениями. Должен быть сделан рисунок, иллюстрирующий результаты этого анализа.

В т о р о й э т а п — указание и зарисовка сил, действующих на каждое тело.

Напомним, что при определении каждой силы должно быть указано тело, которое создает эту силу, и тело, на которое она действует, определен вид этой силы (тяжесть, упругость, трение и т. д.).

Т р е т и й э т а п — выбор положительных и отрицательных направлений для векторов сил и ускорений.

Направления всех векторов мы указываем на рисунке графически. Поэтому при решении практических задач выполняется только алгебраический расчет всех величин. Именно для этого расчета производится уговор о знаках величин, входящих в уравнения при решении задачи.

Четвертый этап — написание уравнений второго закона Ньютона для любого возможного движения каждого тела.

Напомним, что при написании уравнений второго закона Ньютона в большинстве случаев удобнее в левой части уравнений написать открыто алгебраические суммы сил, которые действуют на каждое тело, не вводя равнодействующих сил.

Четвертый этап решения заканчивается проверкой достаточности числа уравнений для определения всех неизвестных величин. Если полученная система уравнений оказывается полной (т. е. число уравнений соответствует числу неизвестных), то сразу переходят к алгебраическому расчету. Однако в большинстве задач полученная система оказывается неполной и приходится искать дополнительные уравнения.

Пятый этап — отыскание недостающих уравнений.

Дополнительные уравнения могут выражать такие условия:

1) следствия, вытекающие из стандартных упрощающих допущений (например допущение о невесомости нитей и блоков);

2) связи между движениями, которые указаны в задаче;

3) особые свойства отдельных видов сил (упругости, трения, тяготения);

4) разного рода геометрические соотношения, заданные в условии задачи;

5) специальные условия, указанные в задаче.

Пятый этап заканчивается повторной проверкой полученной системы уравнений. На этом физическая часть решения задачи заканчивается.

Шестой этап — алгебраическое решение полученной системы уравнений и отыскание расчетных формул для определения неизвестных величин.

Седьмой этап — арифметический расчет и определение числовых значений неизвестных величин.

Для этого прежде всего согласовывают единицы и числовые значения всех величин приводят к одной системе единиц. Только после этого подставляют эти значения в расчетные формулы.

Решение заканчивается проверкой правильности полученных результатов.

§ 56. Пример решения сложной задачи

Проследим порядок действий на примере решения сложной задачи.

На невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок B, подвешен груз массой $m_1=1$ кг (рис. 2.35). К подвижному блоку A прикреплен груз массой $m_2=4$ кг. Определить ускорения грузов a_1 и a_2 и силу натяжения нити T. Блоки невесомы (т. е. их масса равна нулю).

Первый этап. Будем рассматривать движения тел относительно Земли. Оба тела могут совершать относительно Земли пря-

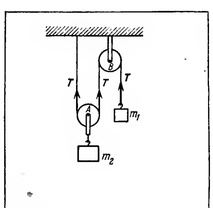


Рис. 2.35.

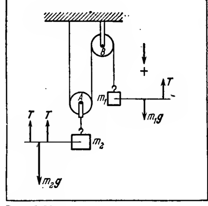


Рис. 2.36.

молинейные движения по вертикали. Ускорения тел будут разными по модулю и направленными в противоположные стороны. Движения тел связаны между собой: когда одно из них опускается, другое поднимается. Связь между движениями возникает из-за нерастяжимости нити. Все движения грузов могут быть только такими, при которых длина нити остается постоянной.

Второй этап. На каждое из тел действует со стороны Земли сила тяжести. Для этих сил известны направления и модули (рис. 2.36). Обе силы направлены по вертикали вниз и равны

$$P_1=m_1g, \quad P_2=m_2g.$$

На первое тело, кроме силы тяжести, действует еще сила натяжения нити T. Относительно этой силы можно сказать только, что она всегда направлена вдоль нити. Сила натяжения зависит от состояния движения удерживаемых нитью тел и может меняться. Значение силы T должно быть определено из решения задачи.

На второе тело, кроме силы тяжести, действуют еще силы натяжения двух частей нити, удерживающих блок A. Обе эти силы направлены вверх. Так как по условию задачи нить и блоки невесомы, то натяжение нити во всех точках можно считать одинаковым. Поэтому можно сказать, что на груз m_2 вверх действуют две одинаковые силы T, каждая из которых численно равна силе натяжения нити, действующей на груз m_1.

Третий этап. Условимся для всех векторов считать направления вниз положительными, вверх — отрицательными (рис. 2.36).

Четвертый этап. На тело m_1 действуют две силы: в положительном направлении сила тяжести m_1g, в отрицательном — сила натяжения нити T. Сумма сил будет m_1g-T. В соответствии с этим уравнение второго закона Ньютона для первого тела будет

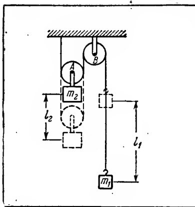


Рис. 2.37.

иметь вид

$$m_1g - T = m_1a_1.$$

Для второго тела уравиеиие второго закона Ньютоиа запншется в виде

$$m_2g - 2T = m_2a_2.$$

Обратим внимаиие на то, что нельзя зараиее сказать, куда будут иаправлеиы ускореиия a_1 и a_2 (вверх или внпз). Это зависит от соотиошения грузов m_1 и m_2. Поэтому в уравнения a_1 и a_2 входят как алгебраические неизвестные. Необходимо определить ие только их модулн, ио и зиакн.

Проверим, соответствует ли число получеиных уравиеиий числу иеизвестных. Мы получнлн два уравнения. В них содержатся три иеизвестных: два ускорення a_1 и a_2 н сила натяжеиня нити T. Система неполиая. Нужно нскать еще одио дополннтельное уравнеиие.

Пятый этап. На первом этапе решення задачи было отмечеио, что движения грузов ие являются независимыми. На эти движения иаложено ограиичение: во время движеиия длина иитн должиа оставаться неизмеииой. Допустим, что груз m_1 опустился виз на расстояние l_1 (рис. 2.37). Тогда длииа иити, на которой висит блок A, укоротнтся на такую же велнчнну l_1. Это вызовет перемещение блока A вверх. При этом блок н, вместе с им, груз m_2 передвииутся вверх иа расстояиие

$$l_2 = -l_1/2$$

(зиак миιус указывает на различие в иаправлеиинях двнжеиий грузов). Это соотношеиие между расстояннями, пройденнымн телами, справедливо для всех моментов времени. Следовательио, оно должио быть справедливо также для скоростей н ускорений, которыми будут обладать тела в любой момент времеин, т. е. во время двнжеиия системы должио соблюдаться уравиение

$$a_1 = -2a_2.$$

Это уравнение выражает задаииую в задаче связь между движениями. Оно и будет недостающнм уравнеиием для решения задачи.

Проведем окончательиую проверку полиоты получеииой системы уравнеиий. При решеиии задачи мы иашли:

уравиеиия второго закона Ньютоиа

для первого тела $m_1g - T = m_1a_1$,

для второго тела $m_2g - 2T = m_2a_2$;

уравнение связи между движениями

$$a_1=-2a_2.$$

Получена полная система уравнений с неизвестными T, a_1 и a_2 и на этом физическая часть решения задачи может считаться законченной.

Шестой этап. Решение системы уравнений дает следующие формулы:

$$a_1=2\frac{2m_1-m_2}{4m_1+m_2}g,\quad a_2=-\frac{2m_1-m_2}{4m_1+m_2}g,$$

$$T=\frac{3m_1m_2}{4m_1+m_2}g.$$

Обратим внимание на то, что если масса груза $m_2=2m_1$, то ускорения a_1 и a_2 обращаются в нуль. Система будет находиться в равновесии, и сила натяжения нити будет равна силе тяжести, действующей на первый груз:

$$T=m_1g.$$

Если $m_2<2m_1$, то $a_1>0$ и $a_2<0$. Первый груз будет опускаться, второй — подниматься, и сила натяжения нити будет меньше силы тяжести m_1g:

$$T<m_1g.$$

Если же $m_2>2m_1$, то тела будут двигаться в обратном направлении, и сила натяжения нити будет больше силы тяжести m_1g:

$$T>m_1g.$$

Таким образом, алгебраическое решение полученной системы уравнений не только позволило получить формулы для определения неизвестных величин, но и указать условия, при которых тела будут совершать те или иные движения.

Седьмой этап. В рассматриваемом примере массы тел заданы в единицах системы СИ: $m_1=1$ кг, $m_2=4$ кг. Для получения ответа нужно знать ускорение свободного падения g. В системе СИ ускорение $g=9{,}8$ м/с^2 ≈ 10 м/с^2. Подставляя эти значения в расчетные формулы, получим:

$$a_1=-\frac{g}{2}\approx-5\ \text{м/с}^2,\quad a_2=-\frac{a_1}{2}\approx 2{,}5\ \text{м/с}^2,\quad T\approx 15\ \text{Н}.$$

Первый груз с ускорением 5 м/с^2 будет подниматься, а второй груз с вдвое меньшим ускорением будет опускаться.

В рассмотренной сложной задаче пришлось использовать все этапы решения. В большинстве случаев, с которыми вам придется сталкиваться, пятый этап оказывается излишним, и решение задачи значительно упрощается.

После детального разбора конкретного примера еще раз составим краткую сводную таблицу последовательных этапов рассуждений и действий, которые нужно производить при решении задач.

При решении любой задачи на применение законов Ньютона необходимо:

1) провести качественный анализ характера всех возможных движений тел;

2) указать все силы, действующие на каждое тело;

3) условиться о положительных и отрицательных направлениях для сил и ускорений;

4) написать уравнения второго закона Ньютона для любого возможного движения каждого тела;

5) отыскать уравнения, недостающие для полноты системы;

6) провести алгебраический расчет; найти формулы для определения неизвестных величин;

7) привести числовые значения всех величин в одну систему единиц; провести арифметический расчет; проверить решение.

§ 57. Краткие сведения из истории

Научная история механики начинается с трудов гениального ученого Архимеда, жившего в Сиракузах около 2200 лет назад. В те времена в древней Греции механика еще не считалась наукой. На нее смотрели как на ремесленный навык, как на занятие, достойное только раба и излишнее для философии и познания мира. В это время все содержание механики делилось на четыре части:

1) искусство изготовления рабочих и военных машин;

2) изготовление сфер, т. е. глобусов и моделей, изображавших движение небесных тел;

3) искусство изготовления механических игрушек;

4) теория центров тяжести, рычагов и равновесия твердых тел и жидкостей.

Архимед — один из великих математиков древности занимался всеми этими разделами механики (кроме изготовления игрушек). Он изобрел многие военные машины, которые сыграли решающую роль при обороне Сиракуз от нападения римских войск. Он изготовил небесный глобус, на котором можно было наблюдать не только движения светил, но и затмения Луны и Солнца, создал машины для поливки полей и много других механизмов.

Но главная заслуга Архимеда в механике — создание первой математической теории рычага и теории центров тяжести. Он первый рассматривает и находит условия равновесия тел. С Архимеда начинается развитие понятия силы в том виде, как мы ее понимаем сейчас.

Развитие статики, начатое Архимедом, в своих основах завершается только в XVI в. в работах голландца Симона Стевина. Стевин изучил равновесие тел на наклонной плоскости, открыл одно из основных свойств силы — векторное сложение. Стевин одним из

первых провозгласил невозможность вечного двигателя и использовал этот принцип для определения условий равновесия тел.

XVI и XVII вв. были временем рождения машинной промышленности и новых общественных отношений. Новые потребности общества вызвали развитие всех отраслей науки. И не случайно в истории науки это время часто называют периодом научной революции XVI в.

Ф. Энгельс говорил, что это был величайший прогрессивный переворот из всех пережитых до того времени человечеством, эпоха, которая нуждалась в титанах и которая породила титанов по силе мысли, страсти и характеру, по многосторонности и учености.

В механике это был период возрождения и дальнейшего развития статики Архимеда, которая была необходима для обеспечения строительства грандиозных по тому времени сооружений. Кроме того, нужды мореплавания потребовали создания точных часов, необходимых для определения координат тел на земле, развития астрономии, правильной теории движения звезд и планет.

Уточнение всех представлений о небесной механике было необходимо и для реформы устаревшего календаря. В этих условиях великим польским ученым Николаем Коперником (1473—1543) была создана новая гелиоцентрическая картина мира. Коперник одним из первых пришел к пониманию и формулировке положения об относительности всех движений. С Коперника началось освобождение естествознания от оков религии.

Вслед за Коперником немецкий ученый Иоганн Кеплер (1571—1630) на основе своих наблюдений открыл знаменитые законы движения планет. Законы Кеплера потом оказали немалую помощь Ньютону в открытии закона всемирного тяготения.

Борьба за независимость науки от религии была продолжена великим итальянским ученым Галилео Галилеем (1564—1642). Используя сконструированный им телескоп, Галилей сделал ряд астрономических открытий, подтверждавших учение Коперника. Вся знаменитая книга Галилея «Диалог о двух системах мира» посвящена обоснованию системы Коперника. Галилей обосновал принцип относительности, открыл закон инерции и законы свободного падения тел. Всем этим он заложил основы современной механики. С Галилея начался новый период, во время которого механика превратилась в самостоятельную науку.

Анализ механического движения, начатый Галилеем и другими учеными, завершился в трудах Исаака Ньютона (1643—1727). В своей всемирно знаменитой книге «Математические начала натуральной философии» Ньютон впервые изложил в единой системе основы классической механики. В этой книге он ввел основные понятия, характеризующие движение, взаимодействия тел, пространство и время. В ней он сформулировал три основных закона механики и вывел ряд следствий из этих законов. Ньютон показал, как можно применять эти законы к решению различных задач, в том числе задач гидромеханики и небесной механики. Таким образом, Ньютон

завершил создание механики как самостоятельной строгой науки и наметил программу ее дальнейшего развития.

Начиная с этого времени, развитие механики протекало настолько быстро и успешно, что к XIX в. она стала признаваться главной наукой о природе. Механика за эти столетия создала методы расчета любых технических конструкций, дала полностью согласованные с опытом описания движений звезд с гигантскими массами и движений мельчайших частиц размерами до одного атома. Механика оказалась способной описать опыты с наблюдением молекулярного движения, движения свободных электронов. Она нашла применение в объяснении некоторых биологических процессов, световых явлений, послужила основой для понимания ряда электрических процессов. Так механика превратилась в храм величественной архитектуры и поразительной красоты.

Все эти успехи привели к тому, что ученые в течение долгого времени пытались отождествлять механику со всей физикой. Во второй половине XIX в. значительное большинство ученых считало, что все законы природы сводятся к механическим законам и что любое явление природы имеет свои механические «пружины». Они видели цель всей физики в отыскании этих механических «пружин» во всех явлениях.

Открытие законов электрических и магнитных явлений в конце XIX в. показало неправильность таких убеждений. Эти явления нельзя было привести к механическим, так же как нельзя было этого сделать со многими биологическими явлениями.

XX в. принес два замечательных открытия, которые начали новую страницу в истории механики. Было установлено, что ньютоновские представления о движении и его законах не могут быть применены к расчету движений электронов и других элементарных частиц внутри атомных и ядерных систем. Для этого пришлось создавать новую, так называемую квантовую механику. Отцом этой новой механики стал знаменитый датский ученый Нильс Бор (1885—1962).

Мы уже говорили, что в это же время было открыто новое важное явление зависимости ускорений от скорости движения тела. На опыте было также установлено, что скорость света не зависит от выбора системы отсчета — одно из удивительнейших и загадочных свойств материи. Возникла необходимость усовершенствовать законы Ньютона, которые не учитывали этих явлений. Такое усовершенствование и было проведено Альбертом Эйнштейном в 1905 г. в созданной им теории относительности, к которой мы будем еще много раз возвращаться.



МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТЕЛ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИХ В РЕШЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Вериемся еще раз к основным опытам и наблюдениям, о которых было рассказаио в §§ 1 н 43. Эти опыты дали возможность нарисовать полиую картину механического движения тел, найти количественные законы, которые управляют их движением. Более внимательиое рассмотрение этих опытов позволяет установить также большое разнообразие механических свойств окружающих иас тел. Эти свойства обиаруживаются в самих движениях, взаимодействиях тел и используются в практической жизни.

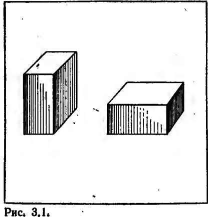
Изучение свойств тел является необходимым и важным шагом в познании окружающего иас мира, свойств материи вообще. Оио составляет содержание второго основного направления современной физики. Кроме того, без знания механических свойств тел нельзя продвинуться вперед в решении основных задач механики. Действительио, обратная задача дииамики состоит в том, чтобы по известным силам рассчитать механические движения. Силы же не могут быть получены из закоиов Ньютоиа. Для поиимания природы сил иеобходимо изучение механических свойств тел, рассмотрение движеиий, которые могут происходить внутри тел.

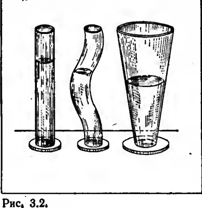
В § 1 говорилось о том, что механическим движением иазывается также изменение положения частей тел друг относительио друга с течением времеии. До сих пор такие движеиия детальио не рассматривались. Для описаиня этих движений необходимо научиться характеризовать не только их конечиые результаты, ио и сами движеиия частей тела. Другими словами, необходимо построить своеобразную кинематику движеиия частей тела друг отиосительно друга.

§ 58. Как ведут себя тела в свободном состоянии? Способность тел сохранять свою форму и объем

На основании наблюдений за способиостью тел сохраиять свою форму и объем в земных условиях было сделано разделение всех тел на три группы: твердые, жидкие и газообразные.

Возьмем какой-нибудь кусок металла, какой-то объем воды, иекоторое количество каких-нибудь паров или газа. Если пре-


Рис. 3.1.


Рис. 3.2.

доставить их самим себе, то все они будут вести себя совершенно по-разному.

Кусок металла, как бы его ни располагали, будет сохранять свою форму и объем такими, какие ему были приданы при изготовлении. При этом для сохранения формы куску металла не нужно никаких поддерживающих стенок (рис. 3.1).

Твердыми телами называются такие тела, которые в свободном состоянии способны сохранять неизменными форму и объем.

Отметим, что и отдельные части этих тел в свободном состоянии способны сохранять неизменным свое относительное расположение.

Если воду наливать в разные сосуды, то каждый раз она будет принимать форму этих сосудов (рис. 3.2). Объем же данной массы воды все время будет оставаться одним и тем же. Если сосуд разбить, то вода без поддерживающих ее стенок разольется и займет самое низшее из всех возможных положений. При этом ее свободная верхняя поверхность будет всюду перпендикулярна направлению силы тяжести.

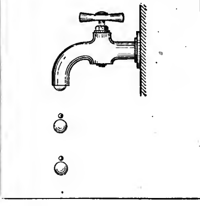
Жидкими телами или *жидкостями* называются такие тела, которые в земных условиях способны сохранять объем, но не способны сохранять форму.

Способность жидкости принимать форму сосуда широко используется в повседневной жизни и на производстве (например при приготовлении пищи и литье металлов).

Это определение предполагает, что жидкость находится в земных условиях и каждая ее частица подвергается действию сил тяжести. Если жидкое тело поместить в такие условия, при которых действие сил тяжести не сказывается на состоянии тела, то оно будет вести себя совсем по-другому. Такое состояние жидкости наблюдали космонавты. Когда они находились на космических кораблях в состоянии невесомости, то должны были вытряхивать

или выжимать жидкость из сосудов. После вытряхивания любая жидкость немедленно свертывалась в шар (конечно, если она до чего-нибудь не дотрагивалась).

Это же состояние жидкости можно наблюдать дома, не улетая в космос. Откройте немного кран водопровода и понаблюдайте за каплями, которые одна за другой будут вытекать из него. Как только очередная капля оторвется от крана, она окажется точно в таком же состоянии невесомости, как в космическом корабле. И в этот момент она немедленно начнет принимать форму шара. Во время падения капли вы сможете увидеть то, что происходит с любой жидкостью во время космического полета (рис. 3.3).


Рис. 3.3.

Таким образом, более правильно было бы определить жидкое тело так: жидким называется тело, которое сохраняет свой объем неизменным и в свободном состоянии имеет одну-единственную собственную форму — форму шара. Эта особенность жидкостей заставила поставить ряд специальных экспериментов в космосе, например эксперимент по сварке металлов. Жидкий металл в условиях невесомости должен был соединять твердые детали. Но как его заставить растекаться по этим деталям, а не свертываться в капли, можно было проверить только на опыте.

К определению жидкости, конечно, нужно добавить, что все части ее способны совершенно свободно передвигаться друг относительно друга (конечно, трение при этом не учитывается).

В отличие от жидких твердые тела способны в свободном состоянии сохранять любую форму, которую им придали.

Газообразными телами или *газами* называются такие тела, которые в земных условиях не способны сохранять ни форму, ни объем.

Если колбу с сероводородом открыть, то неприятный запах этого газа будет чувствоваться во всей комнате. Газ распространится по большему объему, как только ему будет предоставлена такая возможность.

Это, хотя и очень грубое, разделение всех тел нужно обязательно учитывать при определении их механических свойств и при решении задач механики, связанных с расчетом движения тел. Именно эти различия привели к разделению механики на несколько самостоятельных направлений: теорию упругости, гидромеханику, аэро- и газодинамику.

§ 59. Определение результата движения частей тела. Деформации

Рассматривая поступательное движение тел, мы убедились, что определение особенностей поведения одной точки дает полную картину движения всех остальных точек этого тела. Но это справедливо только для движения абсолютно твердых тел, не меняющих во время движения своей формы и объема.

Для определения движения частей тела указаний о поведении одной только его точки недостаточно. Нужно вводить новые кинематические величины, которые определяли бы изменения состояния всего тела в целом, возникающие в результате относительного движения частей этого тела.

Возьмем резиновый шнур (или ленту) и разметим его на полоски равной длины (рис. 3.4). Один конец шнура закрепим, а на другой подействуем некоторой силой. Под действием этой силы возникает движение частей шнура друг относительно друга. В результате такого движения шнур растянется. При этом каждая из полосок на нем тоже станет длиннее. Таким образом, результатом движения частей шнура друг относительно друга явилось *изменение* его *длины*.

Если надувать детский воздушный шар, то при этом также возникает движение отдельных частей пленки друг относительно друга (рис. 3.5). При этом объем шара увеличится, каждый участок пленки растянется во все стороны. В этом случае в результате движения частей пленки произошло *изменение объема* и *размеров поверхности* шара.

Если поворачивать, как показано на рис. 3.6, концы узкой полоски из бумаги или мягкого металла, то в результате движения частей полоски произойдет *изменение* ее *формы*. После движения она будет иметь вид сложной винтовой поверхности.

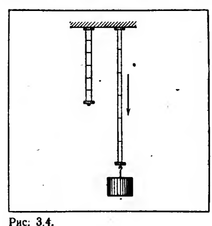




Рис. 3.4.

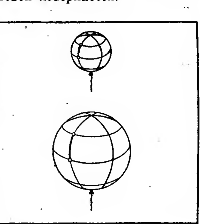


Рис. 3.5.

Под действием ног прыгуна в воду (рис. 3.7) возникает движение частей доски трамплина. В результате доска изгибается, *изменяет* свою *форму*.

Таким образом, во всех случаях, когда возникает движение частей тела друг относительно друга, происходят изменения формы, размеров и объема не только тела в целом, но и каждой его отдельной части.

Любые изменения формы, размеров и объема тела называются деформациями.

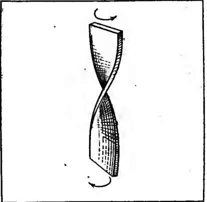


Рис. 3.6.

Деформация определяет собой конечный результат движения частей тела друг относительно друга. Она является основной кинематической величиной при описании таких движений.

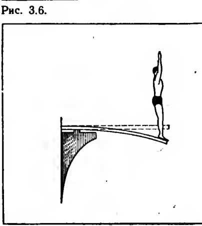


Рис. 3.7.

Деформировать тело можно самыми различными способами. При этом могут возникать сложные изменения формы этого тела, сложные виды деформаций. В теоретической механике доказывается, что самые сложные деформации всегда можно разделить на несколько простых, которые являются основными. Поэтому мы рассмотрим только некоторые из самых простых деформаций, наиболее часто встречающихся при изучении физики.

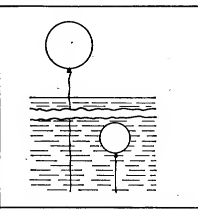


Рис. 3.8.

Деформация всестороннего сжатия (расширения) или объемная деформация. Это такая деформация, при которой происходит только изменение объема тела, а форма его остается неизменной. Примером такой деформации может служить изменение объема шара с воздухом при

погружении его в воду на большую глубину (рис. 3.8). При равномерном сдавливании водой со всех сторон шар не изменит своей формы, но его начальный объем V_0 уменьшится до некоторого объема V. Изменение объема шара будет равно

$$\Delta V = V - V_0.$$

Для того чтобы иметь представление не только об изменении всего объема тела, но и об изменении каждой его части, за количественную меру деформации всестороннего сжатия принимают не ΔV, а относительное изменение объема тела, т. е. отношение абсолютного изменения объема тела $\Delta V = V - V_0$ к начальному объему V_0:

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V_0}.$$

Обратим внимание на то, что при всестороннем сжатии $V < V_0$ и $\Delta V = V - V_0 < 0$, т. е. деформация ε отрицательна ($\varepsilon < 0$). При всестороннем расширении деформация ε положительна ($\varepsilon > 0$).

Деформация одностороннего растяжения (сжатия) или линейная деформация. Это такая деформация, при которой происходит изменение только одного линейного размера тела. Примером такой деформации может служить растягивание резинового шнура, рассмотренное в начале параграфа. Допустим, начальная длина шнура была l_0, а конечная длина после растяжения стала l. За количественную меру деформации одностороннего растяжения принимают отношение абсолютного приращения длины $\Delta l = l - l_0$ к начальной длине l_0:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Еще раз отметим, что знание относительной величины ε позволяет определить удлинение любой отдельно взятой части тела.

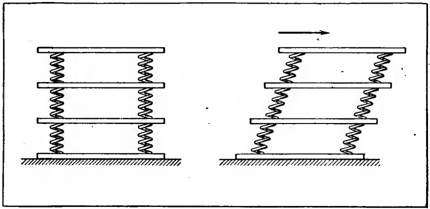


Рис. 3.9.

Деформация сдвига. Это такая деформация, при которой происходит только скольжение отдельных слоев тела друг относительно друга. Эту деформацию можно наглядно представить себе на модели, состоящей из параллельных пластинок, скрепленных пружинками (рис. 3.9). Если верхнюю пластинку потянуть в сторону параллельно самой себе, то все промежуточные пластинки тоже сдвинутся. Они начнут скользить друг относительно друга. После такого движения стойка примет вид косоугольного параллелепипеда. Деформации сдвига возникают во многих деталях машин при их работе (например в зубьях шестерен).

§ 60. Силы, возникающие при деформациях. Упругие и пластические деформации

В предыдущем параграфе был рассмотрен вопрос о том, что может возникнуть в результате движения отдельных частей, составляющих тело. Теперь естественно поставить следующий вопрос: почему и когда могут возникнуть эти движения частей тела?

Каждая часть тела имеет определенную массу. Поэтому (на основании второго закона Ньютона) для возникновения ее движения обязательно должна быть какая-то сила, которая может вызвать движение этой части. Следовательно, движения частей тел и деформации могут появляться только тогда, когда изменяются механические условия, в которых находится данное тело.

В земных условиях все покоящиеся тела немного деформированы по сравнению со свободным состоянием потому, что каждая частица любого тела подвергается действию сил тяжести. Любая вышележащая часть тела давит на нижележащую и деформирует ее. Поэтому всякое тело, находящееся на Земле, в нижней части оказывается более сжатым, чем в верхней. Дальше мы не будем обращать внимание на то, что уже сделала сила тяжести, и рассмотрим только те дополнительные деформации, которые создаются другими внешними воздействиями (кроме силы тяжести).

Мы сами можем действовать на наружную поверхность тела и приводить в движение только его наружные слои. Внутренние же слои могут приводиться в движение действием только соседних слоев (частей).

Опыт показывает, что действия отдельных частей тел друг на друга носят разный характер. Сделаем две пружины (одну из хорошей стали, другую — из мягкой красной меди) и будем растягивать их.

Если прикрепить груз к стальной пружине, то она растянется на определенную величину. При увеличении (или уменьшении) груза растяжение пружины будет соответственно увеличиваться (или уменьшаться). Каждой силе, действующей на конец пружины, отвечает совершенно определенное растяжение этой пружины. Если убрать силу, действующую на пружину, то пружина немедленно вернется в начальное состояние.

Итак, при действии внешних сил на стальную пружину наблюдаются следующие явления:

1. Растяжение пружины растет вместе с ростом внешних сил.

2. Силы, действующие между отдельными частями пружины, зависят от деформаций.

3. После устранения внешних сил деформации пружины исчезают, она возвращается в первоначальное состояние.

Если подействовать на медную пружину очень маленькой силой, то она будет вести себя так же, как и стальная. Но если увеличить силу, действующую на конец пружины, то обнаруживаются совершенно новые явления:

1. Под действием постоянной, достаточно большой силы пружина будет растягиваться до тех пор, пока не прекратится действие этой силы. Растяжение пружины будет зависеть не только от модуля силы, но и от времени ее действия.

2. Для того чтобы создать какое-нибудь определенное растяжение, нужны будут разные силы в зависимости от того, как быстро мы хотим создать это растяжение. Попробуйте растягивать мягкую медную пружину медленно; для этого потребуются не очень большие силы. Попробуйте ее растянуть на такую же длину быстро; для этого потребуются большие силы.

3. Если прекратить действие внешней силы, то медная пружина не вернется в начальное состояние. Она остается такой же растянутой, какой была к моменту окончания действия внешней силы.

Эти простые опыты говорят о том, что при деформации различных тел могут возникать силы взаимодействия между частями тел, которые подчиняются разным законам. По характеру этих сил все тела можно разбить на упругие и пластичные.

Упругими телами называются такие тела, у которых для изменения формы и объема необходимы силы, зависящие только от модуля деформации. После прекращения действия внешней силы такие тела приобретают первоначальную форму и объем.

Пластичными телами называются такие тела, у которых силы, необходимые для деформации, не связаны с модулем деформации, а зависит от того, насколько быстро создается деформация. Модуль деформации определяется временем действия силы. После прекращения действия силы тело не возвращается в первоначальное состояние, а сохраняет ту форму и объем, которые оно приобрело к моменту окончания действия внешней силы.

В соответствии с этим сами деформации тел разделяются на упругие и пластические.

Упругими деформациями называются деформации, полностью исчезающие после устранения внешних сил.

Пластическими деформациями называются деформации, полностью или частично сохраняющиеся после прекращения действия внешних сил.

Способность к упругим и пластическим деформациям зависит от: природы вещества, из которого состоит тело; условий, в которых

оно находится; способов его изготовления. Например, если взять разные сорта железа или стали, то у них можно обнаружить совершенно разные упругие и пластичные свойства. При обычных комнатных температурах железо является очень мягким, пластичным материалом; закаленная сталь, наоборот,— твердый, упругий материал. Пластичность многих материалов представляет собой необходимое условие для их обработки, для изготовления из них нужных деталей. Поэтому она считается одним из важнейших технических свойств твердого вещества.

§ 61. Упругие напряжения

Рассмотрим более подробно упругие тела. Как видно из предыдущего параграфа, в таких телах при деформациях начинают одновременно происходить два явления: 1) изменяются форма и объемы всех частей тела; 2) изменяются силовые взаимодействия между отдельными частями тела (эти взаимодействия связаны с деформациями, а направлены они так, чтобы уменьшить деформации).

Следовательно, для получения полной картины механического состояния упругого тела недостаточно указать, где и какие деформации появятся в теле. Нужно научиться количественно определять *силовые воздействия* частей тела друг на друга.

В общем виде это сделать трудно. Действительно, любой элемент объема в теле всегда взаимодействует со всеми окружающими его соседями. В разных направлениях это взаимодействие различно. Например, во время растяжения резинового шнура одновременно с увеличением его длины развивается и хорошо заметное поперечное сжатие. К каждому элементу объема в это время приложены разные силы, действующие вдоль шнура и в поперечном направлении (рис. 3.10). Поэтому определять силовые воздействия на выбранный

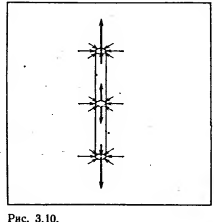


Рис. 3.10.

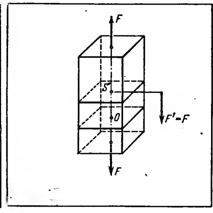


Рис. 3.11.

элемент тела указанием только какой-нибудь одной из этих сил нельзя.

За количественную меру силовых взаимодействий каждого элемента упругого тела со всеми окружающими элементами принимают *упругие напряжения*. Напряжения являются величиной более сложной, чем вектор.

Рассмотрим на примерах, как определяют напряжения.

Возьмем прямоугольный брусок, сделанный из упругого материала (рис. 3.11). Площадь поперечного сечения бруска равна S. Пусть к бруску с концов приложены силы F, направленные вдоль бруска и растягивающие его. Под действием этих сил в бруске возникнет деформация одностороннего растяжения. В каждом поперечном сечении появятся упругие силы взаимодействия соседних слоев этого бруска. Например, на верхнюю половину бруска, кроме внешней силы F, будет действовать упругая сила F' со стороны нижней части этого бруска. При равновесии эти силы по модулю будут равны друг другу: $F'=F$.

Точно так же, используя условия равновесия, мы можем найти упругие силы, действующие и в любом другом поперечном сечении, проходящем через нужную нам точку O. Нетрудно увидеть, что при равновесии во всех сечениях силы F будут одинаковы. Поэтому полное представление о силовом взаимодействии любых двух соседних слоев в бруске может дать отношение:

$$T=\frac{F}{S},$$

где S — площадь поперечного сечения бруска. Это отношение называется ***нормальным напряжением одностороннего растяжения.*** Напомним, что в рассматриваемом случае силы F были во всех сечениях перпендикулярны выбранной площадке. Итак:

нормальным напряжением одностороннего растяжения называется отношение силы к площади сечения, на которое действует эта сила.

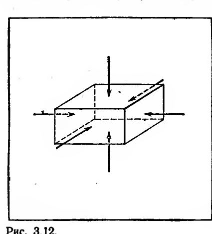


Рис. 3.12.

Как видно из определения, единицей напряжения является паскаль (Па): 1 Па=1 Н/м², а в системе СГС — дина на квадратный сантиметр (дин/см²). Соотношение между ними:

1 Па=10 дин/см².

Другим важным случаем является всестороннее сжатие тел. Такое сжатие возникает, например, при погружении тел в воду.

Такое же всестороннее сжатие создает для всех тел на Земле атмосферный воздух. Как уже отмечалось, при всестороннем сжатии изменяется только объем тела.

Если внутри сжимаемого тела мысленно выделить кубик (рис. 3.12), то на каждую из граней этого кубика будут действовать силы давления со стороны соседних частей тела. Эти силы будут направлены по нормалям к граням. Пользуясь условиями равновесия, можно показать, что эти силы пропорциональны площадям соответствующих граней. Следовательно, и в этом случае за количественную меру нормального напряжения всестороннего сжатия можно принять отношение силы к площади грани, на которую эта сила действует:

$$p = F/S.$$

Напряжение, вызванное всесторонним сжатием, часто называют просто *давлением*.

Единицей давления в системе СИ будет паскаль (Па), а в системе СГС — дина на квадратный сантиметр (дин/см²). Помимо этого часто употребляется на практике единица давления — техническая атмосфера (ат)[1]:

$$1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 \approx 10^6 \text{ дин/см}^2 = 10^5 \text{ Па}.$$

§ 62. Упругие свойства твердых тел. Закон Гука

Первой замечательной особенностью твердых тел является их способность восстанавливать свою форму и объем после любых малых деформаций. Все твердые тела обладают упругостью не только по отношению к изменениям объема (деформация всестороннего сжатия), но и по отношению к изменениям формы (деформация одностороннего растяжения, деформация сдвига и другие). В этом состоит одно из существенных отличий твердых тел от жидкостей и газов.

Второй важной особенностью твердых тел является то, что для них в известных пределах справедлив *закон Гука:*

при малых деформациях возникающие в теле напряжения пропорциональны этим деформациям.

Например, мы хотим получить деформацию всестороннего сжатия $\varepsilon = \Delta V/V_0$. Для этого нужно создать давления p, пропорциональные этой деформации: $p = k\varepsilon$. Коэффициент пропорциональности k называется *модулем всестороннего сжатия*. Этот модуль зависит

[1]) Наряду с технической в физике употребляется физическая или нормальная атмосфера (атм). Она равна давлению, создаваемому столбом ртути высотой 76 см. Так как эти две единицы мало отличаются друг от друга:

$$1 \text{ атм} = 1{,}033 \text{ кгс/см}^2 = 1{,}033 \text{ ат},$$

то мы не будем в механике их различать и будем для простоты всюду пользоваться технической атмосферой (ат).

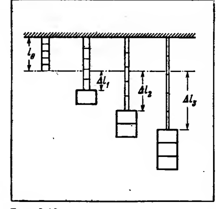


Рис. 3.13.

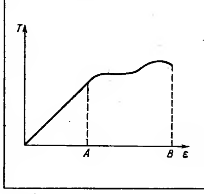


Рис. 3.14.

от материала, из которого сделано тело, и определяет собой *упругость* тела по отношению *к изменению объема*, т. е. деформации всестороннего сжатия.

Чтобы получить деформацию одностороннего растяжения тела $\varepsilon=\Delta l/l_0$, надо создать в теле такие напряжения одностороннего растяжения $T=F/S$, которые были бы пропорциональны деформации ε, т. е. должно быть $T=E\varepsilon$. Коэффициент пропорциональности E называется *модулем Юнга*. Он определяет *упругость* тела по отношению *к одностороннему растяжению* и зависит от материала, из которого сделано тело.

Зависимость растяжения от приложенного напряжения легко проследить на простом опыте с резиновым шнуром (рис. 3.13). Подвешивая к шнуру поочередно грузы 1, 2, 3 кг и измеряя удлинения Δl, которые будет приобретать шнур, можно убедиться в том, что они растут пропорционально напряжениям, которые создаются в шнуре подвешенными грузами.

Еще раз подчеркнем, что твердые тела подчиняются закону Гука только при малых деформациях. График зависимости деформаций ε от напряжений T (например для односторонних растяжений) имеет вид, представленный на рис. 3.14. При очень малых деформациях до значения, отмеченного на графике буквой A, напряжения растут пропорционально деформации. Это область применимости закона Гука. В этой области после освобождения тела от внешних сил деформации исчезают, и тело само возвращается в первоначальное состояние.

Если деформации становятся больше значения в точке A, то поведение тела резко изменяется. При небольшом возрастании напряжения деформации начинают нарастать значительно быстрее, чем в упругой области. Кроме того, деформации становятся пластическими (тело течет). После снятия внешних напряжений деформации не исчезают, а остаются такими, какими они стали к моменту

окончания действия внешних сил. Напряжение, при котором еще не возникает остаточных деформаций тела, называется *пределом упругости* материала этого тела.

При дальнейшем увеличении деформаций до некоторого значения в точке B происходит разрушение тела. Напряжение, при котором начинается разрушение тела, называется *пределом прочности* материала этого тела.

Особенности поведения тела под действием внешних механических нагрузок и возможности практического применения материалов для различных нужд полностью определяются значениями *модулей упругости* (всестороннего сжатия, Юнга и др.) и расположением точек пределов упругости и прочности. Например, такие материалы, как сталь и титан, обладают высокими значениями модулей упругости, высокими пределами упругости и прочности. Это позволяет широко использовать их в различных сооружениях и машинах.

Свинец и воск обладают низким пределом упругости и намного более высоким пределом прочности. Это — мягкие пластичные тела, которые начинают течь уже при небольших деформациях.

У стекла и кварца предел прочности лежит в области очень малых деформаций и ниже предела упругости. Это — хрупкие тела, которые могут испытывать только очень небольшие упругие деформации и затем разрушаются.

Знание всех этих величин необходимо в промышленности при выборе способов обработки материалов. Например, при ковке или штамповке молот или пресс должны создавать в обрабатываемых деталях такие напряжения, которые были бы больше предела упругости, но меньше предела прочности. А при обработке детали на токарном станке необходимо, чтобы резец создавал в детали напряжения, превосходящие предел прочности. Иначе он не сможет снимать с детали стружку.

§ 63. Упругие пружины. Динамометры

Знание деформаций, напряжений и закона Гука дает полную картину механического состояния твердых тел, возникающего при относительном движении частей этих тел. Но очень часто при решении задач о взаимодействии тел и при расчете движений этих тел такое детальное знание внутреннего состояния тел оказывается ненужным. В этих случаях бывает важно знать только те внешние действия, которые может оказывать деформированное тело на другие тела.

Например, при выборе пружинных рессор важно знать, с какой силой будут действовать они на вагон и насколько сильно будут прогибаться. При решении задачи о вертикальном движении груза на подставке необходимо определять только силу реакции опоры, с которой будет действовать на груз упруго деформированная под-

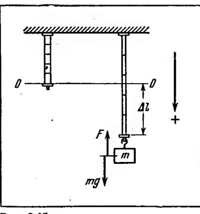


Рис. 3.15.

ставка. Для решения таких задач о внешних действиях упругих тел закон Гука записывается по-другому.

Прикрепим к концу резинового шнура груз m (рис. 3.15). При этом шнур растянется на величину Δl. После этого груз m будет в покое (потому что действие силы тяжести mg уравновесится упругим действием шнура). Растянутый шнур создаст упругую силу F, действующую на груз и направленную вверх.

Опыты, о которых было рассказано в предыдущих параграфах, говорят, что эта сила F должна расти пропорционально удлинению шнура Δl, т. е.

$$F = -k\,\Delta l.$$

Этот результат оказывается справедливым для всех упругих пружин и тел. Поэтому для расчета внешних действий упругих пружин закон Гука можно сформулировать так:

сила действия упругой пружины пропорциональна растяжению (сжатию) этой пружины.

Коэффициент пропорциональности k называется *коэффициентом жесткости* или просто *жесткостью* данной пружины. Этот коэффициент зависит от модуля упругости материала пружины и от ее геометрических размеров.

Полученное уравнение выражает особые свойства упругих сил и используется при решении задач как дополнительное уравнение на пятом этапе решения.

Прямая пропорциональность между силой и удлинением пружины применяется в известных вам динамометрах. Она позволяет определять неизвестные силы по деформациям заранее прокалиброванной пружины (рис. 3.16).

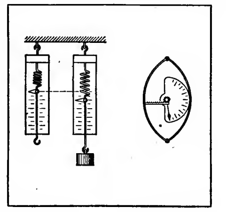


Рис. 3.16.

§ 64. Упругие свойства жидкостей

В § 58 было уже отмечено первое важное свойство жидкостей — подвижность отдельных частей и способность принимать форму сосуда, в который они поме-

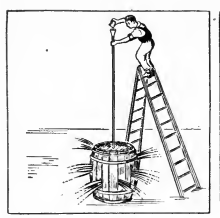


Рис. 3.17.

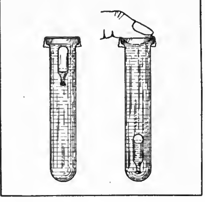


Рис. 3.18.

щены. При этом было показано, что при изменении формы данного объема жидкости не возникает сил, стремящихся вернуть жидкость к первоначальному состоянию. Этот факт можно определить по-другому:

жидкости не обладают упругими свойствами по отношению к изменениям формы.

В то же время оказалось, что *жидкости обладают практически идеальными упругими свойствами по отношению к изменениям объема*, т. е. деформациям всестороннего сжатия. Впервые это второе замечательное свойство жидкости изучил французский ученый Блез Паскаль (1623—1662) в ряде остроумных опытов, приводящих к парадоксам. Один из этих опытов состоял в следующем. Деревянную бочку доверху наполняли водой (рис. 3.17). В верхнее днище бочки вставляли длинную вертикальную трубу. В трубу постепенно наливали воду. При некоторой высоте уровня воды в трубе боковые стенки бочки разрывались и вода вытекала наружу.

Объяснение опыта состоит в том, что вода в трубе создавала внутри бочки избыточное давление

$$p = \frac{mg}{S},$$

где m — масса воды в трубе, а S — площадь поперечного сечения трубы. Это давление вызывало дополнительное сжатие всех частиц воды. В результате возникали во всем объеме воды упругие напряжения всестороннего сжатия, равные этому давлению. Вода в бочке как бы передавала давления во все стороны. За счет таких дополнительных давлений возникали большие силы, действовавшие на стенки бочки и разрывавшие ее.

Возникновение и передачу упругих давлений в жидкости можно также показать на простом и забавном опыте со «стеклянным водолазом» (рис. 3.18). Широкую стеклянную пробирку доверху запол-

ните водой. Затем возьмите стеклянную ампулу из-под лекарства (с отбитым концом). Опустите ее в пробирку открытым концом вниз. Осторожно выпуская часть воздуха из ампулы, добейтесь того, чтобы она вся погрузилась в воду, но плавала у ее поверхности. После этого закройте отверстие пробирки туго натянутой резиновой пленкой. Нажмите пальцем на пленку так, чтобы она немного прогнулась. Сразу после этого ампула (ваш «водолаз») начнет опускаться на дно и будет там находиться до тех пор, пока вы будете давить на пленку. Когда вы уберете палец, пленка выпрямится и «водолаз» немедленно поднимется вверх. Так, нажимая на пленку и освобождая ее, вы можете заставлять «водолаза» опускаться на дно и всплывать на поверхность сколько угодно раз.

Почему «водолаз» ведет себя так? Когда он плавает у поверхности воды, действие силы тяжести уравновешивается только архимедовой силой. Последняя определяется главным образом размерами пузырька воздуха, который остался внутри ампулы. При надавливании на пленку создаются небольшие дополнительные внешние давления на верхнюю поверхность воды. Сейчас же в верхнем слое воды возникают напряжения всестороннего сжатия (давления), которые немедленно распространяются на весь объем воды (в том числе и на часть воды, находящуюся внутри ампулы). Равновесие между воздухом и водой внутри ампулы нарушается. Вода проникает в ампулу, размеры пузырька воздуха в ней уменьшаются. Вместе с этим уменьшается архимедова сила, и «водолаз» начинает опускаться на дно. Таким образом, опускание «водолаза» говорит о появлении в воде дополнительных давлений при изменении внешних механических условий. При освобождении пленки все процессы происходят в обратном порядке. Таким образом, всплывание «водолаза» показывает, что при исчезновении внешних сил, действующих на поверхность, исчезают и внутренние напряжения в воде. Она возвращается в начальное состояние.

Этот опыт подтверждает наше предположение о том, что давления, возникающие в жидкости, действительно носят упругий характер.

Третье важное свойство жидкости, которое позволяет говорить об идеальной ее упругости, состоит в том, что *для жидкостей практически нельзя указать предела упругости для всестороннего сжатия*. Ученые в настоящее время научились создавать давления в сотни тысяч атмосфер. При таких давлениях, не меняя температуры, можно заставить жидкость кристаллизоваться. Вплоть до таких гигантских давлений жидкость сохраняет свою упругость по отношению к изменениям объема. После прекращения действия таких давлений она снова возвращается в первоначальное состояние.

Отметим еще одну, четвертую особенность в упругих свойствах жидкостей: *все жидкости обладают очень малой сжимаемостью*. Это означает, что даже при больших внешних давлениях изменения объема жидкости остаются очень малыми. В жидкости могут возникать большие давления уже при очень малых деформациях сжатия.

Так, например, чтобы изменить объем воды только на 1%, необходимо создать давление 200 ат. А для изменения объема жидкой ртути на 1% нужно уже давление 2500 ат. Такая несжимаемость жидкостей имеет большое практическое значение и широко используется в технике.

Все четыре особенности упругих свойств жидкостей позволили человеку создать большое количество разнообразных гидравлических машин, со многими из которых вы знакомы. Подвижность отдельных частей жидкости, ее способность создавать упругие давления, практическая несжимаемость жидкостей используется в гидравлических домкратах, прессах, тормозах, передачах, подъемниках. Эти свойства используются в гидравлически поднимающихся креслах у зубных врачей и парикмахеров и даже в тюбиках для зубной пасты.

Кровеносная система в нашем теле тоже является гидравлической машиной, в которой используются несжимаемость жидкости и ее способность создавать и передавать упругие давления. Наше сердце во время сокращения не просто выталкивает из себя кровь. Оно своим усилием создает дополнительное давление в крови, которое распространяется по всей артериальной системе и заставляет кровь проходить через капилляры. Пощупайте свой пульс, и вы почувствуете изменения давления в упругой и несжимаемой жидкости, которой является кровь.

Способность жидкости создавать давления и ее малая сжимаемость должны учитываться нами при решении задач. В большинстве задач будут встречаться сравнительно небольшие давления, поэтому изменениями объема жидкости за счет этих давлений можно пренебречь и считать жидкость несжимаемым телом, объем которого остается постоянным при любых условиях. В задачах о движении жидкостей на пятом этапе решения можно вводить дополнительное уравнение, представляющее собой условие несжимаемости.

Условие несжимаемости выражает постоянство объема жидкости во время движения. Например, вода течет по трубе переменного сечения (рис. 3.19). Известно, что сечение A имеет площадь S_1 и вода проходит через это сечение со скоростью v_1. Площадь сечения B равна S_2. Нужно определить, с какой скоростью v_2 вода будет проходить через это сечение.

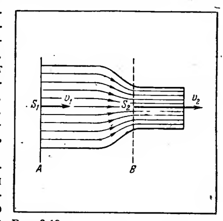


Рис. 3.19.

Каждую секунду через сечение A проходит объем воды S_1v_1. Через сечение B за секунду пройдет объем воды S_2v_2. По условию несжимаемости эти

объемы должны быть равны

$$S_1v_1=S_2v_2.$$

Отсюда скорость воды в сеченнн B равна

$$v_2=S_1v_1/S_2.$$

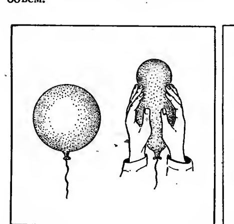
Скорость воды при течеиии по трубе измеияется обратио пропорцнональио площадн поперечного сечення этой трубы.

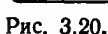
§ 65. Упругие свойства газов. Закон Бойля — Мариотта

По своим механическим свойствам газы имеют миого общего с жидкостями. Так же как н жидкости, оии ие обладают упругостью по отиошеиию к изменениям формы. Отдельные частн газа легко могут перемещаться друг отиосительио друга. Так же как и жндкости, они обладают упругостью отиосительно деформацин всестороиего сжатия. При увеличеиии внешних давлений объем газа умеиьшается. Прн сиятни виешних давлеиий объем газа возвращается к первоначальному зиачеиию.

В существованнн упругих свойств газа легко убедиться на опыте. Возьмите детский воздушиый шар. Надуйте его не очеиь сильно н завяжите. После этого начините сдавливать его руками (рис.3.20). При появлеиии виешних давлений шар сожмется, его объем уменьшнтся. Еслн прекратить сдавливаиие, шар сразу расправнтся, как будто у иего виутрн есть пружины.

Возьмите воздушиый насос для автомашнны илн велосипеда, закройте его выходиое отверстие и иадавите иа ручку поршия. Воздух, заключеиийй внутри иасоса, иачиет сжиматься, и вы сразу почувствуете быстрое иарастание давлеиия. Если перестать давить на поршеиь, ои верится на место, и воздух займет первоиачальный объем.




Рис. 3.20.

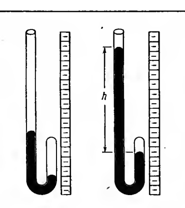


Рис. 3.21.

Упругость газа по отношению к всестороннему сжатию используется в шинах автомашин для амортизации, в воздушных тормозах и других устройствах. Первым упругие свойства газа, его способность изменять свой объем при изменении давления заметил Блез Паскаль.

Как мы уже отмечали, *газ* отличается от жидкости тем, что *не может* сам по себе *сохранять объем неизменным и не имеет свободной поверхности*. Он обязательно должен находиться в замкнутом сосуде и всегда будет полностью занимать весь объем этого сосуда.

Другим важным отличием газа от жидкости является его *большая сжимаемость* (податливость). Уже при очень малых изменениях давления возникают хорошо заметные большие изменения объема газа. Кроме того, связь между давлениями и изменениями объема для газа носит более сложный характер, чем для жидкости. Изменения объема уже не будут прямо пропорциональны изменениям давления.

Впервые количественную связь между давлением и объемом газа установил английский ученый Роберт Бойль (1627—1691). В своих опытах Бойль наблюдал за изменениями объема воздуха, заключенного в запаянном конце трубки (рис. 3.21). Давление на этот воздух он изменял, подливая ртуть в длинное колено трубки. Давление определялось по высоте столба ртути h.

Опыт Бойля в приближенном, грубом виде вы можете повторить с воздушным насосом. Возьмите хороший насос (важно, чтобы поршень не пропускал воздух), закройте выходное отверстие и нагружайте поочередно ручку поршня одним, двумя, тремя одинаковыми грузами. Одновременно отмечайте положения ручки при разных нагрузках относительно вертикальной линейки.

Даже такой грубый опыт позволит вам убедиться в том, что объем данной массы газа обратно пропорционален давлению, которому подвергается этот газ. Независимо от Бойля такие же опыты ставил французский ученый Эдмон Мариотт (1620—1684), который пришел к таким же результатам, как и Бойль.

Одновременно Мариотт обнаружил, что при проведении опыта нужно соблюдать одну очень важную предосторожность: температура газа во время опыта должна оставаться постоянной, иначе результаты опыта будут другими [1]). Поэтому *закон Бойля — Мариотта* читается так:

при постоянной температуре объем данной массы газа обратно пропорционален давлению.

Если обозначить через V_1 и p_1 начальные объем и давление газа, через V_2 и p_2— конечные объем и давление той же массы газа, то

[1]) Во всех наших рассуждениях о свойствах твердых тел и жидкостей также все время предполагалось, что температура тел во время деформаций сохраняется постоянной.

закон Бойля — Мариотта можно записать в виде следующей формулы:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Представим закон Бойля — Мариотта в наглядной графической форме. Для определенности допустим, что некоторая масса газа занимала объем $V_1=24$ л при давлении $p_1=1$ ат. Изобразим графически, как будет меняться объем этого газа с увеличением давления при постоянной температуре. Для этого рассчитаем объемы газа по закону Бойля — Мариотта для давлений 1, 2, 3, 4 и т. д. атмосфер и составим таблицу:

p, ат	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V, л	24	12	8	6	4,8	4	3,4	3	2,7

По этой таблице легко построить график зависимости давления газа от его объема (рис. 3.22).

Как видно из графика, зависимость давления от объема газа действительно носит сложный характер. Сначала увеличение давления от одной до двух единиц приводит к уменьшению объема в два раза. В дальнейшем при таких же приращениях давления возникают все более малые изменения начального объема. Чем больше сжимается газ, тем более упругим он становится. Поэтому для газа нельзя указать какого-нибудь постоянного модуля сжатия (характеризующего его упругие свойства), как это сделано для твердых тел. *У газа модуль сжатия зависит от давления, под которым находится газ; модуль сжатия растет вместе с давлением.*

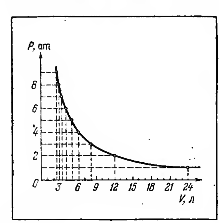


Рис. 3.22.


Рис. 3.23.

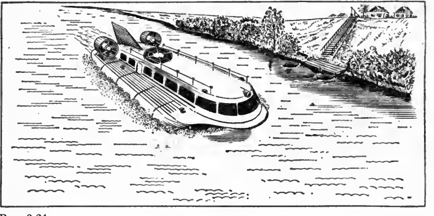


Рис. 3.24.

Заметим, что закон Бойля — Мариотта соблюдается только для не очень больших давлений и не очень низких температур. При высоких давлениях и низких температурах зависимость между объемом и давлением газа становится еще более сложной. Для воздуха, например, при 0°С закон Бойля — Мариотта дает правильные значения объема при давлении не выше 100 ат.

В начале параграфа уже говорилось, что упругие свойства газа, его большая сжимаемость широко используются человеком в практической деятельности. Приведем еще несколько примеров. Возможность сильно сжимать газ с помощью высоких давлений позволяет хранить большие массы газа в малых объемах. Баллоны со сжатым воздухом, водородом, кислородом широко используются в промышленности, например при газовой сварке (рис. 3.23).

Хорошие упругие свойства газа послужили основой для создания речных судов на воздушной подушке (рис. 3.24). Эти суда нового типа имеют скорости, намного превосходящие те, которые удавалось получить раньше. Благодаря использованию упругих свойств воздуха удалось избавиться от больших сил трения. Правда, в этом случае расчет давления значительно усложняется, потому что приходится рассчитывать давления в быстрых потоках воздуха.

В основе многих биологических процессов также лежит использование упругих свойств воздуха. Задумывались ли вы, например, о том, как дышите? Что происходит при вдохе?

По сигналу нервной системы о том, что организму не хватает кислорода, человек при вдохе с помощью мышц грудной клетки поднимает ребра, с помощью других мышц опускает диафрагму. При этом увеличивается объем, который могут занять легкие (и находящиеся в них остатки воздуха). Но такое увеличение объема приводит к большому уменьшению давления воздуха в легких. Возникает разность давлений между наружным воздухом и воздухом в легких. В результате наружный воздух начинает сам входить

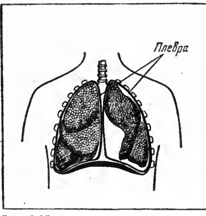


Рис. 3.25.

в легкие за счет своих упругих свойств. Мы только предоставляем ему возможность войти, изменяя объем легких.

Не только в этом состоит использование упругости воздуха при дыхании. Легочная ткань очень нежная, и она не выдержала бы многократных растягиваний и довольно грубых нажимов грудных мышц. Поэтому она и не прикреплена к ним (рис. 3.25). Кроме этого, расширение легкого путем растягивания его поверхности (с помощью грудных мышц) вызвало бы неравномерное, неодинаковое расширение легкого в разных частях. Поэтому легкое окружено особой пленкой — плеврой. Плевра одной своей частью прикреплена к легкому, а другой — к мышечной ткани грудной клетки. Плевра образует своеобразный мешок, стенки которого не пропускают воздуха.

Внутри самой плевральной полости содержится очень небольшое количество газа. Давление этого газа становится равным давлению воздуха в легких только тогда, когда стенки плевры находятся очень близко друг от друга. При вдохе объем полости резко увеличивается. Давление в ней резко падает. Легкое за счет остатков содержащегося в нем воздуха начинает само расширяться равномерно во всех частях подобно резиновому шарику под колоколом воздушного насоса.

Таким образом, природа мудро использовала упругие свойства воздуха для создания идеального амортизатора для ткани легкого и самых выгодных условий для его расширения и сжатия.

При решении задач на применение законов Ньютона мы будем использовать закон Бойля — Мариотта как дополнительное уравнение, выражающее особые упругие свойства газов.

§ 66. Трение в жидкостях и газах

При скольжении слоев жидкости или газа друг относительно друга возникают силы, направленные вдоль этих слоев, тормозящие движение и зависящие от скорости относительного движения слоев. Такие же силы всегда возникают и при движении твердых тел в жидкости или газе.

Вы стоите на платформе железной дороги (рис. 3.26). Мимо проходит поезд. При этом вы обязательно почувствуете ветер, сопровождающий движение поезда. Сила этого ветра тем больше, чем больше скорость поезда. Поезд как бы увлекает за собой воздух.

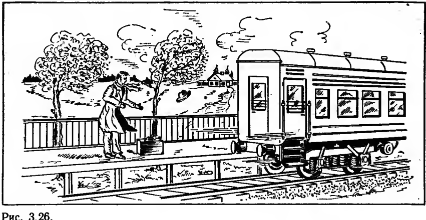


Рис. 3.26.

Тепловоз «везет» не только сам состав, но и большое количество окружающего воздуха.

Опустите ложку в банку с густым вареньем. Попробуйте ее вынимать вертикально вверх. Вы увидите, что вместе с ложкой начнут подниматься соседние слои варенья, и чем быстрее вы вынимаете ложку, тем больше варенья поднимается за ней.

При движении тела слои газа или жидкости как бы прилипают к поверхности этого тела и движутся вместе с ним. Поэтому силы сопротивления, возникающие при движении тел, являются такими же силами, которые действуют между движущимися слоями самого газа или жидкости.

Силы, возникающие при движении тел в газе или жидкости и зависящие от скорости их относительного движения, называются *силами жидкого трения* или *силами сопротивления* среды.

Силы трения всегда направлены в сторону, противоположную скорости относительного движения. Именно за счет действия таких сил возникает увлечение воздуха или жидкости в рассмотренных примерах. Увлечение воздуха силами трения можно наблюдать на следующем опыте.

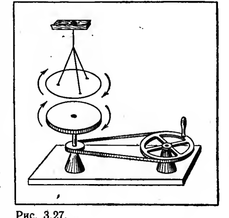


Рис. 3.27.

Над столиком центробежной машины на небольшом расстоянии подвесим на нити картонный круг (рис. 3.27). При вращении столика круг начнет поворачиваться в ту же сторону, закручивая нить тем сильнее,

чем больше будет скорость вращения машины. Этот опыт говорит о том, что поверхность движущегося столика машины увлекает за собой прилегающие слои воздуха и заставляет их двигаться. В свою очередь пришедший в движение воздух начинает действовать на круг и заставляет его двигаться в том же направлении, в каком вращается столик.

Опыт наглядно показывает и то, что трение растет с увеличением скорости относительного движения слоев воздуха или, что то же самое, с увеличением скорости вращения круга. Об этом говорит увеличение угла закручивания нити при нарастании скорости вращения столика машины.

В общем виде закон, связывающий силу жидкого трения $F_{тр}$ со скоростью v движения тел относительно жидкости или газа, очень сложен и для больших скоростей не может быть передан простой формулой. Для движения тел с малыми скоростями, которые будем рассматривать мы, можно считать, что *сила жидкого трения*, действующая на движущиеся в жидкости или газе тела, *пропорциональна скорости относительного движения этих тел*. Учитывая, что направления скорости и силы жидкого трения противоположны, можно написать:

$$F_{тр} = -\alpha v.$$

Коэффициент пропорциональности α называется *коэффициентом жидкого трения* или *коэффициентом сопротивления* среды. Его значение зависит от размеров и формы движущегося тела, а также от свойств жидкости или газа.

Это уравнение в дальнейшем будет использоваться при решении задач как дополнительное, выражающее особые свойства сил жидкого трения. Для примера рассмотрим задачу о движении парашютиста.

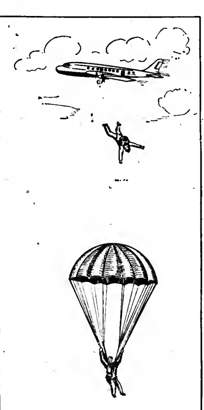


Рис. 3.23.

§ 67. Прыжок с парашютом

Допустим, что парашютист совершает затяжной прыжок (рис. 3.28). Пусть масса парашютиста m, коэффициент сопротивления воздуха при движении парашютиста с нераскрытым па-

рашютом α_1, а с раскрытым — α_2. Для простоты будем считать начальную скорость парашютиста равной нулю. Проследим, как будут меняться ускорение и скорость парашютиста до раскрытия парашюта.

Движение парашютиста до раскрытия парашюта будет неравномерным. Во время движения на него действуют две силы (рис. 3.29): сила тяжести mg и сила сопротивления воздуха F. Будем считать положительным направление вниз. Запишем для этого случая уравнение второго закона Ньютона:

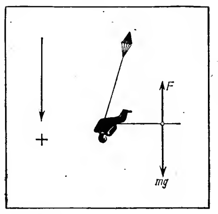


Рис. 3.29.

$$mg+F=ma.$$

В этом уравнении два неизвестных: F и a. Необходимым дополнительным уравнением будет уравнение, связывающее силу сопротивления воздуха со скоростью:

$$F=-\alpha_1 v.$$

Подставляя значение F из этого уравнения в уравнение второго закона Ньютона, получим:

$$mg-\alpha_1 v=ma.$$

Воспользуемся этим уравнением и проследим за изменением ускорения. По условию в начальный момент скорость $v=0$, следовательно, и сила сопротивления воздуха равна нулю. Поэтому ускорение $a=g$. В первые моменты движения скорость быстро нарастает. Вместе с ней растет сила сопротивления воздуха, разность сил $mg-\alpha_1 v$ убывает и ускорение начинает уменьшаться. График изменения ускорения во времени представлен на рис. 3.30, *а*. Так как ускорение a становится все меньше, то

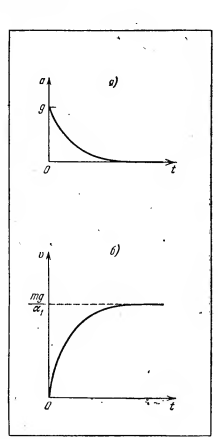


Рис. 3.30.

в последующие промежутки времени рост скорости и изменение силы сопротивления все более замедляются.

Как видно из уравнения, можно указать такую предельную скорость $v_{\text{пр}}$, при которой сила сопротивления воздуха станет равной силе тяжести, а ускорение обратится в нуль. Значение этой скорости определится из уравнения

$$mg - \alpha_1 v_{\text{пр}} = 0,$$

или

$$v_{\text{пр}} = \frac{mg}{\alpha_1}.$$

Используя график (рис. 3.30, *б*), можно проследить за изменением скорости. Вначале скорость быстро возрастает. Затем рост ее замедляется, и она постепенно приближается к значению $v_{\text{пр}}$, равному скорости установившегося равномерного движения.

Подводя итоги, можно сказать, что сначала движение парашютиста было ускоренным, а потом равномерным. При этом ускорение его уменьшилось от значения g до нуля, а скорость увеличивалась от нуля до значения mg/α_1, соответствующего установившемуся движению.

С какой бы достаточно большой высоты ни начал падение парашютист, он с нераскрытым парашютом подходил бы к Земле с постоянной скоростью, равной примерно 50—70 м/с.

Таким образом, действие сил сопротивления воздуха совершенно меняет всю картину свободного падения тел: при падении в воздухе все тела движутся ускоренно только в начальный, не очень большой промежуток времени, а затем их движение становится равномерным. Такую картину возникновения стационарного равномерного движения можно увидеть, наблюдая за падением шарика в сосуде с какой-либо вязкой жидкостью (рис. 3.31).

А теперь рассмотрим, что же происходит при раскрытии парашюта.

Во время раскрытия парашюта резко возрастает сила сопротивления воздуха, и коэффициент сопротивления становится равным $\alpha_2 \gg \alpha_1$. Сила сопротивления становится больше силы тяжести (рис. 3.32). Возникают ускорения, направленные вверх. Движение становится замедленным, начиная с момента полного раскрытия парашюта.

Повторяя рассуждения, проведенные в начале решения задачи, можно установить, что возникающее при этом отрицательное ускорение также будет убывать до нуля, а скорость уменьшаться до нового стационарного значения, равного

$$v'_{\text{пр}} = \frac{mg}{\alpha_2}.$$

Полные графики изменения ускорения и скорости для всего времени падения парашютиста представлены на рис. 3.33.

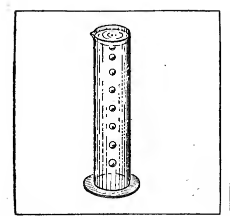


Рис. 3.31.

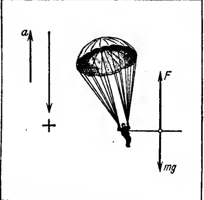


Рис. 3.32.

Рис. 3.33.

Парашют рассчитывается так, чтобы предельная скорость спуска с раскрытым парашютом не превышала 5—7 м/с. С момента раскрытия парашюта до установления равномерного движения парашютист успевает пролететь около 100—150 м, поэтому прыжки с таких малых высот опасны.

§ 68. Сухое трение

Силы трения могут возникать и при непосредственном соприкосновении твердых тел. Для этих сил характерно то, что они действуют вдоль поверхности соприкосновения и всегда направлены так, что препятствуют движению соприкасающихся тел друг относительно друга. Эти силы часто называют *силами сухого трения.* Мы рассмотрим только два вида сил сухого трения: *трение покоя* и *трение скольжения.*

Попробуйте сдвинуть с места какой-нибудь тяжелый предмет, стоящий на полу (рис. 3.34). Если вы будете действовать с малой силой $\boldsymbol{F}$, то предмет не сдвинется с места. Он останется в покое потому, что одновременно с силой $\boldsymbol{F}$ на него начнет действовать со стороны пола сила трения покоя $\boldsymbol{F}_{тр}$. Эта сила $\boldsymbol{F}_{тр}$ по модулю равна силе $\boldsymbol{F}$, но направлена в противоположную сторону и препятствует возникновению движения. Одновременно с изменениями модуля и направления внешней силы сила трения покоя тоже меняет свой модуль и направление. Это первая важная особенность сил трения покоя.

Силы трения покоя могут принимать любые значения: от нуля до некоторой наибольшей величины. Модуль и направление сил трения покоя зависят от характера внешних воздействий, которым подвергаются соприкасающиеся тела. Наибольшее значение силы трения покоя зависит от материала, из которого сделаны тела, от качества обработки и состояния соприкасающихся поверхностей.

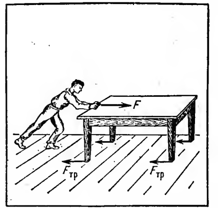


Рис. 3.34.

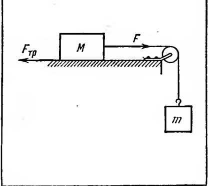


Рис. 3.35.

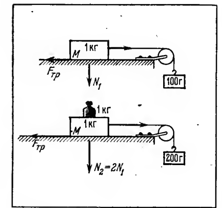


Рис. 3.36.

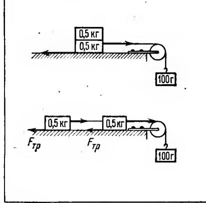


Рис. 3.37.

Определить наибольшее значение силы трения покоя можно на простом опыте, схема которого изображена на рис. 3.35. Если постепенно увеличивать груз m, то при некоторой нагрузке возникнет скольжение бруска M по поверхности стола. При этом сила трения покоя примет наибольшее возможное значение и станет равна силе тяжести груза mg.

Используя эту же установку, можно подметить и вторую важную особенность сил трения покоя: наибольшее значение силы трения покоя $F_{тр}$ растет пропорционально силе нормального давления N, прижимающей тела друг к другу. Действительно, нагружая брусок M дополнительным грузом (рис. 3.36), мы будем увеличивать силу нормального давления N и наблюдать увеличение наибольшей силы трения, пропорциональное изменению N. Поэтому можно записать:

$$F_{тр}=kN.$$

Здесь N — сила нормального давления; постоянная k — коэффициент трения.

Наконец, с помощью этой же установки можно найти третью особенность сил трения покоя (рис. 3.37): при неизменной силе нормального давления наибольшее значение силы трения не зависит от размеров площади соприкосновения тел.

Совершенно так же можно определить и особенности сил трения скольжения. Для этого нужно подобрать груз m так, чтобы после начала скольжения тело двигалось равномерно. При этом сила натяжения нити будет по модулю равна силе трения скольжения.

Ряд таких простых опытов позволяет установить все основные свойства сил трения скольжения. Опыты показывают, что сила трения скольжения оказывается немного меньше, чем наибольшая сила трения покоя.

Сила треиия скольжеиия зависит от материала тел н от качества соприкасающнхся поверхиостей. Оиа также пропорциональна силе нормальиого давления, прижимающей тела друг к другу, н не зависит от размеров площадн соприкосиовения. Сила треиия скольжения всегда направлена в сторону, противоположную иаправлеиию скорости относительного движення тел. Сила тренмя скольжения немного, ио довольио сложно меняется с увеличением этой скоростн.

Решая задачи, обычио вводят ряд упрощеиий. Например, пренебрегают разиицей между ианбольшей силой треиия покоя н силой трения скольжения и считают нх равными друг другу; или пренебрегают измеиениями силы треиия скольжения при изменениях скорости. Считают, что сила трения скольжения по своему значению остается постояииой при всех скоростях. Приинимая эти упрощения, в дальнейшем при расчетах мы будем применять формулу $F_{тр}=kN$ и для определения силы треиия скольжеиия.

Треиие покоя н трение скольжения играют очень важиую роль в технике, и в обыденной жизии. Очеиь часто в трении видят только помеху, ие позволяющую создавать и сохранять иеизменными движения тел. Но в то же время без существоваиия трения иевозможно было бы движение тел по поверхностн землн. Используя треине колес о землю нли о рельсы, автомобили н поезда прнходят в движение.

Поэтому в технике решают задачу не только о том, как уменьшить треиие там, где оио мешает движеиию, ио и как его увеличнть там, где оио помогает создать или передать движеине. Например, тепловозы и электровозы делают возможно более тяжелыми. Сцепления в автомобнле передают движения от двигателя к колесам с помощью сил трения, которые должны быть большими. Чтобы добиться этого, диски сцепления автомобиля прижимают друг к другу сильиыми пружинами (рис. 3.38). Этим создают большую силу нормальиого давления и добиваются значительного увеличення снл

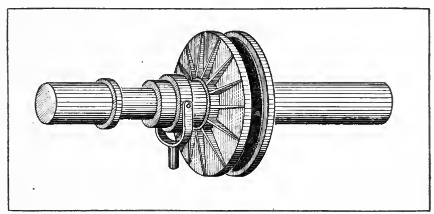


Рис. 3.38.

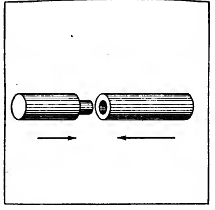


Рис. 3.39.

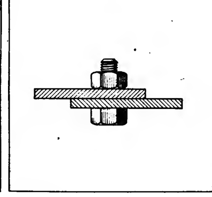


Рис. 3.40.

трения покоя, передающих движение от одной части машины к другой.

Так же поступают, когда силы трения используют для соединения деталей в различных механизмах. Для этого детали впрессовывают друг в друга (рис. 3.39). При этом возникают упругие силы, создающие большое нормальное давление на поверхность впрессованной детали. За счет этого в месте соединения развиваются необходимые большие силы трения покоя. Такие же силы трения удерживают на месте любую туго завинченную гайку (рис. 3.40).

В дальнейшем при решении задач мы будем использовать уравнение $F_{тр}=kN$ как дополнительное, выражающее особые свойства сил трения скольжения.

§ 69. Всемирное тяготение

Одним из самых удивительных механических свойств тел является их способность притягивать друг друга даже на расстоянии. Эти силы взаимного притяжения, действующие между всеми телами без исключения, получили название *сил всемирного тяготения* или *гравитационных сил*. Силы всемирного тяготения не зависят от состояния тела; их действию не мешают никакие препятствия. Сила тяжести, с которой мы уже познакомились и которая заставляет все свободные тела падать на Землю, является лишь частным случаем проявления сил всемирного тяготения.

Присуще ли тяготение только Земле? Такой вопрос впервые разрешил Исаак Ньютон. Пытаясь объяснить движение Луны вокруг Земли по круговой орбите, рассматривая открытые Кеплером законы движения планет вокруг Солнца, он сделал предположение, что тяготение является всеобщим свойством материи. Ньютон, основываясь на том, что сила тяжести пропорциональна массе тела,

высказал мысль, что сила всемирного тяготения должна быть пропорциональна массам обоих взаимодействующих тел.

Далее он сопоставил силы тяжести, действующие на все тела на поверхности Земли, с силой действия Земли на Луну и на находящиеся на ней предметы. Расчет показал, что сила, действующая со стороны Земли на предметы, находящиеся на Луне, приблизительно в 3600 раз меньше, чем сила, действующая на такие же тела на поверхности Земли. Расстояние от центра Земли до Луны в 60 раз больше радиуса земного шара. Поэтому Ньютон предположил, что сила всемирного тяготения должна убывать обратно пропорционально квадрату расстояния между телами. Ньютон предложил следующую формулировку *закона всемирного тяготения:*

два тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F \sim \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Отметим, что приведенная формулировка справедлива только тогда, когда размеры тел малы по сравнению с расстоянием между ними. Если это условие не выполняется, то по формуле сначала вычисляют силы, действующие между маленькими частями тел, а затем эти действия складывают и находят полную силу взаимодействия больших тел.

Для того чтобы можно было написать формулу закона в виде равенства, нужно ввести некоторый коэффициент пропорциональности γ, числовое значение которого зависит от выбора единиц силы, массы и расстояния.

Окончательно формула закона всемирного тяготения будет иметь вид

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Неприятность здесь состоит в том, что размерность силы слева не совпадает с размерностью выражения справа. Поэтому коэффициент γ не может быть числом отвлеченным и является именованной величиной со своей размерностью. Этот коэффициент получил название *гравитационной постоянной*.

Гравитационная постоянная γ в системе СИ имеет значение: $\gamma = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²; а в системе СГС: $\gamma = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ дин·см²/г².

Эта постоянная, как мы видим, очень мала, поэтому силы тяготения между небольшими телами тоже малы и их прямое измерение в земных условиях представляет большие трудности. Эти трудности были преодолены английским физиком Генри Кевендишем (1731—1810), который впервые в лаборатории сумел измерить силы тяготения и определить числовое значение гравитационной постоянной.

Закон всемирного тяготения позволил Ньютону теоретически получить все законы движения планет и положить начало современной небесной механике. Ньютон с помощью этого закона правильно объяснил явления морских приливов и отливов.

В дальнейшем этот закон многократно позволял не только рассчитывать движения небесных тел по результатам астрономических наблюдений, но и предсказывать существование неизвестных светил по их влиянию на движения известных планет и звезд. Таким образом, например, были заранее определены положение и размер планеты Нептун. В настоящее время этот закон позволяет расчетным путем определять существование планет у далеких звезд, служит надежной основой для расчета движения искусственных спутников Земли и космических кораблей.

§ 70. Пример применения закона всемирного тяготения. Первая космическая скорость

Рассчитаем скорость v, которую должен иметь искусственный спутник для движения по круговой орбите вблизи поверхности Земли.

Для того чтобы спутник мог двигаться по такой орбите со скоростью v, ему необходимо сообщить нормальное ускорение $a=v^2/R$, где R — радиус орбиты. Если масса спутника m, то по второму закону Ньютона на него должна действовать сила $F=mv^2/R$. Единственной такой силой является сила притяжения Земли. Она может быть найдена из закона всемирного тяготения $F=\gamma mM/R^2$, где M — масса Земли. Подставляя это значение силы во второй закон Ньютона, получим уравнение для расчета скорости спутника на орбите:

$$\gamma \frac{mM}{R^2}=\frac{mv^2}{R}, \quad \text{или} \quad v^2=\gamma \frac{M}{R}.$$

В полученное выражение для расчета скорости v входит гравитационная постоянная γ и масса Земли M. Для того чтобы сделать его более простым, рассмотрим еще раз свободное падение тела у поверхности Земли. Ускорение свободного падения g создается силой тяжести

$$P=mg.$$

Но эта же сила тяжести по закону всемирного тяготения будет равна

$$P=\gamma \frac{mM}{R_0^2},$$

где R_0— радиус Земли. Приравнивая оба выражения для силы тяжести, получим:

$$mg=\gamma \frac{mM}{R_0^2}, \quad \text{или} \quad \gamma M=gR_0^2.$$

Это дает нам возможность исключить из формулы скорости спутника произведение γM и получить для нее более простое выражение:

$$v^2 = gR_0^2/R, \quad v = R_0\sqrt{g/R}.$$

Радиус Земли $R_0=6400$ км, ускорение свободного падения $g=9,8$ м/с^2. Орбиты первых советских спутников, проходивших на высоте около 100 км над поверхностью Земли, имели радиус $R=6500$ км. Если подставить эти значения в формулу, то найдем, что спутники должны были иметь скорость $v\approx7,9$ км/с.

Скорость, которую нужно сообщить телу, чтобы оно обращалось вокруг Земли как искусственный спутник, называется *первой космической скоростью.*

§ 71. Вес и невесомость

В жизни мы часто употребляем слово «вес» в самых разных смыслах. Когда, например, мы говорим, что у грузовика большой вес, то имеем в виду, что он тяжело нагружен, что на него действует большая сила тяжести со стороны Земли. В этом случае мы связываем вес с самим телом, рассматриваем его как свойство самого тела.

Когда мы говорим, что станок своим весом сильно давит на фундамент, то имеем в виду уже совсем другое, а именно силу, с которой станок давит на опорную плиту. В этом случае мы связываем вес с действием на опору.

Совсем другой смысл мы придаем слову «вес», когда покупаем какие-нибудь продукты и просим их взвесить.

В механике понятие веса является совершенно лишним. Но так как это слово простое, привычное, то им часто пользуются. Поэтому, чтобы не возникало путаницы, необходимо уговориться, в каком смысле мы будем его употреблять при рассмотрении механических явлений:

весом будем называть силу, с которой тело, находящееся только под влиянием силы тяжести, действует на подвес или на горизонтальную подставку, неподвижные в выбранной системе отсчета.

Так как по определению тело и подвес (или подставка) неподвижны в системе отсчета, то сумма сил, приложенных к телу, равна нулю. Отсюда согласно второму и третьему закону Ньютона следует, что вес P тела, действующий на подставку, должен быть численно равен силе тяжести mg, действующей на тело:

$$P=mg.$$

Поэтому мы не делаем ошибки, когда определяем силу тяжести путем взвешивания, т. е. путем определения сил, с которыми тела давят на чашки неподвижных весов.

Данное нами определение позволяет по-другому посмотреть и на то, что происходит в телах под влиянием силы тяжести. Возьмем какое-либо неподвижное твердое тело. Мысленно рассечем его на

горизонтальные слои. На каждый из этих слоев действуют сила тяжести этого слоя и вес всей вышележащей части тела. Этот вес будет становиться тем больше, чем ниже лежит слой. Поэтому под влиянием веса вышележащих частей каждый слой деформируется и в нем возникают упругие напряжения, которые возрастают по мере перехода от верхней части тела к нижней. Эту картину можно увидеть на модели из дощечек, скрепленных пружинами (рис. 3.41).

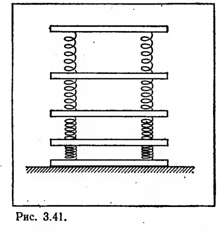


Рис. 3.41.

Такая картина распределения деформаций, возникающих под действием сил тяжести, существует во всех неподвижных относительно Земли телах.

Эта картина совершенно меняется, если телу предоставить возможность свободно двигаться под действием сил тяжести, например свободно падать или совершать свободное движение вокруг Земли подобно спутнику.

Возьмем рамку и укрепим на ней на одинаковых пружинах три груза разных масс (рис. 3.42, *а*). Под действием веса разных грузов пружины растянутся по-разному. Наиболее сильно будет растянута пружина, удерживающая самый тяжелый груз. Предоставим рамке возможность свободно падать (рис. 3.42, *б*). При этом можно увидеть, что растяжения у пружин исчезнут. Все деформации пружин полностью снимутся, несмотря на то, что они по-прежнему прикреплены к грузам.

Таким образом, если телам предоставляется возможность свободно падать, то все деформации в телах полностью исчезают. Тела, несмотря на сохраняющееся действие сил тяжести, перестают давить друг на друга. Весы перестают показывать вес.

Состояние, при котором в телах, свободно движущихся только под действием сил тяжести, исчезают деформации и взаимные давления, назвали состоянием невесомости.

Именно такие состояния наблюдают и испытывают космонавты на космических кораблях.

Нетрудно заметить, что то определение веса, которое было дано в начале параграфа, полностью сохраняет силу для системы отсчета, связанной с кораблем. Сила давления любого тела на подставку, неподвижную относительно космического корабля, равна нулю.

Исчезновение привычных давлений между отдельными частями и органами тела вызывает изменения во всех жизненных процессах, происходящих в организме. Поэтому исследование особенностей

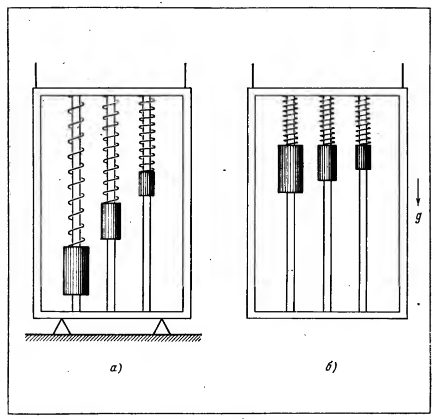


Рис. 3.42.

жизнедеятельности организма в условиях невесомости является предметом неустанных забот врачей и биологов.

§ 72. Общий обзор механических свойств тел

Изучение механических движений позволило ознакомиться с удивительным и бесконечным разнообразием свойств тел. Прежде всего мы узнали: о существовании инертных свойств тел — о способности по-разному отзываться на внешние механические воздействия; о том, что инертные и гравитационные свойства связаны между собой.

Наблюдения позволили установить, что способность тел сохранять свою форму и объем различна у разных тел.

Твердые тела обнаруживают способность упруго деформироваться и имеют разные пределы упругости и разные пределы прочности. Благодаря этому их можно разделить на жесткие и мягкие, хрупкие и пластичные и т. д.

Жидкости обнаруживают способность быть упругими при изменениях объема и практически не сжиматься.

Газы также проявляют упругие свойства в отношении сжатия, но эти свойства оказываются более сложными.

Все тела могут действовать друг на друга силами упругости, трения и всемирного тяготения.

Объяснение механических свойств тел, открытие связи между этими свойствами и внутренним строением тел является одной из главных задач всех следующих разделов физики.

В молекулярно-кинетической теории будет показано, что почти все свойства тел могут быть объяснены особенностями движения и взаимодействия атомов, составляющих тела. При дальнейшем изучении физики вы узнаете, что силы упругости и силы трения всех видов имеют электромагнитную природу. Они возникают за счет различных видов электрических взаимодействий между электронными оболочками и ядрами атомов.

Вообще в природе существует довольно мало различных видов основных сил, к которым сводятся все взаимодействия тел. Три из них вам знакомы из начального курса физики — это гравитационные, электромагнитные и ядерные силы.

Действие гравитационных сил проявляется наиболее заметно в движениях планет и звезд и явлениях земного тяготения. Эти силы являются главными в определении поведения тел с большими массами.

Электромагнитные силы в конечном итоге определяют все свойства окружающих нас тел и все явления на Земле.

Ядерные силы управляют процессами, протекающими внутри ядер атомов, управляют взаимодействиями, превращениями и свойствами элементарных частиц, входящих в состав ядер атомов.

§ 73. Принцип относительности механических явлений

Все законы, с которыми мы познакомились, были выведены из опытов, проделанных на Земле в таких условиях, что систему отсчета, связанную с Землей, можно было считать инерциальной. Следовательно, строго говоря, эти законы мы имеем право применять только по отношению к движениям тел в этой системе.

Возникает вопрос, будут ли механические явления в других инерциальных системах происходить так же, как на Земле? Будет ли в этих системах второй закон Ньютона действовать в той же форме $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$?

Например, самолет летит по горизонтали равномерно и прямолинейно. В самолете падает какой-то предмет. Можно ли движение этого предмета относительно самолета рассчитывать по таким же законам, как и движение относительно Земли? Другой пример: предмет в самолете тянут с помощью пружины. Можно ли движение этого предмета относительно самолета рассчитывать по той же формуле $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$?

Для того чтобы ответить на эти вопросы, необходимо отдельно рассмотреть, что будет происходить с силами $\boldsymbol{F}$ и ускорениями $\boldsymbol{a}$ при переходе из одной инерциальной системы в другую.

Вернемся к § 32. В нем было показано, что во всех системах отсчета, равномерно и прямолинейно движущихся друг относительно друга, будут наблюдаться одинаковые ускорения у одних и тех же тел. Другими словами, при переходе из одной такой системы в другую ускорения не изменяются.

Предмет будет падать с одинаковым ускорением g и относительно Земли, и относительно равномерно движущегося самолета. У предмета, который тянут пружиной, наблюдатель, сидящий в самолете, зарегистрирует такое же ускорение a, что и наблюдатель, находящийся на Земле. Следовательно, при переходе из одной инерциальной системы в другую правая часть уравнения второго закона Ньютона $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ будет оставаться неизменной.

В этой главе было показано, что силы упругости зависят только от деформаций, т. е. от того, как относительно друг друга расположены отдельные части предмета (например у пружины); силы тяготения зависят только от расстояния между взаимодействующими предметами; силы трения — от скорости, с которой движутся тела друг относительно друга. Но все эти величины не меняются при переходе из одной системы отсчета в другую.

Если пружину растянуть на величину Δl, то это растяжение будет одинаковым и для наблюдателя в самолете, и для наблюдателя на Земле. Если брусок скользит по доске и его скорость относительно доски v, то для обоих наблюдателей эта скорость будет одинаковой.

Это очень важный результат. Он означает, что в двух инерциальных системах отсчета будут регистрироваться одни и те же силы $\boldsymbol{F}$.

Другими словами, при переходе из одной инерциальной системы в другую в левой части уравнения второго закона Ньютона сумма сил $\boldsymbol{F}$ также не будет меняться.

Мы показали, что обе части уравнения второго закона Ньютона при таком переходе не изменяются, следовательно, и сам закон в целом в обеих системах отсчета действует в неизменной форме.

Это же можно показать и для всех других законов механики. Поэтому мы можем утверждать, что *во всех инерциальных системах все механические явления происходят одинаково; при переходе из одной такой системы в другую форма законов механики остается неизменной*. Эти утверждения и составляют содержание принципа относительности механических явлений, который был впервые открыт Галилеем и который часто называют *принципом относительности Галилея*.

Этот принцип можно сформулировать и по-другому: *нельзя с помощью механических опытов обнаружить собственное движение инерциальной системы отсчета*. Действительно, если механические явления не зависят от скорости системы отсчета и она не входит в

формулы законов, то и обнаружить скорость системы в какой-нибудь опыте невозможно.

Значение принципа Галилея состоит в том, что он дает нам уверенность во всеобщем и объективном характере найденных нами законов. Этот принцип говорит о независимости механических явлений от наблюдателей: явления происходят по одним и тем же законам во всем мире даже тогда, когда мы их не наблюдаем.

§ 74°. Основные положения теории относительности

После того как люди убедились в том, что во всех инерциальных системах механические явления происходят одинаково, в конце XIX в. и в начале XX в. предпринимались многочисленные попытки найти такие явления природы, которые бы менялись при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую. Все они кончались безуспешно. Тепловые, электрические, магнитные, световые и атомные явления происходили во всех системах одинаково. Также одинаково происходили и все биологические явления. Ни одно из них не позволяло обнаружить собственного движения инерциальной системы отсчета.

Основываясь на результатах многочисленных опытов, в 1905 г. Эйнштейн высказал предположение о том, что независимость явлений природы от выбора инерциальной системы является одним из основных законов мироздания. Итак:

все физические явления в мире происходят одинаково во всех инерциальных системах отсчета; во всех этих системах все законы действуют в неизменной форме. Этот вывод стал *первым основным положением* новой физики, которую принято называть теорией относительности. Ни один из опытов, которые непрерывно производятся до сих пор, не смог опровергнуть этого утверждения Эйнштейна.

Со вторым основным положением теории относительности мы познакомились в § 28. Там было отмечено особое значение закона Галилея, который утверждает, что все тела под действием силы тяжести падают на Землю с одинаковым ускорением. Теперь мы можем сказать, что одинаковость ускорений свободного падения различных тел устанавливает связь между их инертными и гравитационными свойствами. Она означает, что инертные и гравитационные свойства тела определяются одной и той же величиной — массой тела. Поэтому *второе основное положение* теории относительности формулируется так:

инертные и *гравитационные свойства тел эквивалентны*.

Третьим основным положением теорин относительности стали результаты опытов по измерению скорости света. Эти опыты начали проводиться во второй половине XIX в. и продолжаются до сих пор. Они обнаружили одно удивительное свойство света. Оказалось, что скорость света не зависит от скорости движения системы отсчета. Или по-другому:

скорость света во всех инерциальных системах отсчета одинакова.

Именно этот результат стал *третьим основным положением* теории относительности, которая теперь является одной из важнейших среди современных теорий строения мира.

Используя эти три основных положения и законы, управляющие отдельными явлениями, А. Эйнштейн (1879—1955) нашел величины, с помощью которых можно характеризовать любое явление и которые не зависят от положения и движения наблюдателя, от выбора системы отсчета. Использование этих основных положений позволило также установить, что свойства времени и пространства в разных системах отсчета различны. Оказалось, что время в быстро движущейся системе течет медленнее, а линейные размеры предметов становятся меньше. Эти же положения позволили объяснить, почему ускорения зависят от скорости движения. Наконец, использование этих положений позволило открыть удивительную связь инертных свойств тела с его полной энергией.



ИМПУЛЬС СИЛЫ. КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

§ 75. Почему нужно искать новые формы законов Ньютона?

Как мы уже убедились, законы Ньютона, записанные в силах и ускорениях, позволяют решить до конца любую механическую задачу, рассчитать любое движение во всех его деталях. Однако имеется ряд причин, которые заставляют искать другие формы выражения этих законов.

Во-первых, имеется большая группа практически важных задач, которые не требуют знания всех деталей движения. Для решения этих задач необходимо уметь определить только конечное состояние движения по заданному начальному. Другими словами, необходимо уметь сразу определить конечный результат действия силы. Например, кузнецу при ковке детали важно знать только то, как изменится форма детали *после* удара молота (рис. 4.1).

При забивке свай инженеру необходимо уметь рассчитать величину углубления сваи в землю *после* удара бойка (бабы) копра и величину нагрузки, которую она сможет потом выдержать (рис. 4.2).

Играющего на биллиарде не интересует, как меняются скорости шаров во время удара. Важно только то, как будут двигаться шары *после* удара (рис. 4.3).

При расчете давления газа на стенки сосуда не важно знать, как меняется скорость молекул во время удара о стенку сосуда, но необходимо рассчитать *конечный результат* действия молекул на стенку (рис. 4.4).

Физик при исследовании взаимодействий отдельных элементарных частиц опять-таки по заданным начальным скоростям частиц определяет только те скорости, которые частицы приобретают *после* соударений (рис. 4.5).

Очевидно, что во всех этих случаях нет нужды производить расчет всех особенностей движения тел во время взаимодействия, тем более что это оказывается математически очень сложным, а порой и невозможным делом.

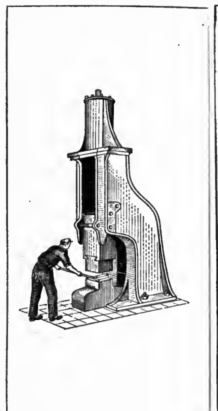


Рис. 4.1.

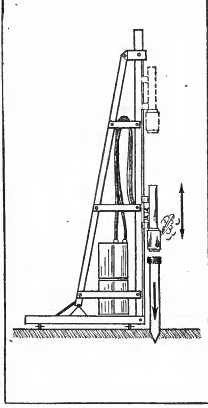


Рис. 4.2.

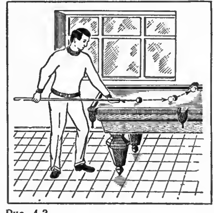




Рис. 4.3.

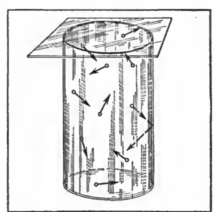


Рис. 4.4.

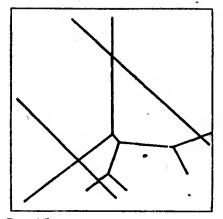


Рис. 4.5.

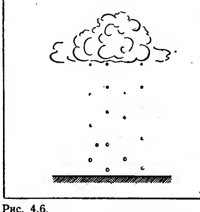


Рис. 4.6.

Во-вторых, задача о движении тел переменной массы также требует отыскания новых форм законов Ньютона. В самом деле, когда мы формулировали второй закон Ньютона в виде $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$, то предполагали, что масса m является постоянной и не меняется во время движения. Следовательно, необходимо специально проверить, можно ли применить этот закон в таком виде, если во время движения происходят какие-либо изменения массы m.

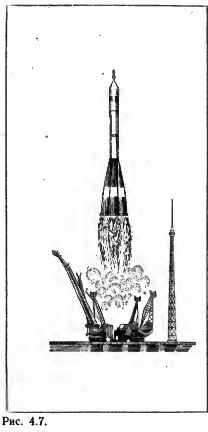
Например, в осенний пасмурный день зародыш капли дождя начал падать из тучи на Землю (рис. 4.6). Во время падения на этом зародыше конденсируются водяные пары из окружающего воздуха. При движении масса капли непрерывно растет. Можно ли рассчитать движение этой капли по закону $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$?

Другой пример. Ракета выводит спутник Земли на орбиту (рис. 4.7). Бо́льшую часть массы ракеты составляет топливо. На активном участке полета это топливо выгорает. Масса ракеты на этом участке траектории быстро уменьшается. В этом случае также необходимо проверить возможность применения формулы $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ для расчета движения ракеты с изменяющейся массой.

В § 40 был отмечен один из важнейших результатов экспериментов: было показано, что ускорения при движении тел зависят от состояния движения этих тел, от их скорости. Пользуясь тем, что эта зависимость слаба при малых скоростях, мы это явление не учитывали при формулировке законов. Вопрос о том, как учесть такую зависимость при больших скоростях, также непосредственно связан с рассмотрением движения тел переменной массы.

Наконец, в-третьих, найти новые формы законов Ньютона необходимо потому, что есть такие случаи, когда нельзя пользоваться понятием ускорения.

При выводе ускорения в §§ 22—25 мы рассматривали физически малые приращения скорости, т. е. предполагали, что скорость меняется непрерывно от начального значения до любого конечного и


Рис. 4.7.

что для любого изменения скорости нужно конечное время. Или по-другому: при этом выводе предполагалось, что каждое материальное тело может приобретать любые скорости и что скорость тел не может изменяться скачками, мгновенно.

Справедливость этого предположения подтверждается повседневной жизнью и практикой для всех тел: от самых больших до самых маленьких — свободных электронов и других частиц. Мы не можем себе представить такого случая, чтобы неподвижное сначала тело в одно мгновение приобрело какую-то скорость v. Оно всегда разгоняется и скорость набирает постепенно. При разгоне скорость тела принимает все промежуточные значения от начального до конечного.

Совсем иначе ведут себя электроны и другие частицы, когда они движутся внутри атома. Великий датский ученый Нильс Бор в 1913 г. установил, что электрон внутри атома может находиться только в некоторых избранных состояниях движения. Переход электрона из одного разрешенного состояния в другое совершается скачком, без пребывания в промежуточных состояниях. Ясно, что для этого случая нельзя употреблять понятие ускорения.

Таким образом, все эти причины заставляют нас найти такие выражения для законов динамики, в которых действие силы связывается непосредственно с начальными и конечными скоростями тел.

§ 76. Преобразование второго закона Ньютона

Конечная скорость движения тел определяется не только самой силой, но и временем действия этой силы. Поэтому можно попытаться найти такую форму второго закона, которая содержала бы начальную и конечную скорости тела и время действия силы, вызвавшей изменение скорости.

Рассмотрим сначала простую задачу. Пусть в момент времени t_1 тело массой m имело скорость v_1 (рис. 4.8). На тело в течение

времени $\Delta t = t_2 - t_1$ действует одна-единственная, постоянная сила F в направлении движения тела. Во время действия этой силы движение тела будет оставаться прямолинейным. Найти выражение для скорости v_2, которую будет иметь тело к моменту времени t_2.

Для решения запишем второй закон Ньютона в виде

$$F = ma.$$

Так как по условию сила постоянна и меняет только модуль скорости, то движение будет равнопеременным и ускорение a может быть выражено непосредственно через начальную и конечную скорости:

Рис. 4.8.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}.$$

Подставив это выражение в уравнение второго закона, получим:

$$F = m\frac{v_2 - v_1}{\Delta t}, \quad \text{или} \quad F\,\Delta t = mv_2 - mv_1.$$

Мы решили поставленную задачу и связали действие силы прямо со значениями начальной и конечной скоростей тела. Это и есть частный случай новой формы второго закона Ньютона.

Если направление силы $\boldsymbol{F}$ не совпадает с направлением начальной скорости $\boldsymbol{v}_1$, то и в этом случае конечная скорость $\boldsymbol{v}_2$ может быть найдена из выражения

$$\boldsymbol{F}\Delta t = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1.$$

Это уравнение второго закона Ньютона будет уже векторным и определяет не только изменения модуля скорости, но и изменения ее направления.

Произведение силы на время ее действия $\boldsymbol{F}\Delta t$ получило особое название импульса силы.

Импульс силы — это сложная физическая величина, которая одновременно учитывает влияние модуля, направления и времени действия силы на изменение состояния движения тела. Импульс силы $\boldsymbol{F}\Delta t$ является вектором, по направлению совпадающим с направлением вектора силы $\boldsymbol{F}$.

Произведение массы тела на его скорость $m\boldsymbol{v}$ называется количеством движения.

Количество движения $m\boldsymbol{v}$ также является вектором. Направление этого вектора совпадает с направлением вектора скорости [1]).

Теперь в новых понятнях *второй закон Ньютона* можно прочитать следующнм образом:

изменение количества движения тела равно импульсу всех сил, действовавших на него:

$$\boldsymbol{F}\Delta t = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1, \quad \text{или} \quad \boldsymbol{F}\Delta t = \Delta(m\boldsymbol{v}).$$

Именно в таком виде закон был впервые сформулирован самим Ньютоном (ср. § 51).

Связь между нмпульсом силы и изменением количества движения легко проследить на опытах. Подвесим тяжелое тело на нити. Такую же нить прикрепим к телу снизу. Прочность нитей подберем так, чтобы верхняя нить могла только удерживать тело, не разрываясь (рнс. 4.9, *а*). Если ннжнюю нить потянуть плавно и не очень сильно, то при этом верхняя ннть оборвется и груз начнет падать (рис. 4.9, *б*). Объясним этот опыт. Не очень большая сила $\boldsymbol{F}$, с которой мы тянули нижнюю нить, действовала на груз длительное время Δt и сообщила ему большой импульс $\boldsymbol{F}\Delta t$. Под действием этого импульса тело приобрело значительное количество движения $m\boldsymbol{v}$ и сдвинулось с места. Это смещение тела вызвало дополнительную деформацию верхней нитн. При этом предел прочности нити был перейден и нить разорвалась.

Если же во время опыта ннжнюю нить резко с большой силой дернуть, то она разорвется, а верхняя как будто и не почувствует этого сильного рывка (рис. 4.9, *в*). Причина кроется в том, что большая снла $\boldsymbol{F}$ действует на груз в течение очень короткого времени Δt. Это время затрачивается только на создание деформации нижней нити во время рывка. Тело массой m получает такой малый импульс, что не успевает набрать скорость и сдвинуться с места. Поэтому у верхней нити не возникает дополнительных деформаций, и она остается целой.

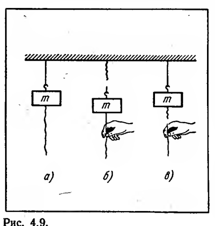


Рис. 4.9.

Другой пример. На столе поставим на край длинной бумажной полоски стакан или банку с водой (рис. 4.10, *а*). Полоску потянем с такой силой, чтобы не возникало скольжения бумаги относительно стакана. Стакан по-

[1]) В теоретической физике очень часто количество двнжеиия называют импульсом тела. Мы сохраняем термин «количество двнжения» для того, чтобы избежать возможиой путаиицы с импульсом силы.

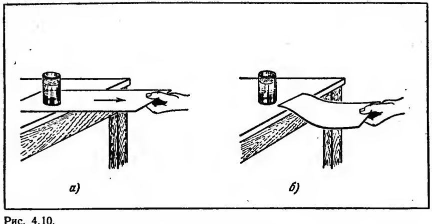


Рис. 4.10.

едет вместе с бумагой. Снла трения, приложениая к стакану, действует длительиое время Δt н сообщает ему большой импульс. Стакан успевает прнобрестн необходимое колнчество движения н перемещается вместе с бумагой. Если же бумажиую полоску резко с большой снлой дернуть, то она выскользнет из-под стакана, а сам стакан останется стоять на месте (рнс. 4.10, *б*). В этом случае время действия снлы мало. Оно равно времени прохождеиия коица бумажной полоски под дном стакаиа. За это время сила успевает сообщить стакану только очень малый нмпульс, и стакан остается на месте.

§ 77. Упругий удар шара о стенку

В качестве примера практического прнменення новой формы второго закоиа Ньютона рассмотрим задачу об абсолютно упругом ударе шара массой m о неподвнжную стенку (рнс. 4.11).

Допустим, что шар до удара нмеет скорость $\boldsymbol{v}$ н движется перпендикулярио стеике. Нужио иайтн скорость $\boldsymbol{w}$, с которой он будет двигаться после удара, н импульс, который получнт стенка во время удара.

Рассмотрнм отдельно последовательные стадии удара.

С момеита соприкосновения в шаре н стеике иачиут развиваться деформации. Вместе с ними будут возникать постепенио возрастающие упругие силы $\boldsymbol{F}$, действующие на стеику и на шар и тормозящие движеиие шара. Нарастаиие деформаций и снл прекратится в тот момент, когда скорость шара обратится в иуль: $u=0$.

Таким образом, для этой стадии удара мы знаем начальное и коиечиое значеиие колнчества движения шара и по ним можем определить импульс, полученный за это время шаром от стеики. Снла в это время меняет свое значение от нуля до некоторой максимальной

величины, поэтому выразить импульс прямо через силу довольно сложно. Введем так называемую *среднюю силу:*

средней силой будем называть постоянную силу $\boldsymbol{F}$, *сообщающую телу такой же импульс, какой сообщает ему переменная сила за то же время.*

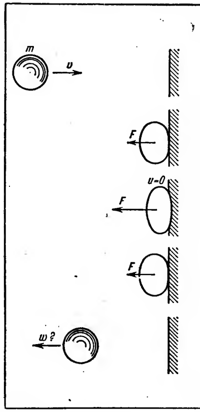


Рис. 4.11.

Для импульса средней силы, которая действовала на шар при его деформации, теперь можно записать уравнение второго закона Ньютона: $\boldsymbol{F}\Delta t = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1$. Так как $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{u} = 0$ и $\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{v}$, то окончательно получим:

$$\boldsymbol{F}\Delta t = -m\boldsymbol{v}.$$

Изменение количества движения шара за первую половину удара и импульс, полученный шаром, оказываются равными начальному количеству движения, взятому с обратным знаком.

Во время второй половины удара после полной остановки шара упругие силы заставят его двигаться в обратном направлении. Деформации, а вместе с ними упругие силы, начнут уменьшаться. При этом все значения деформаций и сил повторятся в обратном порядке за такое же время. Следовательно, во время второй стадии удара шар получит от стенки дополнительно такой же импульс $-m\boldsymbol{v}$, как и на первой стадии. Теперь подставим в уравнение второго закона Ньютона $\boldsymbol{F}\Delta t = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1$ найденные значения импульса и скоростей, соответствующие второй половине удара. Так как $\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{u} = 0$ и $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{w}$, то получим

$$\boldsymbol{F}\Delta t = m\boldsymbol{w}.$$

Приравнивая левые части выражений, записанных для первой и второй половин удара, находим:

$$-m\boldsymbol{v} = m\boldsymbol{w}, \quad \text{или} \quad \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{v}.$$

После упругого удара о стенку по нормали шар будет иметь скорость $\boldsymbol{w}$, равную по модулю начальной скорости $\boldsymbol{v}$ и противоположно ей направленную. Полный импульс, полученный шаром за все время удара, и полное изменение количества движения будут равны $-2m\boldsymbol{v}$.

По третьему закону Ньютона стенка получит от шара такой же импульс $2m\boldsymbol{v}$, но направленный в противоположную сторону.

Допустим, что стенка испытывает за одну секунду N таких ударов. Во время каждого удара стенка получит импульс $2m\boldsymbol{v}$. Всего за секунду стенка получит импульс $2Nm\boldsymbol{v}$. Зная этот импульс, можно вычислить среднюю силу $\boldsymbol{F}$, которая действует на стенку и создается ударами шаров. Полный импульс, полученный стенкой, будет

$$\boldsymbol{F}\Delta t = 2Nm\boldsymbol{v},$$

где Δt — время, в течение которого произошли N ударов. Подставляя $\Delta t=1$ с, найдем, что за одну секунду на стенку будет действовать средняя сила $\boldsymbol{F}=2Nm\boldsymbol{v}$.

Рассмотренный пример особенно важен потому, что именно таким образом подсчитываются силы давления газа на стенки сосуда. Как вы узнаете в курсе молекулярной физики, давление газа на стенки сосуда возникает за счет импульсов, которые сообщают стенке при ударах быстро движущиеся молекулы газа. При этом предполагают, что каждый удар молекулы является абсолютно упругим. Проведенные нами расчеты полностью применимы к этому случаю. Вся трудность расчета давления газа состоит в правильном подсчете числа ударов N молекул о стенки сосуда за единицу времени. Заметим также, что совпадение модуля силы с модулем импульса, сообщаемого этой силой за единицу времени, часто используется в решении многих практических задач.

Отметим, наконец, что в наших рассуждениях скрывается одно недосказанное предположение о том, что время, затраченное на создание деформаций во время удара, равно времени снятия деформаций. Немного позже мы докажем его справедливость.

§ 78. Расчет силы давления струи воды на препятствие

Практически очень важным является пример применения новой формы второго закона Ньютона для расчета сил давления на препятствия со стороны быстро текущей жидкости.

Подставьте ладонь под струю воды, вытекающую из полностью открытого водопроводного крана. Вы почувствуете довольно сильное давление струи на руку. Если вы попробуете подставить руку под струю воды, выходящую из пожарного брандспойта, то струя просто отбросит руку и может даже ее повредить (рис. 4.12).

Как возникает сила давления струи и как ее рассчитать?

Допустим, что площадь поперечного сечения струи воды, выбрасываемой из брандспойта, равна S, скорость воды v, плотность воды ρ (рис. 4.13). Пусть струя падает на плоскую стенку по перпендикуляру. Определим силу, с которой струя будет давить на препятствие. Для этого сначала разберемся во всех процессах, которые происходят во время взаимодействия струи с препятствием.

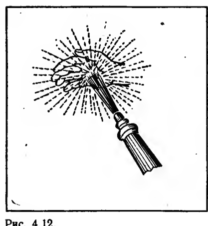


Рис. 4.12.

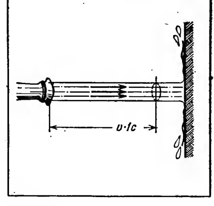


Рис. 4.13.

Прежде всего заметим, что в течение каждой секунды до стенки успевают дойти и коснуться ее все те частицы воды, которые находились от стенки на расстоянии не больше чем v (см. рис. 4.13). Следовательно, каждую секунду со стенкой будет взаимодействовать масса воды, заключенная в объеме, равном Sv. Так как плотность воды ρ, то эта масса будет равна $m=\rho Sv$. Ясно, что в дальнейших расчетах необходимо учитывать то количество движения mv, которое будет приносить к стенке именно эта масса, т. е.

$$mv=\rho Sv\cdot v=\rho Sv^2.$$

После удара о стенку вода равномерно растекается во все стороны от места удара. Количество движения всей массы воды после удара будет слагаться из количеств движения частичек воды, уходящих от места удара в разные стороны.

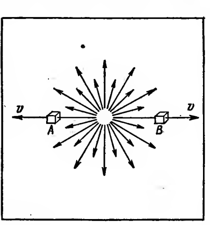


Рис. 4.14.

Если какая-либо частица A уходит с некоторой скоростью v влево, то при равномерном растекании всегда найдется такая же частица B, которая с такой же по модулю скоростью будет уходить вправо (рис. 4.14). Количества движения таких частиц численно равны, но противоположны по направлению. Сумма количеств движения для этой пары частиц равна нулю. Так как для любой частицы воды после удара найдется такая парная ей частица, то можно утверждать, что полная сумма количеств движения всех частиц после расте-

каиия будет также равна нулю. Другими словами, мы должиы считать, что после удара о стеику полное количество движеиия воды становится равным иулю [1]).

Таким образом, мы теперь зиаем количество движения, которое имеет вода до взаимодействия со стенкой и после него. По известиому изменеиию количества движеиия рассчитаем импульс, получаемый водой от стеики за одну секуиду. По второму закону Ньютоиа:

$$F\,\Delta t = mv_2 - mv_1.$$

Подставляя зиачения $\Delta t = 1$ с, $mv_2 = 0$, $mv_1 = \rho S v^2$, получим

$$F \cdot 1\ \text{с} = -\rho S v^2.$$

Импульс, получаемый стеикой за ту же секунду, равеи

$$F \cdot 1\ \text{с} = \rho S v^2.$$

(Зиак в правой части уравиеиия измеиился потому, что сила, действующая иа стеику, иаправлеиа противоположио силе, действующей иа воду.)

В § 77 отмечалось, что импульс силы за единицу времеии числеино равеи самой силе. Учитывая это, запишем выражеиие для модуля силы, действующей иа стенку со стороиы струи воды:

$$F = \rho S v^2.$$

Получеиное выражеиие для силы действия струи воды на препятствие имеет очень важное зиачеиие.

Прежде всего обратим виимание на то, что эта сила очеиь быстро возрастает с увеличеиием скорости жидкости. Пользуясь получеииой формулой, нетрудио рассчитать, иапример, что при скорости 1 м/с струя будет давить на каждый квадратный метр поверхиости препятствия с силой 1000 Н (или 100 кгс). При увеличении скорости до 20 м/с эти силы возрастают до $4 \cdot 10^5$ Н, т. е. при возрастаиии скорости только в 20 раз силы увеличились в 400 раз (до 40 тс).

Такая особеиность действия быстротекущих вод явилась причиной миогих природиых явлеиий. Громадиые овраги, русла и долины рек образовались благодаря разрушающему действию таких сил, создаваемых паводковыми водами. Размыв морских и озерных берегов производится такими же силами, возиикающими при прибое. Эти же силы позволяют рекам траиспортировать размытый ими груит на большие расстояиия. Об объеме работы, выполияемой реками с помощью этих сил, можио судить хотя бы по тому, что, иапример, количество взвешеииых иаиосов, ежегодно переносимых Амударьей, равио 570 мли. т.

Отмечеииые иами особеиности обеспечили широкое использоваиие этих сил в иародиом хозяйстве и промышленности. Приведем два иаиболее часто встречающихся способа применения этих сил: в гидромоииторах и турбинах.

[1]) Мы пренебрегли тем, что часть воды при ударе будет отбрасываться назад. Учет этого только увеличит силу действия струи.

§ 79. Гидромонитор

Гидромонитор (или водобойная машина) по своему устройству и действию подобен пожарному брандспойту, но имеет гораздо бо́льшие размеры и работает с потоками воды бо́льших скоростей. На рис. 4.15 приведен вид одного из не очень больших мониторов. Струя, выбрасываемая таким монитором, имеет диаметр около 10—15 см. Скорость воды в струе достигает 60 м/с. Найденную в § 78 формулу можно применять для расчета разрушающей силы струи воды, выбрасываемой монитором. Используя эту формулу, нетрудно определить, что струя монитора в месте удара о препятствие действует на него с силой от 27 000 до 66 000 Н (от 2700 до 6600 кгс) на очень небольшой площади. При этих условиях струя перестает вести себя, как жидкое тело, а действует подобно артиллерийскому снаряду, взрывая грунт и подбрасывая в воздух громадные глыбы этого грунта.

Такие особенности действия гидромониторов обеспечили им самое широкое применение в различных отраслях народного хозяйства. Наибольшее применение гидромониторы нашли во всех областях земляных и горных работ, для размыва и транспортировки пород. Как известно, наибольшая часть золота добывается из россыпных месторождений. И сейчас на большинстве золотосодержащих россыпей работают гидромониторы разных конструкций для добывания и транспортировки породы и для извлечения из нее золота. Разработки торфа, необходимого для тепловых электростанций (особенно в прибалтийских республиках), ведутся с помощью гидромониторов.

Ни одно строительство крупной гидроэлектростанции, плотины, дамбы, оросительного канала сейчас невозможно без применения гидромониторов и, следовательно, без использования при расчетах

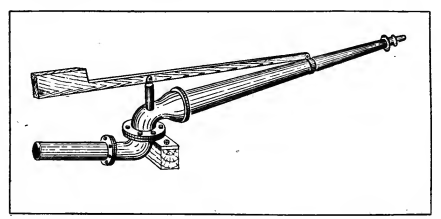


Рис. 4.15.

производных работ найденной нами формулы, определяющей силу действия струи воды на препятствие.

Отметим еще одно обстоятельство, не имеющее отношения к расчету силы. Упомянутые нами гидромониторы могут посылать струю воды на расстояние до 250 м. При этом высота подъема струи достигает 60 м. Именно это позволило использовать гидромониторы для орошения земель. Поэтому они начали сейчас применяться не только в горнорудной промышленности, но и в сельском хозяйстве. Один такой монитор при незначительном участии одного человека может орошать более 20—30 га посевов.

§ 80. Турбина

Другим важным примером использования сил давления струи газа или жидкости служат турбины. На рис. 4.16 изображен поперечный разрез машинного зала и плотины гидроэлектростанции, на которой водяная турбина работает в качестве двигателя и приводит в движение генераторы электрического тока. Здесь A — водоводные каналы, подающие воду к турбине; B — улитка, охватывающая рабочее колесо турбины, из которой вода поступает на его лопатки; C — рабочее колесо турбины; D — отводной канал и E — генератор электрического тока.

На рис. 4.17 показаны вид рабочего колеса сверху и примерные направления движения воды в этом колесе во время работы турбины. Как видно из рис. 4.17, *б*, струи воды при прохождении по лопаткам очень сильно меняют направление вектора скорости своего движения.

У турбин разных конструкций угол поворота вектора скорости составляет от 90 до 180°. Но при таком повороте вектора скорости происходит изменение количества движения воды. Поэтому струи воды будут сообщать лопаткам некоторые импульсы и действовать на них с соответствующими силами.

Если повторить расчеты, сделанные в § 78, то можно убедиться, что и в этом случае средняя сила давления воды на лопатки турбины будет пропорциональна квадрату скорости и площади сечения потока.

Для простоты, например, допустим, что площадь сечения струи S и модуль скорости воды v при прохождении по лопаткам не изменяются, а вектор скорости поворачивается на угол 90° (рис. 4.18).

Масса воды, протекающей за секунду через каждое поперечное сечение трубы, будет $m = \rho S v$. Модуль вектора количества движения этой массы воды:

$$mv = \rho S v \cdot v = \rho S v^2.$$

На рис. 4.19 показано расположение векторов количества движения воды до и после прохождения лопаток. Вектор изменения количества движения $\Delta(m\mathbf{v})$ направлен под углом 45° к вектору $m\mathbf{v}_1$. Модуль этого вектора легко определяется из рисунка по теореме

Рис. 4.16.

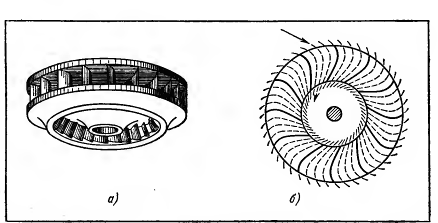


Рис. 4.17.

Пифагора и равен

$$\Delta(mv) = \frac{\sqrt{2}}{2} mv = \frac{\sqrt{2}}{2} \rho S v^2.$$

Из второго закона Ньютона следует, что струя получает от лопаток за одну секунду импульс, равный $\Delta(mv)$. Значит, по третьему закону Ньютона, на сами лопатки ежесекундно будет действовать сила F, показанная на рис. 4.18 и равная

$$F = \frac{\sqrt{2}}{2} \rho S v^2.$$

Рис. 4.18.

Действительно, сила, действующая на лопатки, растет пропорционально площади сечения потока S и квадрату скорости v^2.

В реальных турбинах сечение потока при прохождении между лопатками уменьшается. За счет этого скорость воды на выходе возрастает, и это приводит к дополнительному увеличению силы F.

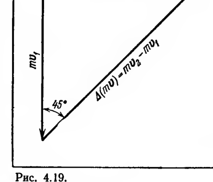


Рис. 4.19.

На современных гидроэлектростанциях скорости потоков воды достигают 40—80 м/с, площади сечений потоков воды, работающих в турбинах, измеряются десятками квадратных метров, поэтому суммарные силы, приводящие в движение рабочее колесо турбины, достигают несколько тысяч тонна-сил.

Простота конструкции, быстроходность, экономичность и возможность получать громадные мощности сделали турбины одним из основных и распространенных современных двигателей. Все электростанции мира работают сейчас на турбинах. На гидростанциях используются водяные турбины, на тепловых станциях — паровые, на атомных станциях вместе с паровыми турбинами работают турбины на жидких металлах. Газовая турбина стала одним из основных двигателей на современных самолетах.

§ 81. Системы тел

В решении практических задач часто приходится рассматривать движение не одного отдельно взятого тела, а совместное движение нескольких взаимодействующих тел.

Группы тел, движение которых рассматривается совместно и одновременно, в механике называются *системами тел*.

Например, Солнце и планеты образуют Солнечную систему. При решении задач о движении планет рассматриваются одновременно движения всех тел Солнечной системы.

Ядро атома и электроны, находящиеся в оболочке атома, образуют тоже систему тел — частиц.

Множество молекул газа, заключенного в сосуде, также образует систему, состоящую из большого числа хаотически движущихся тел — частиц.

Любые два взаимодействующих тела всегда можно рассматривать как систему тел.

Тела, входящие в систему, могут подвергаться действию различных сил. Некоторые из этих сил создаются телами, принадлежащими к этой же системе. Другие силы исходят от тел, не принадлежащих к рассматриваемой системе.

Силы, создаваемые телами, принадлежащими к данной системе тел, называют *внутренними силами системы*. Силы, создаваемые телами, не принадлежащими к данной системе тел, называют *внешними силами системы*. Если на систему тел не действуют никакие внешние силы, то такая система называется *замкнутой* или *изолированной системой*.

Для того чтобы иметь возможность рассчитывать поведение системы в целом, вводят ряд новых величин, определяющих свойства и поведение всей системы в целом.

Так, например, *массой системы* называют сумму масс всех тел, входящих в эту систему.

Векторная сумма количеств движения всех тел системы называется *количеством движения системы*.

В дальнейшем при рассмотрении отдельных вопросов будет введен ряд новых характеристик для системы тел.

§ 82. Новая форма третьего закона Ньютона. Закон сохранения количества движения

Найдем такую форму третьего закона Ньютона, в которой бы он выражался через новые понятия — импульс силы и количество движения. Для этого рассмотрим сначала изолированную систему, состоящую из двух тел с массами m_1 и m_2 (рис. 4.20). Пусть в некоторый момент времени эти тела имеют скорости $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ и в течение времени Δt действуют друг на друга с силами $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$. Определим, как будут связаны друг с другом скорости $\boldsymbol{u}_1$ и $\boldsymbol{u}_2$, которые приобретут тела после такого взаимодействия.

Пользуясь вторым законом Ньютона, определим изменения количества движения каждого из тел за время Δt:

$$\boldsymbol{F}_1 \Delta t = m_1\boldsymbol{u}_1 - m_1\boldsymbol{v}_1,$$
$$\boldsymbol{F}_2 \Delta t = m_2\boldsymbol{u}_2 - m_2\boldsymbol{v}_2.$$

Силы действуют на тело в течение одинакового времени Δt. По третьему закону Ньютона силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ равны по модулю и противоположны по направлению, т. е. $\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$. Следовательно,

$$\boldsymbol{F}_1 \Delta t = -\boldsymbol{F}_2 \Delta t.$$

Так как левые частн уравнеиий второго закона Ньютона, запнсанные для каждого нз тел, равны, то н правые части этих уравнений тоже должны быть равны:

$$m_1\boldsymbol{u}_1 - m_1\boldsymbol{v}_1 = -(m_2\boldsymbol{u}_2 - m_2\boldsymbol{v}_2).$$

Рис. 4.20.

Перегруппируем члены этого уравнения так, чтобы в одной части уравнения были члены, относящиеся к моменту времени до взаимодействия тел, а в другой — члены, относящиеся к моменту времени после взаимодействия:

$$m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2 = m_1\boldsymbol{u}_1 + m_2\boldsymbol{u}_2.$$

Мы получилн замечательный результат. Оказывается, что сумма количеств движения тел изолированной снстемы остается постоянной при любых взаимодействиях тел. Это же можно выразить и другими словами:

колнчество движення изолированной системы тел остается постоянным во все время движения системы:

$$m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2 = \text{const}.$$

Это утвержденне называется *законом сохранения количества движения.*

Этот закон можно рассматривать как новое выражение третьего закона Ньютона. Но теперь он связывает не значения самих сил, а устанавливает связь между конечными результатамн действия этих сил.

Полученный закон сохранения количества движения имеет необычайно важное значенне по ряду причин. Прежде всего можно показать, что количество движення снстемы обладает замечательным свойством оставаться в нзолированной системе постоянным не только при механических взанмодействиях, но н при любых процессах, которые могут происходнть в этой системе. Что бы ни случилось в такой системе — столкновение, взрыв, химическая реакция, ядерное превращение или что-нибудь другое, количество движения системы будет оставаться неизменным. Это свойство сохранения количества движения при любых внутренних процессах в системе позволяет провести анализ движения тел системы даже в тех

случаях, когда силы взаимодействия между телами неизвестны. Закон сохранения количества движения принадлежит к числу наиболее фундаментальных законов, лежащих в основе не только механики, но и всей современной физики.

Мы доказали справедливость закона сохранения количества движения для системы, состоящей только из двух тел. Возьмем большее число тел (три, четыре и т. д.). Все эти тела попарно будут взаимодействовать друг с другом. Силы этих парных взаимодействий по третьему закону Ньютона равны по модулю друг другу и противоположны по направлению.

Повторяя те же рассуждения, которые были проведены для двух тел, можно убедиться, что и в случае *многих тел* количество движения изолированной системы также будет оставаться постоянным. Следовательно, закон сохранения количества движения справедлив для всех изолированных систем с любым количеством тел. Все это делает найденный закон значительно более общим по сравнению с третьим законом Ньютона в первоначальной формулировке.

Отметим, что закон сохранения количества движения в такой же форме можно применять и к некоторым *неизолированным* системам. Допустим, что на два тела, входящие в систему, кроме внутренних сил, действуют еще и внешние силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$. Но силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ таковы, что их сумма равна нулю:

$$\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2=0.$$

Последнее, данное нам условие означает, что будет равна нулю и сумма импульсов этих сил. Повторяя рассуждения, проведенные в начале параграфа, найдем, что для такой неизолированной системы тел будет справедливо следующее утверждение:

если сумма импульсов внешних сил равна нулю, то количество движения системы тел постоянно.

Если же сумма импульсов внешних сил не равна нулю, то количество движения системы должно меняться. Это изменение будет равно сумме импульсов внешних сил. Этот результат часто используется при решении практических задач.

§ 83. Порядок действий при решении задач на применение закона сохранения количества движения

До сих пор мы решали задачи на расчет движения только одного отдельно взятого тела. В задачах же на применение законов сохранения рассматривается поведение системы тел. Как правило, по известному начальному состоянию движения системы приходится определять состояние ее движения для некоторого другого момента после заданного взаимодействия. Это влечет за собой изменения в порядке действий и рассуждений при решении задач.

Рассмотрим этот порядок действий на конкретном примере.

Тележка с песком массой $M=100$ г катится без трения по горизонтальным рельсам со скоростью $v_1=2$ м/с (рис. 4.21). Шар массой

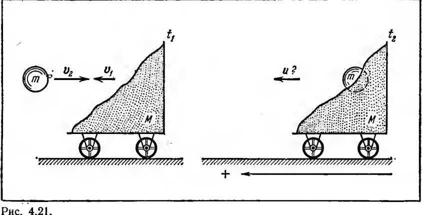


Рис. 4.21.

$m=30$ г летит горизонтально навстречу тележке со скоростью $v_2=5$ м/с. Он попадает в тележку и застревает в песке. Определить скорость u, с которой шар и тележка будут двигаться после падения шара на тележку.

На первом этапе решения таких задач прежде всего (как и раньше) производят качественный анализ характера возможных движений и особенностей взаимодействия тел.

В данной задаче оба тела, составляющие систему, движутся по горизонтали как до, так и после взаимодействия. Взаимодействие шара и тележки представляет собой неупругий удар. После удара оба тела движутся с общей скоростью u, которую нужно определить. В горизонтальном направлении на тележку и шар не действуют никакие внешние силы. Следовательно, для расчета движений по горизонтали к системе шар — тележка можно применять закон сохранения количества движения.

На втором этапе решения выбирают два момента времени, для которых подсчитывают количества движения.

Первый момент t_1 до взаимодействия тел, второй момент t_2 — после взаимодействия. В нашей задаче примем за первый — момент до встречи шара с тележкой, а за второй — момент начала общего движения со скоростью u после удара.

Третий этап состоит в выборе и указании положительных и отрицательных направлений для всех векторов.

В рассматриваемом случае все векторы (скоростей и сил при ударе) направлены горизонтально. Условимся за положительное считать направление скорости тележки до удара. Все известные величины будем вводить в уравнения с открыто показанными знаками. (Заметим, что скорость u неизвестна ни по модулю, ни по направлению.)

На четвертом этапе записывают количества движения всех тел системы до и после взаимодействия: составляют уравнения

закона сохранения количества движения и проверяют полноту полученной системы уравнений.

В нашей задаче до удара количества движения: шара $-mv_2$, тележки Mv_1. После удара количества движения будут соответственно равны mu и Mu.

Запишем эти результаты в виде таблицы:

Взаимодействующие тела	Количество движения	
	до удара	после удара
Тележка	Mv_1	Mu
Шар	$-mv_2$	mu

Составим уравнение закона сохранения количества движения:

$$Mv_1 - mv_2 = Mu + mu.$$

Закон сохранения количества движения дал одно уравнение, неизвестное u — тоже только одно. Система полная, можно начинать алгебраический расчет.

Если бы число неизвестных оказалось больше числа уравнений, то на пятом этапе нужно было бы искать дополнительные уравнения. Эти уравнения должны были бы выражать те же условия, о которых говорилось в §§ 20 и 55.

Шестой и седьмой этапы решения (алгебраический и арифметический расчеты) выполняются так же, как и в §§ 20 и 55.

Разрешая полученное уравнение относительно u, найдем

$$u = \frac{Mv_1 - mv_2}{M + m}.$$

Если $Mv_1 > mv_2$, то скорость u будет положительной. Это означает, что после удара тележка не изменит направления своего движения, но будет катиться с меньшей скоростью. Если же $Mv_1 < mv_2$, то $u < 0$. Следовательно, после удара тележка покатится в обратную сторону. Если $Mv_1 = mv_2$, то тележка после удара остановится.

Результаты числового расчета дают:

$M = 100$ г
$m = 30$ г
$v_1 = 2$ м/с
$v_2 = 5$ м/с
u — ?

$$u = \frac{Mv_1 - mv_2}{M + m} = \frac{0,1 \cdot 2 - 0,03 \cdot 5}{0,1 + 0,03} \approx 0,4 \text{ м/с}.$$

Таким образом, в нашем случае после удара тележка будет катиться в прежнем направлении с малой скоростью $u \approx 0,4$ м/с.

Напомним еще раз, что перед началом числового расчета все заданные в условии задачи величины должны быть приведены к одной системе единиц.

Единицей количества движения в системе СИ будет килограмм-метр в секунду (кг·м/с). В системе СГС — грамм-сантиметр в секунду (г·см/с).

§ 84. Реактивная сила тяги

Одно из важнейших практических применений закон сохранения количества движения нашел при решении задачи о движении тел переменной массы. Это решение становится особенно простым в том случае, когда присоединение (или отделение) частиц к движущемуся телу происходит так же, как при неупругом ударе,— силы

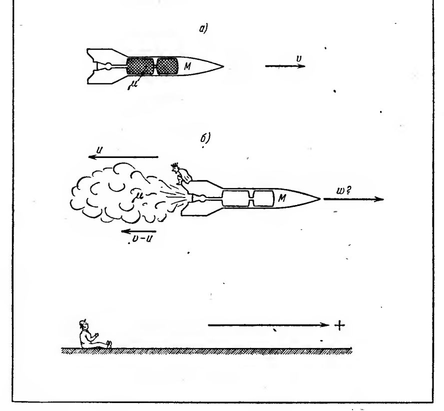


Рис. 4.22.

действуют только во время контакта между частицами или телами. Именно так взаимодействуют продукты сгорания топлива с ракетой. Решим задачу для случая движения ракеты.

Сначала обратим внимание на некоторые особенности выброса продуктов сгорания из двигателя ракеты.

Если в некоторый момент времени ракета движется со скоростью $\boldsymbol{v}$ относительно Земли (рис. 4.22, *а*), то вместе с ней с такой же скоростью движется и та часть топлива, которая должна будет сгореть в ближайшую секунду. Во время горения продукты сгорания этой части топлива получают дополнительную скорость $\boldsymbol{u}$ относительно самой ракеты (рис. 4.22, *б*). Относительно Земли они имеют скорость $\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}$. Сама ракета при этом получает тоже некоторое приращение скорости. После выброса продукты сгорания перестают взаимодействовать с ракетой. Это дает право рассматривать выброшенные продукты сгорания и ракету как систему из двух тел, взаимодействующих между собой во время горения так же, как при неупругом ударе.

Применим к расчету движения этой системы закон сохранения количества движения.

Допустим, что реактивный двигатель ракеты каждую секунду выбрасывает массу μ (мю) продуктов сгорания топлива. Продукты сгорания во время выброса получают дополнительную скорость u относительно ракеты. Скорость ракеты *до* сгорания очередной порции топлива v. Масса ракеты *после* сгорания этой порции M. Определим скорость ракеты w после сгорания этой порции топлива и рассчитаем силу тяги двигателя ракеты. При этом будем считать, что сопротивление воздуха и сила тяжести отсутствуют, т. е. наша система тел изолирована.

Для составления уравнения закона сохранения количества движения в качестве первого выберем момент времени до выбрасывания очередной порции газа. В качестве второго — момент времени после выбрасывания этой порции. За положительное направление векторов выберем направление движения ракеты. Так как направления скоростей $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{u}$ известны, то в алгебраических уравнениях их знаки запишем открыто, т. е. будем понимать под обозначениями v и u только их модули.

До выброса газов ракета и топливо по условию имеют одинаковую скорость v. Количество движения ракеты в этот момент будет Mv. Количество движения топлива, которое должно сгореть в ближайшую секунду, будет μv. Полное количество движения системы для этого момента времени равно $Mv+\mu v$.

После сгорания очередной порции топлива ракета будет иметь какую-то неизвестную пока скорость w относительно Земли. Количество движения ракеты станет равным Mw. Выброшенные газы, получившие скорость u относительно ракеты, будут иметь относительно Земли скорость $v-u$. Количество движения этих газов станет равным $\mu(v-u)$. Полное количество движения системы для этого момента времени равно $Mw+\mu(v-u)$.

Можно написать уравнение закона сохранения количества движения, так как по условию наша система изолирована:

$$Mv+\mu v=Mw+\mu(v-u) .$$

Раскроем скобки и приведем подобные члены:

$$Mv=Mw-\mu u.$$

Отсюда для скорости ракеты после сгорания очередной порции топлива получаем выражение:

$$w=\frac{Mv+\mu u}{M}.$$

Для расчета силы тяги двигателя перепишем второе уравнение в следующем виде:

$$\mu u=Mw-Mv.$$

В правой части этого уравнения стоит изменение количества движения ракеты за одну секунду. Но по второму закону Ньютона изменение количества движения тела возникает только в результате действия импульсов каких-то сил. Следовательно, уравнение говорит о том, что выбрасывание газов из двигателя сопровождается появлением некоторых сил, действующих на ракету. Эти силы возникают при изменении массы движущегося тела и получили название *реактивных сил*.

Для определения реактивных сил, действующих на ракету, сопоставим последнее выражение с уравнением второго закона Ньютона, записанным для массы ракеты M: $F\Delta t=Mw-Mv$. Обозначим реактивную силу тяги буквой R и положим время $\Delta t=1$ с. Из сопоставления формул видно, что правые части сравниваемых уравнений одинаковы. Следовательно, и левые части этих уравнений должны быть равны, т. е.

$$R\cdot 1\text{ с}=\mu u.$$

Это значит, что модуль реактивной силы тяги двигателя будет равен

$$R=\mu u.$$

Другими словами, *реактивная сила, действующая на тело переменной массы, всегда пропорциональна массе ежесекундно отделяющихся частиц и их скорости относительно тела.*

Уравнения движения тел переменной массы и выражение для реактивной силы были впервые найдены петербургским профессором И. В. Мещерским в 1897 г. Уравнения Мещерского принадлежат к числу важнейших открытий в механике, сделанных на рубеже XIX и XX вв. С особой силой значение этих открытий выявилось в наши дни, когда уравнения Мещерского стали широко использоваться в ракетной технике. Формула для реактивной силы, с которой мы познакомились, сейчас является основной для расчета силы тяги ракетных и турбореактивных двигателей всех систем.

§ 85. Ракетные и реактивные двигатели

Ракетные двигатели по своей конструкции очень просты. На рис. 4.23 приведены принципиальная схема (*а*) и общий вид (*б*) одного из таких двигателей. Здесь: *1* и *2* — баки с горючим и окислителем; *3* — камера сгорания, в которой производится сжигание топлива; *4* — форсунки для подачи смеси горючего с окислителем; *5* — выходная дюза для выброса продуктов сгорания наружу. С помощью такого двигателя при выбросе продуктов сгорания и образуется реактивная сила тяги, приводящая в движение ракету. Найденная нами формула для реактивной силы $R=\mu u$ позволяет полностью определить все требования, которым должно удовлетворять топливо и конструкция двигателя для получения наибольшей силы тяги, и найти все особые качества таких двигателей.

Рассмотрим сначала требования к топливу. Формула говорит, что для достижения наибольшей силы тяги нужно обеспечить выброс больших масс газов за одну секунду. Значит, вещество топлива

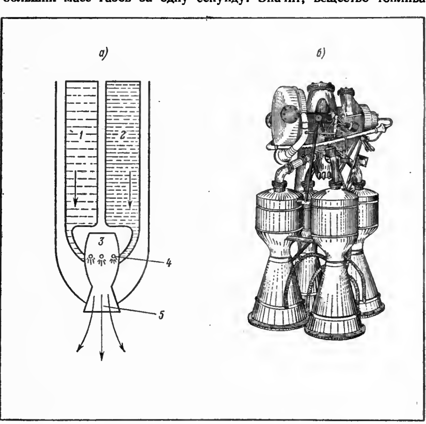


Рис. 4.23.

должно быть достаточно тяжелым, т. е. иметь достаточно большую плотность. Поэтому, например, керосин оказывается более пригодным топливом для таких двигателей, чем бензин.

Кроме того, топливо с выбранным окислителем должно обладать способностью быстро сгорать, или, как говорят физики, должно обладать большой скоростью горения. Поэтому, например, керосин с жидким кислородом оказывается намного выгоднее, чем соляровое масло. Скорость горения масла мала. Несмотря на большую плотность масла, малая скорость горения не позволяет получить большую массу выбрасываемых за секунду газов.

Формула далее говорит, что для получения большой силы тяги необходимо обеспечить большую скорость выброса газов относительно ракеты. Для этого нужно, чтобы на них действовали в момент выброса достаточно большие силы. Большие силы возникают только тогда, когда в камере сгорания создаются высокие давления. Но при определенной массе сгоревшего топлива давление становится большим только при очень высоких температурах газа в камере. Следовательно, условие получения больших скоростей выброса газов предъявляет новые требования к качествам топлива и окислителя: горючее должно обладать высокой температурой горения и выделять во время горения большое количество тепла.

Всем этим требованиям и стараются удовлетворить создатели двигателей при выборе топлива. Отыскание топлива с такими качествами было одной из труднейших задач, которую первыми решили советские ученые.

Требования к конструкции двигателя также ясно видны из формулы реактивной силы и из найденных нами требований к качеству топлива. Механизмы подачи топлива и окислителя должны подавать в камеру сгорания большие количества горючего каждую секунду. Материал стенок камеры сгорания и выходных дюз должен длительное время выдерживать действие больших сил при температурах много более 1000°С, т. е. необходимо, чтобы он обладал большой жаростойкостью и большой прочностью при высоких температурах.

Создание таких новых материалов также было одной из труднейших задач, которую успешно решили ученые, занимающиеся физикой твердого тела.

Наконец, формы камеры сгорания и дюз должны быть такими, чтобы возникающая реактивная сила была направлена в нужную сторону. Необходимо, чтобы дюзы свободно пропускали большие массы газа так, чтобы внутри струи не возникало ненужных движений.

Однако самое замечательное следствие из формулы реактивной силы — это определение особых качеств ракетных двигателей, отличающих их от всех других двигателей.

Сила тяги обычных двигателей уменьшается обратно пропорционально скорости того корабля, на котором они установлены. При некоторой скорости эта сила становится равной тормозящим силам, действующим со стороны других тел. После этого корабль перестает

разгоняться и начинает двигаться равномерно. Для каждого тела, приводимого в движение обычным двигателем, существует предельная скорость, которую превысить невозможно.

В том, что такая зависимость силы тяги от скорости есть, вы легко можете убедиться сами. Мышцы вашего тела являются своеобразными двигателями обычного типа. Вы начинаете бег. На старте напрягаете полностью мышцы и можете развить очень большую силу начального толчка. Но во время бега при большой скорости при самом большом напряжении мышц вы никогда не сможете развить такой силы толчка. Поэтому для каждого бегуна есть своя предельная скорость.

Как видно из формулы $R=\mu u$, реактивная сила совершенно не зависит от скорости корабля, на котором установлен ракетный двигатель. В этом и состоит важнейшее отличие ракетных двигателей от обычных.

На это свойство ракетных двигателей впервые обратил внимание выдающийся русский ученый К. Э. Циолковский. Он первый указал на то, что возможность сообщать ракете ускорения с помощью только реактивных сил без участия других тел и независимость этих сил от скорости корабля открывают для человека единственную возможность выйти в космическое пространство. К. Э. Циолковский по праву стал родоначальником всей современной космонавтики.

Мы рассмотрели особенности ракетного двигателя. Реактивные двигатели, установленные на самолетах, устроены и работают так же и отличаются от ракетных только тем, что для сжигания топлива они используют атмосферный воздух. Поэтому такие двигатели снабжаются дополнительными устройствами для подачи воздуха в камеру сгорания.

На рис. 4.24 приведена схема самолетного турбореактивного двигателя. Здесь: *1* — выходная дюза для выброса продуктов сгорания топлива и воздуха; *2* — газовая турбина, приводящая в дви-

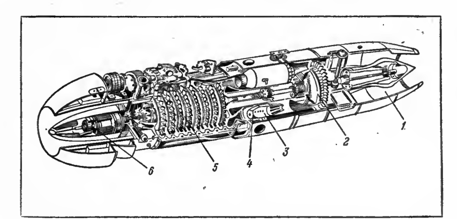


Рис. 4.24.

жение компрессор; 3 — камера сгорания; 4 — форсунка; 5 — компрессор; 6 — стартер.

Такой реактивный двигатель обладает всеми главными достоинствами ракетных двигателей. Возможность получать большие силы тяги и независимость этих сил от скорости самолета позволили достичь сверхзвуковых скоростей, измеряемых тысячами километров в час. Таким образом, простое уравнение реактивной силы, с которым мы познакомились, послужило отправной точкой для освоения космоса и для технической революции в авиации.

Открытие Мещерского, прозорливость К. Э. Циолковского, инженерный и организаторский талант академика С. П. Королева, мастерство и мужество Юрия Гагарина, умелые руки советских рабочих и техников открыли человечеству дорогу к другим планетам, новую эпоху в освоении воздушного пространства.

§ 86°. Применение второго закона Ньютона к движению тел переменной массы

Теперь, когда мы познакомились с особенностями реактивных сил, можно ответить на вопрос о том, как нужно изменить форму законов Ньютона для того, чтобы их можно было применять к расчету движения тел переменной массы. Какие новые величины нужно ввести в уравнения этих законов?

При рассмотрении движения ракеты в § 84 мы нашли, что ракета получает ускорение и изменяет свое количество движения без участия других тел и что на поведение ракеты влияют два обстоятельства: изменение массы ракеты и особенности отделения от нее частиц. Если присоединение или отделение частиц, изменяющих массу ракеты, происходит с некоторой относительной скоростью u, то возникает реактивная сила, сообщающая ракете ускорение. Следовательно, в общем случае движения тела переменной массы *нельзя* применять второй закон Ньютона в старых формах.

Для отыскания новых форм закона прежде всего заметим, что при расчете ускорения тела переменной массы имеется в виду только та масса, которая остается после отделения очередной порции частиц. При этом судьбой отделившихся частиц мы не интересуемся. На остающуюся часть тела при отделении частиц действует реактивная сила $R=\mu u$ (§ 84). Поэтому при расчете тангенциальных ускорений тела переменной массы к внешним силам, действующим на тело, всегда нужно добавлять эту силу, т. е. уравнение второго закона Ньютона необходимо записывать в виде

$$F+\mu u=ma.$$

Здесь μ — масса отделяющихся частиц за одну секунду, u — скорость этих частиц относительно тела, m — изменяющаяся во время движения масса тела, F — внешняя сила [1]).

[1]) Напомним, что рассматриваются только прямолинейное движение и силы, действующие вдоль траектории.

При расчете изменений количества движения тела переменной массы мы должны учитывать не только импульсы внешних сил, но и те количества движения, которые уносятся отделяющимися частицами. Для того чтобы правильно учесть эти количества движения, еще раз вернемся к расчетам § 84. Рассматривая ракету и выбрасываемые ею газы как изолированную систему, мы получили уравнение:

$$Mv+\mu v=Mw+\mu(v-u).$$

Перегруппируем члены этого уравнения:

$$Mw-(M+\mu)v=-\mu(v-u).$$

Обозначим скорость выброшенных газов относительно Земли через $c=v-u$. Тогда уравнение будет:

$$Mw-(M+\mu)v=-\mu c.$$

Рассмотрим члены этого уравнения: Mw — количество движения ракеты после выброса газов; $(M+\mu)v$ — количество движения ракеты до выброса газов; μc — количество движения, унесенное выброшенными частицами. Разность $Mw-(M+\mu)v=\Delta(mv)$ дает полное изменение количества движения ракеты. При этом ясно видно, что это изменение учитывает и изменение скорости, и изменение массы.

Таким образом, из найденного уравнения следует, что *изменение количества движения тела переменной массы равно тому количеству движения, которое уносится отделяющимися частицами.*

Если рассмотреть изменение количества движения $\Delta(mv)$ не за одну секунду, а за время Δt, то оно будет равно

$$\Delta(mv)=-\mu c\,\Delta t.$$

Допустим теперь, что тело переменной массы подвергается действию внешней силы F. За время Δt эта сила сообщит телу импульс $F\Delta t$. Но изменение количества движения тела теперь уже не будет равно этому импульсу. К импульсу силы добавятся найденные нами изменения количества движения, созданные изменениями массы тела. Следовательно, уравнение второго закона для прямолинейного движения тела переменной массы m должно записываться в виде

$$F\,\Delta t-\mu c\,\Delta t=m_2v_2-m_1v_1,$$

где m_1 и m_2 — значения массы тела в начале и конце промежутка времени Δt.

Итак, окончательно для движения тела переменной массы можно дать следующие две формулировки второго закона Ньютона:

1. Ускорение тела переменной массы пропорционально сумме внешних сил и реактивной силы:

$$F+\mu u=ma.$$

2. Изменение количества движения тела переменной массы равно сумме импульсов внешних сил и количества движения, унесенного

отделяющимися частицами:

$$F\,\Delta t - \mu c\,\Delta t = \Delta(mv).$$

Здесь

$$\Delta(mv) = m_2 v_2 - m_1 v_1.$$

В определение ускорений вошли реактивные силы, которые зависят от скорости u отделяющихся частиц относительно самого тела.

Изменение количества движения не определяется через импульс реактивных сил, а зависит от количеств движения, унесенных отделившимися частицами. Эти количества движения зависят от скорости частиц $c = v - u$ относительно Земли.

Записанные так уравнения движения тел переменной массы носят название *уравнений Мещерского*. Они имеют более широкую область применения, чем уравнения Ньютона. По ним, в частности, производятся все расчеты движения ракет на активных участках полета.

Все же имеются два частных случая, когда движение тела переменной массы можно рассчитывать по таким же уравнениям, как и для тел постоянной массы.

Случай 1. Скорость отделяющихся частиц относительно тела равна нулю: $u = 0$ [1]). Примером такого движения служит падение капли из облака в жаркий летний день. В летний день, когда влажность воздуха мала, капля во время полета испаряется и масса ее постепенно уменьшается. Испаряющиеся молекулы в момент отделения от капли имеют ту же скорость падения, что и сама капля. Следовательно, скорость отделяющихся частиц относительно капли равна нулю. Создаваемая реактивная сила $R = \mu u$ также равна нулю. В этом случае можно рассчитать ускорение капли по такому же закону, как и для тела с постоянной массой (рис. 4.25):

$$mg - F_{\text{тр}} = ma.$$

Конечно, здесь m — величина переменная, уменьшающаяся с течением времени, $F_{\text{тр}}$ — сила трения.

Случай 2. Скорость отделяющихся или присоединяющихся частиц относительно Земли равна нулю: $c = 0$. Примером такого движения может служить падение капли во время осеннего дождя, когда влажность воздуха высока. Во время паде-

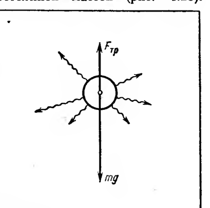


Рис. 4.25.

[1]) Хаотическое тепловое движение не учитывается.

ния на зародыше капли непрерывно конденсируются пары воды из окружающего воздуха. Масса капли постепенно возрастает. Молекулы, присоединяющиеся к капле, перед присоединением не имели никакой регулярной скорости относительно Земли. Значит, в этом случае для присоединяющихся частиц $c=0$, и можно рассчитывать изменение количества движения капли, пользуясь второй формой закона Ньютона для тел постоянной массы:

$$mg\,\Delta t - F_{\text{тр}}\Delta t = \Delta(mv).$$

Отметим, что нельзя рассчитать столь же просто ускорение для такого движения, так как если применять первое уравнение для движения тел переменной массы, то необходимо учесть реактивную силу, создаваемую присоединяющимися молекулами.

Таким образом, учет изменений массы движущегося тела не только привел к усложнению уравнений законов, управляющих движениями тел, но также выявил сложную взаимосвязь между разными формами этих уравнений.

Проведенные нами рассуждения и расчеты позволили установить, что две формы второго закона Ньютона в том виде, как они были написаны для тел постоянной массы, имеют разные области применения.

§ 87°. Уравнение движения тел с большими скоростями

Вернемся еще раз к § 40. Там было рассказано об одном из важнейших экспериментальных результатов: ускорения зависят от состояния движения тел; одна и та же сила вызывает у тела тем меньшие ускорения, чем больше скорость того тела, на которое она действует; модуль тангенциальных и нормальных ускорений изменяется по-разному с увеличением скорости.

До сих пор в уравнениях законов динамики мы этого не учитывали. Найденные нами уравнения Мещерского, выражающие особенности движения тел переменной массы, позволяют теперь учесть зависимость ускорений от состояния движения тела и определить, в какой форме и как можно применять законы Ньютона к расчету движений тел с большими скоростями.

Вспомним, как в §§ 39 и 49 была определена масса тела. Это величина, которая учитывает влияние собственных свойств тела на ускорения,— количественная мера его инертных свойств. Такое определение массы позволяет зависимость ускорений от состояния движения тела представить как зависимость инертных свойств этого тела от его скорости.

Всю картину изменения массы тела во время движения можно представить следующим образом. Неподвижное тело начинает подвергаться действию некоторой постоянной силы F. Масса этого неподвижного тела известна. Будем обозначать ее через m_0 и называть *массой покоя*. Ускорение a_0, приобретаемое телом в начале

движення под действнем силы F, определнтся нз уравнення

$$F=m_0a_0.$$

Теперь допустим, что сила F прилагается к телу, *уже имеющему* скорость v. Эта снла вызывает у тела ускореиия другне, не равиые a_0. Больше того, оиа будет вызывать разиые по модулю тангеициальное и иормальное ускореиия. Например, при движеиии тела со скоростью v по окружности эта сила будет создавать ускорение $a=a_0\sqrt{1-(v/c)^2}$ (§ 40).

Для объясиеиия этого умеиьшеиия ускореиий мы можем предположить, что оио вызывается возрастаиием ииертных свойств тел при появлеиии у них скорости v. Или, по-другому, вызывается тем, что все тела во время набора скорости каким-то образом присоедиияют к себе некоторые дополнительные массы из окружающего пространства.

Таким образом, при больших скоростях, близкнх к скорости света, мы должиы движеиие любого тела рассматривать как движение тела перемеииой массы. Например, равномериое движение тела по окружиости со скоростью v мы обязаиы рассматривать как движение тела с массой

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Такое увеличение ииертной массы со скоростью тела должио рассматриваться как виутреииее свойство материн. Поэтому коиечный результат действия силы при больших скоростях будет определяться не только самими силами, но и особеииостями действия тех добавочных масс, которые как бы присоедииются к телу прн возрастании его скорости.

Еще раз обратнм вннмаиие на то, что увелнченне массы происходит так, как будто тело присоединяет дополиительные массы из окружающего простраиства. Поэтому необходимо счнтать, что абсолютная скорость $(v-u)$ присоединяющихся масс отиосительио выбраииой системы отсчета равиа нулю. В предыдущем параграфе было показаио, что второе уравиеиие Мещерского

$$\Delta(mv)=F\Delta t+\mu(v-u)\Delta t$$

в случае $(v-u)=0$ прнобретает такую же форму, как второй закон Ньютоиа для тел постояниой массы, записаииый в импульсах сил и количествах движения.

Следовательно, при скоростях, блнзких к скорости света, для расчета движеиия тел можио примеиять без нзменения формы второй закои Ньютона только в виде

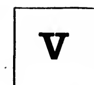
$$\Delta(mv)=F\Delta t.$$

Отсюда мы заключаем, что все тела в своем днижении со скоростями, близкими к скорости света, подчиияются тому же уравиеиию, которому подчиияются каплн осеииего дождя.

Закон, записанный в виде $ma=F$, в этом случае без изменения формы применять уже нельзя. Уравнения Мещерского говорят, что при такой записи закона необходимо к силам F, создаваемым другими телами, добавлять реактивные силы, создаваемые присоединяющимися во время движения массами. При этом, конечно, придется вводить разные массы и разные изменения этих масс для расчета тангенциальных и нормальных ускорений.

Мы убедились в том, что уравнения Мещерского позволяют решать практически очень важные задачи расчета реактивной силы тяги. Кроме того, они позволили установить границы применимости каждой из форм законов Ньютона, написанных сначала для тел постоянной массы. С помощью этих уравнений мы смогли правильно учесть в формулировке второго закона Ньютона зависимость ускорения от скорости движения тел и нашли основное уравнение динамики теории относительности.

Мещерский, таким образом, своими работами в известной степени предвосхитил работы Эйнштейна, который пришел в теории относительности к вышенаписанному уравнению динамики на восемь лет позже Мещерского. Во всех этих результатах и состоит особая важность и значение работ Мещерского.



V РАБОТА. ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

§ 88. Еще один путь преобразования законов Ньютона

В задачах, рассмотренных в § 76, требовалось установить зависимость конечных скоростей тел от действия сил. Для решения таких задач были просуммированы действия сил во времени. При этом были введены новые понятия импульса силы и количества движения тела. Был получен один из важнейших общих законов природы — закон сохранения количества движения. Оказалось, что этот закон имеет очень широкую область применения, далеко выходящую за границы механики.

К решению задачи об установлении зависимости между действием силы и скоростями тела можно подойти и другим путем. Для того чтобы у тела появилась какая-то конечная скорость, необходимо не только действие на него силы, но и движение тела в направлении действия этой силы на некоторое расстояние $|\Delta S|$. Если второе условие не соблюдается, то сколько бы времени сила ни действовала, никакого приращения скорости не произойдет. Следовательно, можно попробовать установить прямую зависимость изменения скорости тела от силы и расстояния, пройденного телом во время действия этой силы.

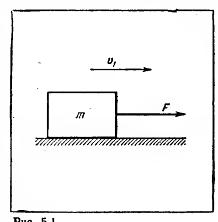


Рис. 5 1.

Решим следующую задачу. Пусть тело массы m имеет некоторую начальную скорость $\boldsymbol{v}_1$ (рис. 5.1). На тело в направлении скорости $\boldsymbol{v}_1$ действует постоянная сила $\boldsymbol{F}$. Под действием этой силы тело проходит

расстояние $|\Delta S|=|S_2-S_1|$. Найдем, как будет связана конечная скорость тела $\boldsymbol{v}_2$ с силой $\boldsymbol{F}$ и расстоянием $|\Delta S|$, пройденным телом.

Направления $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{F}$ совпадают, поэтому движение тела будет прямолинейным, сила будет создавать только тангенциальное ускорение и вызывать изменения только *модуля* вектора скорости. Так как $\boldsymbol{F}$ постоянна по модулю, то движение будет равнопеременным. Ускорение в таком движении может быть выражено через начальную и конечную скорости формулой (§ 23)

$$a=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}.$$

Это выражение будет справедливо для любого времени движения.

Расстояние $|\Delta S|$, пройденное телом в равнопеременном движении, может быть выражено через среднюю путевую скорость, равную среднему арифметическому начальной и конечной скоростей:

$$v_{\text{ср}}=\frac{v_2+v_1}{2}, \quad \text{т. е.} \quad |\Delta S|=v_{\text{ср}}\Delta t=\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t.$$

Напишем уравнение второго закона Ньютона:

$$F=ma.$$

Для решения поставленной задачи умножим обе части этого уравнения на расстояние $|\Delta S|$, которое пройдет тело в направлении действия силы:

$$F|\Delta S|=ma|\Delta S|.$$

В левой части уравнения мы получили нужную величину, содержащую силу и расстояние, пройденное телом в направлении силы.

Пользуясь найденными выше выражениями для a и $|\Delta S|$, выразим произведение $a|\Delta S|$ через скорости:

$$a|\Delta S|=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}\cdot\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t=\frac{v_2^2-v_1^2}{2}.$$

Подставляя это выражение в уравнение $F|\Delta S|=ma|\Delta S|$, окончательно найдем:

$$F|\Delta S|=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2},$$

или

$$F|\Delta S|=\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right),$$

где

$$\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right)=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}.$$

Таким образом, в результате действия силы F на расстоянии $|\Delta S|$ движение изменилось так, что произошло приращение величины $mv^2/2$. С помощью этой величины и устанавливается связь меж-

ду силой и конечной скоростью тела. В связи с тем, что оба найденных нами выражения имеют особо важное значение, они получили особые названия. Произведение $A=F|\Delta S|$ называется *работой силы*. Выражение $E=mv^2/2$ называется *кинетической энергией тела.*

§ 89. Работа постоянной силы

Работа силы — это сложная величина. Она одновременно определяет, как влияют на изменение движения тела модуль силы и расстояние, на котором сила действовала. Мы нашли количественное выражение работы силы для простейшего случая, когда направление силы совпадало с направлением движения тела, а модуль силы оставался постоянным. При этом мы определили работу как произведение модуля силы на расстояние.

Рассмотрим случай, когда постоянная сила $\boldsymbol{F}$ перпендикулярна направлению движения тела (рис. 5.2). Второй закон Ньютона говорит, что такая сила будет создавать только нормальные ускорения и вызывать изменения только *направления* вектора скорости. Никаких изменений модуля скорости при этом происходить не будет. Но мы убедились в предыдущем параграфе в том, что если совершается работа, то должно происходить изменение модуля скорости. В данном случае такого изменения нет. Значит, мы должны считать, что *если сила перпендикулярна направлению движения тела, то работа этой силы равна нулю.*

Рассмотрим случай, когда постоянная сила $\boldsymbol{F}$ действует под углом α к направлению движения тела (рис. 5.3). Такая сила будет создавать и тангенциальное, и нормальное ускорения. Разложим силу $\boldsymbol{F}$ на две составляющие $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$. Составляющая $\boldsymbol{F}_1$ совпадает с направлением движения тела. Составляющая $\boldsymbol{F}_2$ перпендикулярна направлению движения. Работа составляющей $\boldsymbol{F}_2$ равна нулю. Она создает нормальное ускорение и меняет только направление

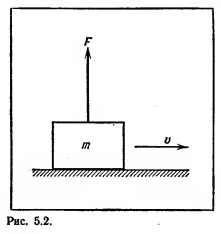


Рис. 5.2.

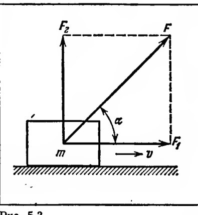


Рис. 5.3.

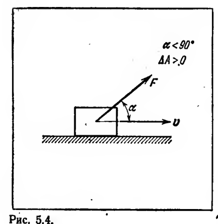


Рис. 5.4.

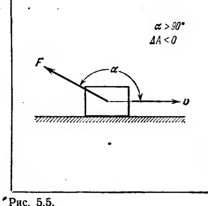


Рис. 5.5.

скорости. Создавать же тангенциальное ускорение, изменять модуль скорости будет только составляющая F_1, направление которой совпадает с направлением движения тела.

Таким образом, работа силы F совпадает с работой составляющей F_1. Работа силы F_1 на расстоянии $|\Delta S|$ равна $F_1|\Delta S|$. Из рис. 5.3 видно, что $F_1=|F|\cos\alpha$. Учитывая это и обозначая работу ΔA, получим:

$$\Delta A=|F|\cdot|\Delta S|\cos\alpha.$$

Это общее выражение для работы постоянной силы. Окончательно ее можно определить так:

работа постоянной силы равна произведению модуля силы на расстояние, пройденное телом во время действия силы, и на косинус угла между направлением силы и направлением движения тела.

Это определение включает в себя все частные случаи, которые были рассмотрены до этого.

Заметим, что работа может быть и положительной, и отрицательной. Если угол $\alpha<90°$ (рис. 5.4), тело под действием силы увеличивает скорость. Работа, производимая этой силой, положительна. Если угол $\alpha>90°$ (рис. 5.5), сила тормозит движение тела. Под действием силы скорость тела уменьшается. Работа, производимая силой в этом случае, отрицательна.

Из найденной формулы для ΔA легко получить единицы работы. В системе СИ единицей работы является джоуль (Дж) — работа, совершаемая силой 1 Н на расстоянии 1 м:

$$1\ \text{Дж}=1\ \text{Н}\cdot 1\ \text{м}.$$

В системе СГС за единицу работы принят эрг (эрг) — работа, совершаемая силой 1 дин на расстоянии 1 см:

$$1\ \text{эрг}=1\ \text{дин}\cdot 1\ \text{см}.$$

В технике применяется еще одна единица работы: килограмм-сила-метр (кгс·м) — работа, совершаемая силой 1 кгс на расстоянии 1 м:

$$1 \text{ кгс}\cdot\text{м} = 1 \text{ кгс}\cdot 1 \text{ м}.$$

В дальнейшем вы узнаете, что введенное понятие работы имеет очень большое значение. Особенно важным является то, что работа может быть той мерой, с помощью которой можно охарактеризовать сложные процессы превращения механического движения тела в другие формы движения материи, например превращение механического движения тел в тепловое движение молекул при работе сил трения.

§ 90. Работа переменной силы

Допустим, что тело движется по сложной криволинейной траектории (рис. 5.6). Во время движения на него действует сила, изменяющаяся по модулю и по направлению. При этом угол между направлением силы и направлением движения также меняется. Расчет работы силы в этом случае очень усложняется. Применять ранее полученную простую формулу для работы ко всему движению в целом уже нельзя.

Для отыскания способа расчета работы в таких случаях обратим внимание на связь между работой силы и векторами физически малых перемещений тела. В § 11 было показано, что траектория всегда может быть представлена как последовательность векторов физически малых перемещений. А в § 12 было показано, что малые приращения длины пути всегда равны модулю вектора перемещения, взятому с соответствующим знаком: $\Delta S = \pm|\Delta \boldsymbol{r}|$.

Пользуясь этим, разобьем траекторию на последовательные малые перемещения (рис. 5.7).

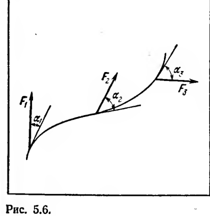


Рис. 5.6.

Рис. 5.7.

Выберем векторы малых перемещений так, чтобы:

1) каждый вектор $\Delta \boldsymbol{r}$ совпадал с данным участком траектории с нужной нам точностью;

2) силу $\boldsymbol{F}$ на этом перемещении можно было считать приблизительно постоянной;

3) на этом участке траектории можно было пренебречь изменениями углов α и считать угол α между вектором силы и вектором перемещения постоянным.

При выполнении этих требований работу, совершаемую при каждом малом перемещении, можно рассчитать по такой же формуле, как и для постоянной силы, т. е.

$$\Delta A = |\boldsymbol{F}| \cdot |\Delta S| \cdot \cos\alpha.$$

В формулу входят только модули силы и приращения длины пути. Так как $|\Delta S| = |\Delta \boldsymbol{r}|$, то эта формула может быть переписана в следующем виде:

$$\Delta A = |\boldsymbol{F}| \cdot |\Delta \boldsymbol{r}| \cdot \cos\alpha.$$

Мы нашли зависимость между работой и векторами перемещений тела. Можно сказать, что работа силы при *малом* перемещении равна произведению модуля силы на модуль вектора перемещения и на косинус угла между этими векторами. Таким образом, оказалось, что для расчета работы силы нужно произвести действие умножения двух векторов. При этом в результате умножения получилась *скалярная величина — работа.* В математике это действие получило особое название скалярного произведения двух векторов:

скалярным произведением двух векторов $\boldsymbol{a}$ *и* $\boldsymbol{b}$ *называется произведение модулей этих векторов на косинус угла между ними.*

Символически скалярное произведение записывается так:

$$(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}) = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \cdot \cos(\widehat{a, b}).$$

Пользуясь определением скалярного произведения, дадим формальное определение работы силы при малом перемещении:

работой силы при малом перемещении называется скалярное произведение вектора силы $\boldsymbol{F}$ *на вектор перемещения* $\Delta \boldsymbol{r}$:

$$\Delta A = (\boldsymbol{F} \cdot \Delta \boldsymbol{r}).$$

Умея теперь вычислять работу силы при малом перемещении, можно указать способ вычисления работы в общем случае движения тела по любой криволинейной траектории под действием произвольно меняющейся силы.

Для вычисления работы в этом общем случае необходимо:

1) разбить траекторию на участки, для которых векторы перемещений удовлетворяют перечисленным выше требованиям;

2) вычислить работу силы для каждого такого участка;

3) произвести алгебраическое сложение работ для всех участков, на которые была разбита траектория движения.

Выполнение всех этих операций довольно сложно и в общем случае не может быть сделано средствами математики, которая изучается в средней школе.

Самым важным является то, что определение работы, данное в предыдущем параграфе, оказывается пригодным для любых движений и любых сил. Усложняются только способы математического расчета, которые не изменяют физического смысла понятия работы. Именно это открывает возможность использовать найденное нами понятие работы при изучении любых физических явлений.

§ 91. Кинетическая энергия тела

В § 88 выражение $E=mv^2/2$ было названо кинетической энергией тела. Рассмотрим подробнее содержание этого понятия.

Допустим, что тело массы m было вначале неподвижно (рис. 5.8). На него подействовала сила F, под действием которой тело прошло расстояние $|\Delta S|$, приобретя скорость v. При этом сила совершила работу $F|\Delta S|$ и будет иметь место соотношение

$$F|\Delta S|=\frac{mv^2}{2}.$$

Если взять другое тело массы M и той же силой F совершить такую же работу $\Delta A=F|\Delta S|$, то для возникшего движения снова будет справедливо соотношение

$$F|\Delta S|=\frac{Mu^2}{2},$$

где u — конечная скорость тела массы M.

Одна и та же работа силы сообщает телам с разной массой всегда один и тот же запас движения, и это выражается равенством

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{Mu^2}{2}.$$

Таким образом, *кинетическую энергию тела можно рассматривать как меру запаса движения данного тела*. С помощью этой меры можно сравнивать между собой те запасы движения, которыми обладают различные тела или системы тел. Замечательно то, что эта мера учитывает любые движения независимо от их направления.

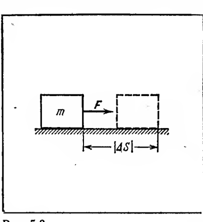


Рис. 5.8.

Поэтому она может быть использована для расчета не только упорядоченных движений тел, но и неупорядоченных, хаотических движений, происходящих в сложных системах многих тел. Используя, например, понятие кинетической энергии, можно количественно определить тот запас движения, которым обладает некоторая масса газа. Молекулы газа совершают непрерывные хаотические движения. Сумма кинетических энергий этих молекул определит энергию всей массы газа, т. е. даст количественную характеристику интенсивности теплового движения, запасенного в этом газе. Она также даст количественное представление о состоянии движения системы тел в целом.

Отметим, что получить представление о состоянии внутренних движений в системе тел с помощью вектора количества движения нельзя. Возьмем, например, два тела одинаковой массы m, которые движутся в противоположных направлениях с равными по модулю скоростями v. Количество движения каждого из тел будет равно $m\boldsymbol{v}$. Это дает представление о том, как движется каждое тело в отдельности. Количество же движения всей системы в целом, равное векторной сумме количеств движения отдельных тел, будет равно нулю.

Зная только этот результат (количество движения системы равно нулю), мы даже не можем сказать, движутся ли тела системы вообще. Кинетическая же энергия такой системы будет равна $2 \cdot mv^2/2$. Зная это, во-первых, мы можем сделать вывод о том, что в данной системе тел есть движение, во-вторых, мы можем судить, насколько велик запас этого движения.

Рассмотрим случай, когда тело массы m, двигаясь со скоростью v (рис. 5.9), встречается с другим телом (например пружинкой). При взаимодействии возникают силы, тормозящие движение тела m и вызывающие деформацию или движение другого тела. Таким образом, оказывается, что движущееся тело при встрече с другими

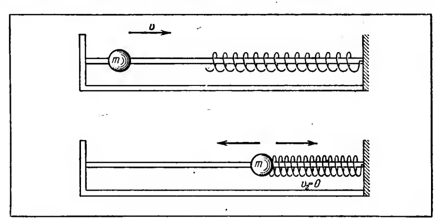


Рис. 5.9.

телами может совершить некоторую работу по деформации или приведению этих тел в движение. Найдем эту работу.

По третьему закону Ньютона в любой момент времени сила F действия тела на пружинку равна силе F', развиваемой пружинкой: $F=-F'$. Поэтому работа ΔA тела при его торможении равна работе $\Delta A'$ пружинки с обратным знаком:

$$\Delta A = -\Delta A' = -\left(\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}\right).$$

Подставляя $v_1=v$ и $v_2=0$, получим

$$\Delta A = \frac{mv^2}{2}.$$

Это дает нам право утверждать, что кинетическая энергия любого тела определяет ту работу, которую может совершить движущееся тело во время остановки при взаимодействии с другими телами. *Кинетическая энергия выступает как мера работоспособности движущегося тела.* Об этом же говорит и происхождение самого слова «энергия». По-гречески слово «энергия» означает деятельность, работоспособность.

Итак, каждое движущееся тело способно произвести некоторое количество работы. Эта работа определяется массой и скоростью тела. Если тело во время взаимодействия совершает эту работу, то начинает исчезать движение тела. При совершении работы движение тела превращается в движение других тел или их частей. При этом может происходить и превращение механического движения в другие формы движения материи, например превращение механического движения в тепловое.

Окончательный вывод:

кинетическая энергия является мерой запаса движения тела и одновременно определяет работу, которую тело способно совершить при взаимодействии с другими телами.

Кинетическая энергия равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

Из уравнения $F|\Delta S| = \Delta(mv^2/2)$ ясно, что единицы кинетической энергии те же, что и единицы работы: Дж, эрг (§ 89).

§ 92. Еще одна форма второго закона Ньютона

Мы подробно рассмотрели, что такое работа силы, кинетическая энергия тела. В § 88 была получена формула

$$F|\Delta S| = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Используя понятия работы силы и кинетической энергии тела, запишем ее следующим образом:

$$\Delta A = \Delta E.$$

Это уравнение можно рассматривать как новое выражение второго закона Ньютона (ср. §§ 51, 76).

В новых понятиях второй закон Ньютона можно сформулировать так:

изменение кинетической энергии тела равно работе сил, действовавших на тело во время движения.

Этим уравнением заканчивается изучение второго закона Ньютона. Мы убедились, что этот закон устанавливает зависимость между внешними воздействиями на тело, свойствами тела и изменениями его движения. Он может выражаться через разные понятия, которые определяют различные свойства движения.

1. В § 51 мы нашли, что второй закон Ньютона может быть выражен через силы, действующие на тело, и ускорения, приобретаемые телом:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}.$$

Эта форма закона удобна для решения таких задач, в которых необходимо определить состояние движения для каждого момента времени и узнать все детали этого движения.

2. В § 76 было показано, что второй закон Ньютона может быть выражен через импульс силы и изменение количества движения тела:

$$\boldsymbol{F}\Delta t = \Delta (m\boldsymbol{v}).$$

3. Сейчас мы нашли, что второй закон Ньютона может быть записан через работу силы и изменение кинетической энергии тела:

$$F|\Delta S| = \Delta \left(\frac{mv^2}{2}\right).$$

Последние две формы второго закона Ньютона позволяют сразу находить конечное состояние движения тела по заданному начальному состоянию без расчета всех деталей движения тела в промежуточные моменты времени.

Эти три формы второго закона Ньютона открывают разные пути решения задач. Поэтому на первом этапе решения любой задачи качественный анализ движений должен заканчиваться выбором наиболее удобной для решения формы закона. При этом необходимо учитывать не только особенности возможных движений, но и характер поставленных в задаче вопросов. Выбор формы закона определяет весь порядок дальнейших действий при решении задачи.

§ 93. Примеры применения разных форм второго закона Ньютона

Рассмотрим несколько примеров на применение разных форм второго закона Ньютона.

Пример 1. Легковой автомобиль двигался с некоторой скоростью v_1 и затем должен был срочно затормозить (рис. 5.10). Длина тормозного пути $|\Delta S|$ оказалась равной 6 м. Определить, с какой начальной скоростью v_1 двигался автомобиль, если коэффициент трения покрышек колес о дорогу $k=0,2$. Автомобиль при торможении двигался прямолинейно и горизонтально.

Из условия задачи следует, что конечная скорость автомобиля $v_2=0$. Из условия известны также сила и расстояние, на котором она действовала. Необходимо определить только начальную скорость v_1. Поэтому удобно воспользоваться вторым законом Ньютона в форме

$$\Delta A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Подсчитаем работу ΔA, совершаемую силой трения $F_{тр}$. По определению эта сила равна $F_{тр}=kN$, где N — сила нормального давления (§ 68). В нашем случае $N=mg$, где m — масса автомобиля; следовательно, $F_{тр}=k\,mg$. Сила трения $F_{тр}$ постоянна во все время торможения; значит, работу можно подсчитывать по формуле $\Delta A = F_{тр}|\Delta S|\cos\alpha$ сразу для всего расстояния, пройденного автомобилем.

Так как направление силы и направление перемещения автомобиля противоположны, в формуле работы нужно считать $\alpha=180°$, т. е. $\cos\alpha=-1$. Это значит, что сила трения совершает отрицательную работу, равную

$$\Delta A = -kmg|\Delta S|.$$

Подставляя это значение работы в уравнение второго закона Ньютона в форме $\Delta A=\Delta E$ и учитывая, что $v_2=0$, получим:

$$-kmg|\Delta S| = -\frac{mv_1^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad v_1=\sqrt{2kg|\Delta S|}.$$

В полученную формулу подставим числовые значения, заданные условием задачи: $k=0,2$; $g=10$ м/с²; $|\Delta S|=6$ м. Найдем, что

$$v_1=15,5 \text{ м/с} \approx 56 \text{ км/ч}.$$

Из найденной формулы следует, что длина тормозного пути очень быстро растет с увеличением скорости машины:

$$|\Delta S| = \frac{v_1^2}{2kg}.$$

Например, при увеличении скорости от 56 до 80 км/ч длина тормозного пути возрастает с 6 до 12,5 м. Этой зависимостью определяются

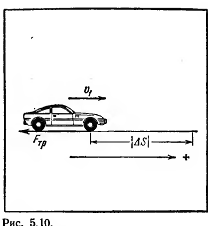


Рис. 5.10.

все ограничения в скоростях при движении транспорта и расстановка предупредительных знаков на дорогах. По формуле, похожей на найденную нами, производится определение скоростей машин при дорожных происшествиях.

Пример 2. Скорость снаряда, вылетевшего из ствола орудия, равна 1200 м/с. Определить среднюю силу давления пороховых газов при выстреле. Длина ствола орудия 5 м. Масса снаряда 40 кг.

Эта задача является обратной по отношению к рассмотренной в первом примере. Известны начальная скорость снаряда $v_1=0$ и его конечная скорость $v_2=1200$ м/с. Кроме того, известно расстояние $|\Delta S|=5$ м, на котором действовала сила.

Для решения задачи удобно применить второй закон Ньютона опять в виде

$$F|\Delta S|=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}.$$

Учитывая, что $v_1=0$, и преобразуя эту формулу, получим:

$$F=\frac{mv_2^2}{2|\Delta S|}.$$

После подстановки числовых значений найдем, что

$$F=5\,760\,000\ \text{Н}\approx 576\ \text{тс}.$$

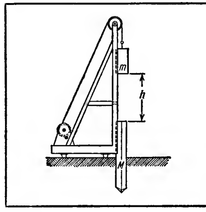


Рис. 5.11.

Рассмотрим более сложную задачу, когда одновременно приходится применять разные формы законов Ньютона.

Пример 3. С помощью копра производится забивка свай (рис. 5.11). Перед ударом боек копра массой $m=200$ кг поднимается на высоту $h=3$ м. Затем он свободно падает и ударяет по свае. Удар считается неупругим. В результате удара свая погружается в грунт на 2 см. Определить, какую нагрузку сможет выдерживать свая после забивки ее в землю. Мас-

са сваи $M=400$ кг. Величина допускаемой нагрузки на сваю считается равной силе сопротивления грунта при ее забивке.

Все движения, которые совершают боек копра и свая, можно разделить на три независимых этапа.

Первый этап — свободное падение бойка с высоты 3 м до соприкосновения со сваей. В это время на боек действует сила тяжести. Известны расстояние $|\Delta S|=h$, на котором действует эта сила, и начальная скорость бойка $v_1=0$. Нужно определить конечную скорость бойка v_2 перед прикосновением его к свае.

Для расчета этого движения бойка удобно применить второй закон Ньютона в форме $\Delta A=\Delta E$, определив сначала кинетическую энергию, приобретенную бойком, а затем его скорость перед ударом:

$$\Delta A=F\,|\Delta S|=mgh, \quad \Delta E=\frac{mv_2^2}{2}.$$

Следовательно,

$$mgh=\frac{mv_2^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad v_2=\sqrt{2gh}.$$

Второй этап — неупругий удар бойка о сваю. Известны скорости обоих тел до удара (скорость бойка $v_2=\sqrt{2gh}$ и скорость сваи, равная нулю). Нужно определить их общую скорость u после удара. В этом случае для расчета удобно применить закон сохранения количества движения к системе, состоящей из бойка и сваи. Количество движения системы до удара равно mv_2, после удара $(m+M)u$. Тогда уравнение закона сохранения количества движения запишется так:

$$mv_2=(m+M)\,u, \quad \text{откуда} \quad u=\frac{mv_2}{m+M}=\frac{m\sqrt{2gh}}{m+M}.$$

Отметим, что во время неупругого удара часть кинетической энергии, принесенной бойком, превращается в тепло, и поэтому к данному расчету нельзя применять закон Ньютона, записанный через работу и энергию.

Третий этап — погружение сваи в грунт. Сила сопротивления грунта, тормозя движение сваи вместе с бойком, совершает отрицательную работу и превращает всю оставшуюся в системе кинетическую энергию в тепло. На этом этапе опять удобно воспользоваться вторым законом Ньютона в виде $\Delta A=\Delta E$. Учитывая, что $\Delta A=-F|\Delta S|$,

$$\Delta E=-\frac{(m+M)\,u^2}{2}=-\frac{(m+M)\,m^2gh}{(m+M)^2}=-\frac{m^2gh}{m+M},$$

получим:

$$F\,|\Delta S\,|=\frac{m^2gh}{m+M}, \quad \text{откуда} \quad F=\frac{m^2gh}{(m+M)\,|\Delta S|}.$$

Окончательно после подстановки числовых значений находим:

$$F=10^5\,\text{Н}\approx 10 \text{ тс}.$$

§ 94. Работа силы тяжести

Рассчитаем работу, совершаемую силой тяжести, при движении тела по разным траекториям.

Допустим, что тело массы m было поднято на высоту h над поверхностью Земли. Определим работу, которую совершит сила тяжести в случае, когда это тело будет свободно падать по вертикали до поверхности Земли.

По направлению движения на тело будет действовать *постоянная* сила $F=mg$. Под действием этой силы тело пройдет расстояние h. По определению работа этой силы будет равна

$$\Delta A = F|\Delta S| = mgh.$$

Предоставим телу возможность двигаться под действием силы тяжести по наклонной плоскости AC (рис. 5.12) под углом α к горизонту (трения нет). Вдоль наклонной плоскости на тело будет действовать сила $F' = mg\sin\alpha$. Эта сила постоянна во все время движения. Расстояние $l = AC$, пройденное телом по наклонной плоскости, может быть выражено через высоту h, на которой сначала находилось тело. Из треугольника ABC видно, что $l = h/\sin\alpha$.

Зная силу F' и расстояние l, пройденное телом под действием этой силы, можно подсчитать работу A', совершенную силой тяжести при таком движении:

$$\Delta A' = F' \cdot l = mg\sin\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = mgh.$$

Значит, при движении по наклонной плоскости работа силы тяжести не зависит от угла наклона плоскости и по-прежнему равна произведению силы тяжести на разность высот, на которых находятся начальная и конечная точки движения:

$$\Delta A = \Delta A' = mgh.$$

Рис. 5.12.

Предоставим теперь телу возможность спускаться с высоты h по какой-нибудь криволинейной траектории (рис. 5.13). Подсчитаем работу, которую совершит сила тяжести при таком движении тела.

Как мы знаем, любую траекторию с нужной точностью всегда можно представить в виде последовательности малых прямолинейных перемещений. Например, участок AB может

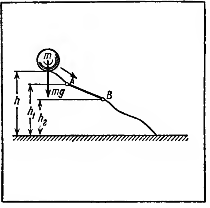


Рис. 5.13.

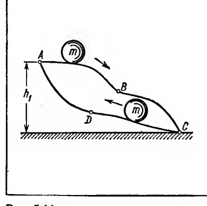


Рис. 5.14.

быть представлен отрезком прямой. Каждый такой участок будет наклонной плоскостью малой длины. Как только что было доказано, работа силы тяжести на таком участке не зависит от угла наклона и будет равна произведению силы тяжести на разность высот точек A и B:

$$\Delta A = mg(h_1 - h_2).$$

Это справедливо для всех участков криволинейной траектории. Поэтому полная работа, совершаемая силой тяжести при движении по любой произвольной криволинейной траектории, всегда будет равна произведению силы тяжести на разность высот начальной и конечной точек движения.

Этот результат имеет необычайно важное значение и может быть выражен так:

работа силы тяжести не зависит от формы траектории, по которой движется тело, и определяется только начальным и конечным положениями тела.

Этот же результат может быть выражен и другим, еще более общим способом. Допустим, что тело массы m спустилось из точки A в точку C по некоторой криволинейной траектории ABC (рис. 5.14). Затем оно из точки C было поднято в точку A по траектории CDA. Сила тяжести при всех этих движениях совершала работу. На участке ABC она совершила некоторую положительную работу, пропорциональную разности высот точек A и C. На участке CDA (при подъеме с помощью посторонних сил) сила тяжести совершила отрицательную работу. Величина этой работы также пропорциональна разности высот точек C и A.

Если же подсчитать полную работу силы тяжести на участках ABC и CDA, то окажется, что на такой замкнутой траектории она равна нулю. Поэтому найденное нами ранее важное положение о

независимости работы силы тяжести от формы траектории можно теперь сформулировать так:

работа силы тяжести на любой замкнутой траектории всегда равна нулю.

Это замечательное свойство силы тяжести позволяет значительно упростить решение задач, связанных с расчетом работы этой силы. Таким свойством обладают и многие другие силы, например силы всемирного тяготения (частным случаем которых является сила тяжести), силы упругости, силы электрического поля, создаваемого неподвижными зарядами, и др.

Все силы, работа которых на замкнутой траектории равна нулю, получили название *консервативных сил*. Замечательное свойство таких сил состоит в том, что затраченную против них работу они полностью возвращают потом обратно при освобождении тела от удерживающих его связей.

§ 95. Графический способ расчета работы. Работа упругой силы

Нам удалось достаточно просто рассчитать работу постоянной силы — силы тяжести. Когда же сила меняется по модулю и направлению (§ 90), расчет работы значительно усложняется. В этих случаях удобен графический способ расчета.

Еще раз вернемся к задаче о работе силы тяжести. Допустим, что тело массы m (рис. 5.15) падает вертикально под действием силы тяжести (направление вниз будем считать положительным). Будем отсчитывать длину пути S от точки начала падения. Построим график зависимости силы тяжести F от длины пути S. График будет иметь вид прямой, параллельной оси абсцисс, так как сила тяжести $F=mg$ постоянна (рис. 5.16).

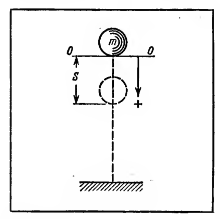


Рис. 5.15.

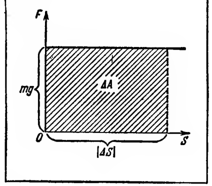


Рис. 5.16.

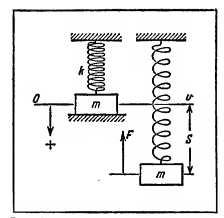


Рис. 5.17.

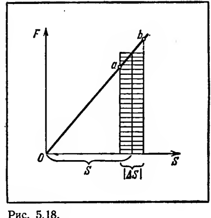


Рис. 5.18.

По определеиию работа, которую совершит снла тяжестн на расстояннн $|\Delta S|$, равна

$$\Delta A = F|\Delta S| = mg|\Delta S|.$$

Произведеиие $mg|\Delta S|$ численио равио площади фигуры, показанной иа графике. Это позволяет рассчитывать работу по таким графикам и в случае перемеиных сил.

Для примера проведем графический расчет работы силы упругости.

Пусть на пружине жесткостью k подвешен груз массы m, под действием которого пружина растянута на величииу S (рис. 5.17). Как было показано в § 63, пружииа при этом будет действовать на груз с силой упругости $F = -kS$, направлеииой к положеиию равновесия. Если груз не удерживать, то он начиет двигаться в направлении действия этой силы. Снла упругости при этом будет совершать положительную работу. Во время движения сила упругости постепеино умеиьшается, поэтому формулу $\Delta A = F|\Delta S|$ нельзя применить для расчета работы сразу для всего движеиия тела.

Построим график зависимости силы упругости F от длииы пути S (рис. 5.18). Допустим, что тело проходит точку, длиuа пути до которой S. Выделим около этой точки такое малое расстояиие $|\Delta S|$, чтобы можно было работу силы упругости на этом расстояиии подсчитать по формуле $\Delta A = F|\Delta S|$.

Произведение $F|\Delta S|$ численио равно площади прямоугольиика, заштриховаииого на рисунке. Расположнм $|\Delta S|$ так, чтобы ордииата, соответствующая точке S, была средией лииией этого прямоугольиика. Тогда F будет средней линией трапеции, ограиичеииой отрезком ab линии графика силы, ордиuатами точек a и b и отрезком оси $|\Delta S|$. Произведение $F|\Delta S|$ численио равио площади этой трапеции, т. е. и в этом случае работа силы упругости оказалась равиой

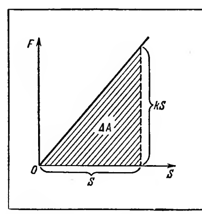


Рис. 5.19.

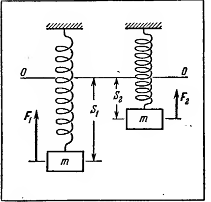


Рис. 5.20.

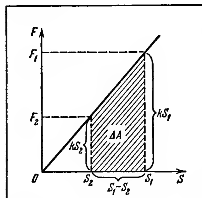


Рис. 5.21.

площади фигуры, ограниченной линией графика силы, ординатами начальной и конечной точек движения и отрезком оси ΔS.

Используя этот результат, можно рассчитать работу сил упругости для любого конечного движения тела. Пусть тело, отклоненное на расстояние S, под действием силы упругости возвратилось в положение равновесия. Работа силы упругости в этом случае будет равна площади треугольника, показанного на рис. 5.19, т. е.

$$\Delta A = \frac{1}{2} kS \cdot S = \frac{kS^2}{2}.$$

Если под действием силы упругости тело перешло из положения S_1 в положение S_2 (рис. 5.20), то, как видно из рис. 5.21, работа этой силы равна

$$\Delta A = \frac{kS_1 + kS_2}{2} \times$$

$$\times (S_1 - S_2) = \frac{kS_1^2}{2} - \frac{kS_2^2}{2}.$$

Наш расчет обнаружил, что *работа силы упругости полностью определяется начальным и конечным положениями тела.* Можно показать, что *эта работа не зависит от формы траектории*, по которой двигалось тело под действием пружины. Поэтому сила упругости тоже является консервативной силой. Растягивая пружину, мы совершаем какую-то работу против силы упругости пружины. Если эту пружину затем освободить, то сила упругости вернет ее в нерастянутое состояние. При этом она полностью возвратит всю ту работу, которая была совершена при ее растяжении.

§ 96°. Работа сил всемирного тяготения

Расчет работы сил всемирного тяготения является более трудной задачей, чем расчет работы силы упругости. Это связано со значительно более сложной формой зависимости сил тяготения от расстояний между телами.

Сила упругости меняется прямо пропорционально перемещению конца пружины. Именно это позволило при расчете работы силы при малом перемещении (рис. 5.21) использовать среднее арифметическое значение силы:

$$F = k\frac{S_1 + S_2}{2}.$$

Сила всемирного тяготения изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния r между телами:

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2}.$$

В этом случае для расчета работы уже нельзя использовать среднее арифметическое от значений силы на концах интервала Δr.

Воспользуемся для расчета работы силы всемирного тяготения графиком, представленным на рис. 5.22. Допустим, что сначала тело массы m находилось на расстоянии r_1 от тела массы M. Предоставим телу m возможность передвинуться вдоль радиуса под действием силы тяготения на малое расстояние Δr. После этого тело m окажется на расстоянии r_2 от тела M.

При таком движении сила тяготения совершит работу ΔA, численно равную заштрихованной площади на рис. 5.22. Так как направление перемещения совпадало с направлением силы, то работа ΔA может быть представлена формулой

$$\Delta A = F \cdot |\Delta \boldsymbol{r}|.$$

Напомним, что $F = |\boldsymbol{F}|$ — некоторое значение силы тяготения, постоянное для интервала

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = -\Delta r = r_1 - r_2$$

и удовлетворяющее требованиям § 90. Взять для F значение, равное среднему арифметическому от значений сил при r_1 и r_2, нельзя. Как видно из рис. 5.22, мы получим при этом явно завышенное значение для работы силы тяготения.

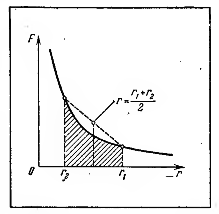


Рис. 5.22.

Можно доказать, что для расчета работы сил всемирного тяготения, подчиняющихся закону обратных квадратов, правильным будет брать значение силы F, соответствующее *среднему геометрическому значению* r, т. е. соответствующее $r=\sqrt{r_1 r_2}$. С такими средними геометрическими значениями величины вы знакомились в курсе математики. Итак, для расчета работы при малом перемещении мы можем использовать выражение для силы всемирного тяготения в виде

$$F=\gamma mM\frac{1}{r^2}=\gamma mM\frac{1}{r_1 r_2}.$$

Подставляя значения F и $|\Delta \boldsymbol{r}|$ в выражение для работы, получим

$$\Delta A=\gamma mM\frac{r_1-r_2}{r_1 r_2},$$

или окончательно:

$$\Delta A=\gamma mM\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right).$$

Еще раз обратим внимание на то, что подсчитывалась работа самих сил всемирного тяготения при *сближении* взаимодействующих тел. Эта работа оказалась положительной. По условию $r_2<r_1$, следовательно:

$$\frac{1}{r_2}>\frac{1}{r_1} \quad \text{и} \quad \Delta A>0.$$

Если мы хотим *развести* тела друг от друга, то должны своими силами совершить такую же работу. При разведении тел силы всемирного тяготения будут совершать отрицательную работу. При таком движении $r_2>r_1$, следовательно,

$$\frac{1}{r_2}<\frac{1}{r_1} \quad \text{и} \quad \Delta A<0.$$

Пользуясь полученным выражением, можно подсчитать работу, которую совершат силы всемирного тяготения при сближении двух тел на заданное расстояние r_2. Пусть сначала тела находились на таком большом расстоянии, что силы F были исчезающе малы, т. е. допустим, что начальное $r_1\to\infty$. Эта означает, что $1/r_1\to 0$. При этом ΔA будет стремиться к некоторому значению A, характерному для заданного расстояния между телами $r_2=r$.

Итак, работа сил всемирного тяготения при сближении двух тел от бесконечно большого до заданного расстояния r будет равна

$$A=\gamma\frac{mM}{r},$$

т. е. эта работа определяется только положением конечной точки движения.

В качестве примера рассчитаем работу, которую совершат силы земного притяжения, когда какой-нибудь метеор массы m будет ими захвачен и приведен на поверхность Земли. Для определения этой работы нужно подставить в найденную нами формулу для A значение массы Земли M и ее радиуса R_0:

$$A=\frac{\gamma M}{R_0}m.$$

Для того чтобы исключить из формулы γM, обратимся к закону всемирного тяготения. Сила земного притяжения на поверхности Земли (т. е. сила тяжести) может быть определена двумя формулами (§ 70):

$$P=\frac{\gamma M}{R_0^2}m, \qquad P=mg.$$

Приравнивая два выражения, получим

$$g=\frac{\gamma M}{R_0^2} \quad \text{или} \quad \frac{\gamma M}{R_0}=gR_0.$$

Подставляя значение $\gamma M/R_0$ в формулу для работы, получим

$$A=gR_0m.$$

Если принять $g\approx 10$ м/с², радиус Земли $R_0=6000$ км, то окажется, что при захвате метеора массой 1 кг сила земного притяжения совершит работу, равную $6\cdot 10^7$ джоулей. Эта работа равна той энергии, которую израсходуют 170 электрических лампочек по 100 ватт каждая за час горения.

Снова вернемся к основной формуле работы сил всемирного тяготения. Она замечательна также тем, что работа оказалась зависящей только от начального и конечного положений движущегося тела. Однако при доказательстве было рассмотрено только одно перемещение вдоль радиуса.

Будет ли изменяться значение работы при движении по другим траекториям?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим переход тела m по траектории ABC (рис. 5.23). По-прежнему Δr будем считать достаточно малым.

Подсчитаем вначале работу сил всемирного тяготения на отрезке AB. Сила F направлена

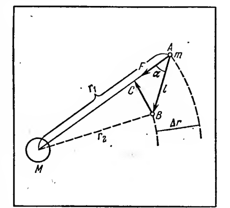


Рис. 5.23.

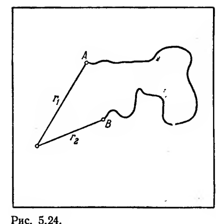


Рис. 5.24.

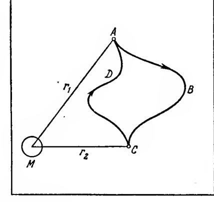


Рис. 5.25.

по радиусу, и ее проекция на направление отрезка AB будет равна $F'=F\cos\alpha$. Как видно из рисунка, длина отрезка AB равна $l=|\Delta\boldsymbol{r}|/\cos\alpha$. Работа силы F на отрезке траектории AB будет

$$\Delta A'=F'\cdot l=F\cos\alpha\cdot\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\cos\alpha}=F\cdot|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta A.$$

Оказалось, что работа $\Delta A'$ на отрезке траектории AB равна работе ΔA при перемещении Δr по радиусу, т. е. работа $\Delta A'$ не зависит от угла наклона отрезка AB.

Также нетрудно увидеть, что работа сил всемирного тяготения на отрезке траектории BC равна нулю. Действительно, в силу малости перемещения, хорда BC совпадает с элементом окружности радиуса $\boldsymbol{r}_2$, т. е. она перпендикулярна радиусу. Сила и перемещение перпендикулярны друг другу. Как мы знаем, работа силы в этом случае равна нулю.

Проводя такие же рассуждения, как и в § 94, можно показать (рис. 5.24), что

при любых конечных перемещениях по произвольной траектории работа сил всемирного тяготения не зависит от формы траектории и полностью определяется начальным и конечным положениями тел.

Следовательно, можно считать доказанным, что если собственные размеры тел малы по сравнению с расстоянием между ними (т. е. взаимодействующие тела можно считать точками), то работа сил всемирного тяготения всегда равна

$$\Delta A=\gamma mM\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$$

при движении тел по любым траекториям.

Точно так же, как в § 94, можно заставить тело M совершить некоторое движение по замкнутой траектории $ABCD$ (рис. 5.25).

Из наших рассуждений следует, что работа ΔA_1 на участке ABC будет равна работе ΔA_2 на участке CDA, взятой с обратным знаком:

$$\Delta A_1 = -\Delta A_2$$

или

$$\Delta A_1 + \Delta A_2 = 0.$$

Мы получаем теорему о том, что силы всемирного тяготения обладают тем же самым свойством, что и силы тяжести и силы упругости (§§ 94,95):

работа сил всемирного тяготения на любой замкнутой траектории равна нулю.

Силы всемирного тяготения являются консервативными силами.

§ 97. Работа силы трения

Допустим, что тело массы m передвигают по горизонтальной поверхности стола из точки A в точку B (рис. 5.26). При этом на тело со стороны стола действует сила трения. Коэффициент трения равен k. Один раз тело перемещается по траектории ACB, другой — по траектории ADB. Длина ACB равна l_1, а длина ADB — l_2. Рассчитаем работу, которую совершит сила трения при этих движениях.

Как известно, сила трения $F_{тр} = kN$. Сила нормального давления $N = mg$, так как поверхность стола горизонтальна. Поэтому сила трения в обоих движениях будет постоянна по модулю, равна kmg и направлена во всех точках траектории в сторону, противоположную скорости.

Постоянство модуля силы трения позволяет написать выражение для работы силы трения сразу для всего расстояния, пройденного телом. При движении по траектории ACB совершается работа

$$\Delta A_1 = -kmgl_1;$$

при движении по траектории ADB:

$$\Delta A_2 = -kmgl_2.$$

Знак минус появился потому, что угол между направлением силы и направлением перемещения равен 180°. Расстояние l_1 не равно l_2, поэтому работа ΔA_1 не равна ΔA_2. При переходе из точки A в точку B по разным траекториям сила трения совершает разную работу.

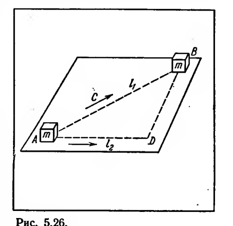


Рис. 5.26.

Таким образом, в отличие от сил всемирного тяготения и упругости,

работа силы трения зависит от формы траектории, по которой двигалось тело.

Зная только начальное и конечное положения тела и не имея сведений о траектории движения, мы уже не можем заранее сказать, какая работа будет совершена силой трения. В этом состоит одно из *существенных отличий* силы трения от сил всемирного тяготения и упругости.

Это свойство силы трения может быть выражено и по-другому. Допустим, что тело было перемещено из A в B по траектории ACB, а затем было возвращено обратно в A по траектории BDA. В результате этих двух движений образуется замкнутая траектория $ACBDA$. На всех участках этой траектории работа силы трения будет отрицательна. Полная работа, совершенная за все время этого движения, равна

$$\Delta A = -kmg(l_1 + l_2),$$

т. е.

работа силы трения на замкнутой траектории не равна нулю.

Отметим еще одну особенность силы трения. При перемещении тела из A в B была совершена работа против силы трения. Если в точке B тело освободить от внешних воздействий, то сила трения не вызовет никакого обратного движения тела. Она не сможет вернуть ту работу, которая была совершена на преодоление ее действия. В результате работы силы трения происходит только уничтожение, разрушение механического движения тела и превращение этого движения в тепловое, хаотическое движение атомов и молекул. Работа силы трения показывает величину того запаса механического движения, который необратимо превращается во время действия силы трения в другую форму движения — в тепловое движение.

Таким образом, сила трения обладает рядом таких свойств, которые ставят ее в особое положение. В отличие от сил тяжести и упругости сила трения по модулю и направлению зависит от скорости относительного движения тел; работа силы трения зависит от формы траектории, по которой движутся тела; работа силы трения необратимо превращает механическое движение тел в тепловое движение атомов и молекул.

Все это при решении практических задач заставляет рассматривать действие сил упругости и трения отдельно. Вследствие этого силу трения часто в расчетах рассматривают как внешнюю по отношению к любой механической системе тел.

§ 98. Потенциальная энергия системы тел

Теперь, когда определены особенности работы отдельных видов сил, вернемся к задаче о движении и свойствах *систем* материальных тел. Рассмотрим системы тел, в которых действуют только кон-

сервативные силы (тяжести, упругости и всемирного тяготения). Примерами таких систем могут быть:

1) система, состоящая из Земли и тела m, которое поднято над ней на высоту h и удерживается на этой высоте;

2) система, состоящая из груза и пружины жесткостью k, растянутой на величину S;

3) система из любого количества тел, между которыми действуют силы всемирного тяготения.

В этих системах силы тяжести, упругости и всемирного тяготения являются внутренними силами. Если телам таких систем предоставить возможность двигаться под действием внутренних сил, то эти силы будут совершать работу, которую мы рассчитали раньше.

Например, в первой системе при *падении* тела *на Землю* сила тяжести совершит работу

$$A=mgh.$$

Во второй системе при движении груза *до положения равновесия* сила упругости совершит работу

$$A=\frac{kS^2}{2}.$$

В третьей системе силы всемирного тяготения при переносе одного из тел *из бесконечности* на заданное расстояние совершат работу

$$A=\frac{\gamma mM}{r}.$$

Эта возможная работа внутренних сил полностью определяется заданным расположением тел. Поэтому мы можем утверждать, что каждому заданному расположению тел системы соответствует определенный запас работы, которую могут совершить внутренние силы при освобождении тел системы. Этот запас работы можно рассматривать как новую величину, которая характеризует состояние системы тел:

запас работы, которую могут совершить внутренние силы при освобождении тел системы, называется потенциальной энергией этой системы.

Отметим, что о потенциальной энергии можно говорить только тогда, когда работа внутренних сил системы не зависит от формы траектории, по которой движутся тела системы.

По определению в первом примере потенциальную энергию системы нужно считать равной

$$U=mgh.$$

Ее часто называют потенциальной энергией тела, поднятого над

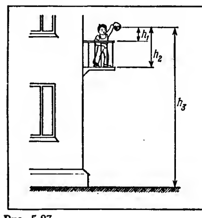


Рис. 5.27.

поверхностью Земли. Употребляя этот термин, нужно помнить, что речь идет о *потенциальной энергии системы* тело — Земля, а не о потенциальной энергии отдельно взятого тела. Эта энергия обращается в нуль при $h=0$. Во втором примере потенциальная энергия растянутой пружины равна

$$U=\frac{kS^2}{2}.$$

Нуль энергии соответствует положению равновесия системы.

Особо отметим, что при определении потенциальной энергии системы можно выбирать начало отсчета энергии по своему усмотрению в зависимости от условий задачи.

Рассмотрим пример. Мальчик, находящийся на балконе (рис. 5.27), держит мяч массы 0,1 кг на высоте $h_1=0{,}5$ м над перилами балкона. При этом мяч оказывается на высоте $h_2=1{,}5$ м от пола балкона и на высоте $h_3=6$ м от поверхности Земли. Если рассматривать падение мяча только до перил балкона, то потенциальная энергия мяча относительно уровня перил равна

$$U_1=mgh_1=0{,}1\cdot 9{,}8\cdot 0{,}5\approx 0{,}5 \text{ Дж}.$$

При этом считается, что потенциальная энергия мяча обратится в нуль, когда он коснется перил балкона.

При падении мяча на пол балкона можно говорить о его потенциальной энергии относительно пола. Она равна

$$U_2=mgh_2=0{,}1\cdot 9{,}8\cdot 1{,}5\approx 1{,}5 \text{ Дж}.$$

В этом случае нуль потенциальной энергии соответствует уровню пола балкона.

Точно так же при расчете падения мяча на Землю его потенциальная энергия считается равной

$$U_3=mgh_3=0{,}1\cdot 9{,}8\cdot 6\approx 6 \text{ Дж}.$$

Потенциальная энергия в этом случае принимается равной нулю на поверхности Земли.

Итак, *при решении любой задачи необходимо сначала договориться о том, от какого уровня будет отсчитываться потенциальная энергия системы тел*. Для растянутых или сжатых пружин обычно считается, что потенциальная энергия системы равна нулю, когда пружины не деформированы.

§ 99°. Потенциальная энергия сил всемирного тяготения. Космические скорости

В связи с рядом особенностей, а также ввиду особой важности вопрос о потенциальной энергии сил всемирного тяготения необходимо рассмотреть отдельно и более детально.

С первой особенностью мы сталкиваемся при выборе начала отсчета потенциальных энергий. На практике приходится рассчитывать движения данного (пробного) тела под действием сил всемирного тяготения, создаваемых другими телами разных масс и размеров.

Допустим, что мы условились считать равной нулю потенциальную энергию при таком положении, при котором тела соприкасаются. Пусть пробное тело A при взаимодействии по отдельности с шарами B и C одинаковой массы, но разных радиусов, вначале удалено от центров шаров на одно и то же расстояние h (рис. 5.28). Нетрудно видеть, что при движении тела A до соприкосновения с поверхностями тел B и C силы тяготения совершат разную работу. Это значит, что мы должны при одинаковых относительных начальных расположениях тел считать потенциальные энергии систем $A+B$ и $A+C$ различными.

Сопоставлять эти энергии между собой будет особо затруднительно в случаях, когда рассматриваются взаимодействия и движения трех или большего количества тел. Поэтому для сил всемирного тяготения ищется такой начальный уровень отсчета потенциальных энергий, который бы мог быть одинаковым, общим, для всех тел во Вселенной. Таким *общим нулевым уровнем потенциальной энергии* сил всемирного тяготения условились считать *уровень, соответствующий расположению тел на бесконечно больших расстояниях друг от друга*. Как видно из закона всемирного тяготения, на бесконечности обращаются в нуль и сами силы всемирного тяготения.

При таком выборе начала отсчета энергий создается непривычное положение с определением значений потенциальных энергий и проведением всех расчетов.

В случаях сил тяжести (рис. 5.29, *а*) и упругости (рис. 5.29, *б*) внутренние силы системы стремятся *привести тела на нулевой уровень*. При приближении тел к нулевому уровню потенциальная энергия системы уменьшается. Нулевому уровню действительно соответствует *наименьшая* потенциальная энергия системы. Это означает, что при

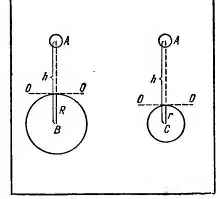


Рис. 5.28.

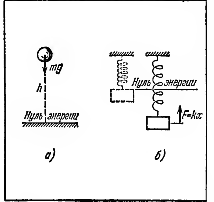


Рис. 5.29.

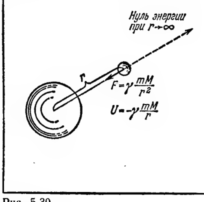


Рис. 5.30.

всех других положениях тел потенциальная энергия системы *положительна*.

В случае сил всемирного тяготения и при выборе нуля энергии на бесконечности все происходит наоборот. Внутренние силы системы стремятся *увести тела от нулевого уровня* (рис. 5.30). Они совершают положительную работу при удалении тел от нулевого уровня, т. е. при сближении тел. При любых конечных расстояниях r между телами потенциальная энергия системы меньше, чем при $r \to \infty$. Другими словами, нулевому уровню (при $r \to \infty$) соответствует *наибольшая* потенциальная энергия. Это означает, что при всех других положениях тел потенциальная энергия системы *отрицательна*.

В § 96 было найдено, что работа сил всемирного тяготения при переносе тела из бесконечности на расстояние r равна

$$A = \frac{\gamma mM}{r}.$$

Поэтому *потенциальную энергию сил всемирного тяготения* нужно считать равной

$$U = -\frac{\gamma mM}{r}.$$

Эта формула выражает еще одну особенность потенциальной энергии сил всемирного тяготения — сравнительно сложный характер зависимости этой энергии от расстояния между телами.

На рис. 5.31 представлен график зависимости U от r для случая притяжения тел Землей. Этот график имеет вид равнобочной гиперболы. Вблизи поверхности Земли энергия U меняется сравнительно сильно, но уже на расстоянии нескольких десятков земных радиусов энергия U становится близкой к нулю и начинает меняться очень медленно.

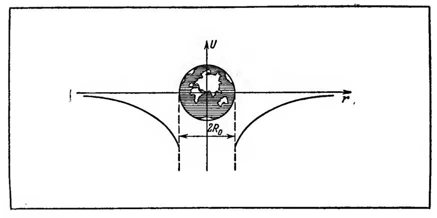


Рис. 5.31.

Любое тело вблизи поверхности Земли находится в своеобразной «потенциальной яме». Всякий раз, когда оказывается необходимым освободить тело от действия сил земного притяжения, нужно прилагать специальные усилия для того, чтобы «вытащить» тело из этой потенциальной ямы.

Точно так же и все другие небесные тела создают вокруг себя такие потенциальные ямы — ловушки, которые захватывают и удерживают все не очень быстро движущиеся тела.

Знание характера зависимости U от r позволяет значительно упростить решение ряда важных практических задач. Например, необходимо послать космический корабль на Марс, Венеру или на любую другую планету Солнечной системы. Нужно определить, какая скорость должна быть сообщена кораблю при его запуске с поверхности Земли.

Для того чтобы корабль послать к другим планетам, его нужно вывести из сферы действия сил земного притяжения. Другими словами, нужно *поднять* его потенциальную энергию до нуля. Это становится возможным, если кораблю сообщить такую кинетическую энергию, чтобы он смог совершить работу против сил земного притяжения, равную $A=\frac{\gamma mM}{R_0}$, где m — масса корабля, M и R_0 — масса и радиус земного шара.

Из второго закона Ньютона следует, что (§ 92)

$$A=\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right).$$

Но так как скорость корабля до запуска равна нулю, то можно записать просто:

$$A=\frac{mv^2}{2},$$

где v — скорость, сообщаемая кораблю при запуске. Подставляя значение для A, получим

$$\frac{\gamma m M}{R_0} = \frac{m v^2}{2},$$

или

$$\frac{\gamma M}{R_0} = \frac{v^2}{2}.$$

Воспользуемся для исключения γM, как это уже делали в § 96, двумя выражениями для силы земного притяжения на поверхности Земли:

$$P = \frac{\gamma M}{R_0^2} m, \quad P = mg.$$

Отсюда $\frac{\gamma M}{R_0} = g R_0$. Подставляя это значение в уравнение второго закона Ньютона, получим

$$2 g R_0 = v^2, \quad \text{или} \quad v = \sqrt{2 g R_0} \approx 11 \text{ км/с}.$$

Скорость, необходимая для вывода тела из сферы действия сил земного притяжения, называется *второй космической скоростью.*

Точно так же можно поставить и решить задачу о посылке корабля к далеким звездам. Для решения такой задачи нужно уже определить условия, при которых корабль будет выведен из сферы действия сил притяжения Солнца. Повторяя все рассуждения, которые были проведены в предыдущей задаче, можно получить такое же выражение для скорости, сообщаемой кораблю при запуске:

$$v = \sqrt{2 a R} \approx 42 \text{ км/с}.$$

Здесь a — нормальное ускорение, которое сообщает Солнце Земле и которое может быть рассчитано по характеру движения Земли по орбите вокруг Солнца; R — радиус земной орбиты. Конечно, в этом случае v означает скорость движения корабля относительно Солнца. Скорость, необходимая для вывода корабля за пределы Солнечной системы, называется *третьей космической скоростью.*

Рассмотренный нами способ выбора начала отсчета потенциальной энергии используется и при расчетах электрических взаимодействий тел. Представление о потенциальных ямах также широко используется в современной электронике, теории твердого тела, теории атома и в физике атомного ядра.

§ 100. Связь между работой внутренних сил и потенциальной энергией

Рассмотрим вопрос о том, как по известным значениям потенциальной энергии для начального и конечного положений тел определить работу, которую совершат внутренние силы системы во время движения тел.

Допустим, что в начальный момент времени тело находилось на высоте h_1 и его потенциальная энергия была $U_1=mgh_1$ (рис.5.32). Тело было освобождено и во время движения перешло на высоту h_2. На этой высоте его потенциальная энергия стала $U_2=mgh_2$. В результате движения потенциальная энергия системы изменилась на величину

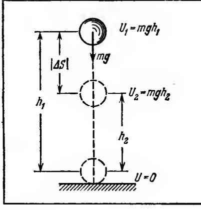


Рис. 5.32.

$$\Delta U=U_2-U_1=mgh_2-mgh_1.$$

Потенциальная энергия системы уменьшилась ($U_2<U_1$, так как $h_2<h_1$). Во время движения тела сила тяжести mg (она и является внутренней силой системы) совершила положительную работу $\Delta A=mg|\Delta S|$, где $|\Delta S|=h_1-h_2$. Поэтому выражение для работы можно записать так:

$$\Delta A=mgh_1-mgh_2.$$

Если теперь сопоставить выражения для ΔA и ΔU, то легко обнаружить, что

$$\Delta A=mgh_1-mgh_2=-(mgh_2-mgh_1)=-\Delta U.$$

Таким образом:
работа, совершаемая внутренними силами системы, равна изменению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком.

Это соотношение значительно упрощает решение задач и позволяет при известной потенциальной энергии системы не производить каждый раз отдельного расчета работы внутренних сил.

§ 101. Полная энергия системы тел. Закон сохранения энергии

Подведем некоторые итоги. В предыдущих параграфах было выяснено, что:

1) если отдельные тела системы движутся с некоторыми скоростями, то от них может быть получена работа за счет уменьшения кинетической энергии этих тел:

$$\Delta A_1=-\Delta E,$$

где ΔE равно сумме изменений кинетической энергии всех тел системы;

2) если в системе тел действуют какие-либо консервативные силы, то работа может быть получена также за счет уменьшения

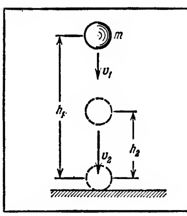


Рис. 5.33.

потенциальной энергии этой системы:

$$\Delta A_2 = -\Delta U,$$

где $\Delta U = U_2 - U_1$.

Поэтому можно сказать, что полная работа, которую может отдать такая система, будет всегда равна

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 = -\Delta E - \Delta U,$$

$$\text{или} \quad \Delta A = -\Delta(E + U)$$

Сумма потенциальной и кинетической энергий системы тел получила название полной энергии системы:

$$W = E + U.$$

Полная энергия системы определяет ту работу, которую можно получить от данной системы тел при ее взаимодействии с какими-либо другими телами, *не входящими* в эту систему.

Определим сначала, что может происходить с энергией *изолированной* системы, если телам предоставить возможность свободно двигаться под действием внутренних сил.

Пусть тело массы m находится на высоте h_1 над поверхностью Земли и имеет скорость v_1 (рис. 5.33). В этом положении у тела будет кинетическая энергия $E_1 = mv_1^2/2$ и потенциальная энергия $U_1 = mgh_1$. Полная энергия системы будет равна

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1.$$

Допустим, что тело перешло на высоту h_2 и его скорость стала равной v_2. При этом движении сила тяжести совершит работу

$$\Delta A = mg(h_1 - h_2).$$

Вся эта работа ΔA будет израсходована на увеличение кинетической энергии тела:

$$\Delta A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

(Трения и внешних сил нет.) Подставим в это выражение значение работы ΔA и перегруппируем члены уравнения:

$$mgh_1 - mgh_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Левая часть найденного выражения определяет полную энергию системы для начального момента времени:

$$W_1 = mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2}.$$

Правая же часть определяет полную энергию системы для конечного момента времени:

$$W_2 = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2}.$$

В результате можно записать:

$$W_1 = W_2, \text{ или } \quad W = E + U = \text{const}.$$

Оказалось, что при движении тел *изолированной системы* только под действием внутренних сил полная энергия системы не изменяется. При движении тел произошло только превращение части потенциальной энергии в кинетическую. В этом и состоит *закон сохранения энергии*, который можно сформулировать следующим образом:

в изолированной системе тел полная энергия остается постоянной во все время движения тел; в системе происходят лишь превращения энергии из одного вида в другой.

Отсюда же следует, что

если на систему действуют какие-либо внешние силы, то изменения полной энергии системы равны работе этих внешних сил.

Если в системе действуют силы трения, то полная энергия системы при движении тел уменьшается. Она расходуется на работу против этих сил. Одновременно работа сил трения производит нагревание. Как уже говорилось ранее, при работе сил трения происходит превращение механического движения в тепловое. Количество выделившегося тепла при этом в точности равно убыли полной механической энергии системы.

§ 102. Значение закона сохранения энергии

Закон сохранения энергии позволяет установить количественную связь между различными формами движения материи. В этом состоит особое значение этого закона. Так же как и закон сохранения количества движения, он справедлив не только для механических движений, но и для всех явлений природы. Закон сохранения энергии говорит о том, что движение нельзя уничтожить, так же как нельзя создать движение из ничего. В природе возможны только переходы движений из одной формы в другую.

В наиболее общем виде закон сохранения энергии можно сформулировать так:

энергия в природе не пропадает и не создается вновь, а только превращается из одного вида в другой.

В дальнейшем мы встретимся с тепловой, лучистой, ядерной, электромагнитной и другими видами энергии. Каждый вид энергии характеризует какие-то особые физические, химические, биологи-

ческие явления (разные формы движения материи), которые взаимосвязаны друг с другом законом сохранения энергии.

Большинство природных процессов на Земле, в том числе и существование жизни, обязано только тому, что Земля получает от Солнца достаточное количество энергии, которая способна превращаться в самые разнообразные формы.

Сколько же энергии получает Земля?

За счет ядерных реакций на Солнце каждую секунду выделяется энергия $4 \cdot 10^{26}$ Дж. Из этого количества энергии попадает на поверхность Земли в виде излучения только $8 \cdot 10^{17}$ Дж. Но 5/8 этого количества энергии отражается от поверхности Земли и уходит безвозвратно в мировое пространство. Остается для обеспечения всех явлений на Земле только $3 \cdot 10^{17}$ Дж энергии.

От ядерных реакций, происходящих внутри Земли, получается энергия также $3 \cdot 10^{17}$ Дж. Однако эта энергия целиком расходуется на обогревание Земли и излучается в окружающее пространство.

Как расходуется и на что используется энергия, получаемая от Солнца, можно увидеть из таблиц, помещенных на форзацах книги.

Преобразования различных форм движения в количественных отношениях строго следуют закону сохранения энергии. Этот закон выполняет в природе роль своеобразного «главного бухгалтера» Вселенной. Он в каждом явлении строго учитывает приход энергии и следит за тем, чтобы расход точно соответствовал приходу. Если баланс не сходится, то он сразу подает тревожный сигнал. Такой сигнал физики воспринимают как признак того, что обнаружилось какое-то новое, неизвестное ранее явление. Так было, например, с открытием ряда новых элементарных частиц в ядерной физике.

Закон сохранения энергии часто позволяет найти новые, простые пути решения многих механических и других задач. Применяя этот закон, нужно помнить, что он ничего не может сказать о направлениях движения отдельных тел. Он может дать сведения только о модулях скоростей возникающих движений.

Для определения направлений протекающих процессов закон сохранения энергии должен обязательно дополняться другими законами, которым подчиняются направления развития этих конкретных процессов.

§ 103. Примеры применения закона сохранения энергии

Рассмотрим несколько простейших примеров применения закона сохранения энергии к расчету механических движений.

Пример 1. Высота плотины Саяно-Шушенской ГЭС 237 м. Разность высот между поверхностью воды в водохранилище и уровнем, на котором находятся турбины, 212 м. Определить, какую скорость имела бы вода при входе на лопатки рабочих колес турбины, если бы она шла по водоводам без трения (рис. 5.34).

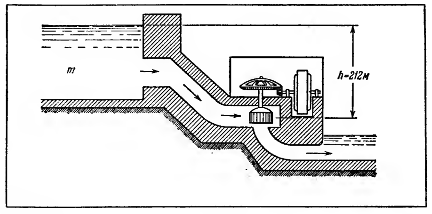


Рис. 5.34.

В задаче требуется определить только модуль скорости. Для этого сопоставим энергии для массы воды m до входа в водовод и после выхода из него на рабочее колесо турбины и применим закон сохранения энергии.

Условимся потенциальную энергию воды на уровне рабочего колеса турбины считать равной нулю. Тогда до входа в водовод вода будет обладать только потенциальной энергией, равной mgh. При выходе из водовода на рабочее колесо турбины потенциальная энергия воды будет равна нулю, а кинетическая $mv^2/2$. По закону сохранения энергии должно быть

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad v = \sqrt{2gh}.$$

После подстановки числовых значений получим, что вода при входе на лопатки рабочих колес турбины имела скорость $v=65$ м/с.

Пример 2. Тело массы $m=1$ кг падает с высоты $h=20$ м и попадает на пружину, жесткость которой $k=40\,000$ Н/м (рис. 5.35). Определить сжатие пружины. Трением пренебречь.

Условие этой задачи также позволяет применить закон сохранения энергии. При падении тела сначала происходит превращение потенциальной энергии тела относительно Земли в кинетическую энергию этого тела.

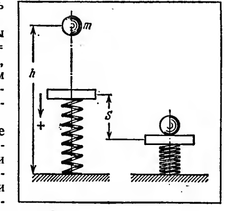


Рис. 5.35.

Затем кинетическая энергия тела превращается в потенциальную энергию сжатой пружины.

Потенциальная энергия тела, поднятого над Землей, до начала движения равна mgh. Потенциальная энергия пружины после падения тела равна $kS^2/2$. По закону сохранения энергии

$$mgh = \frac{kS^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad S = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} \approx 0{,}1 \text{ м}$$

(при расчете было учтено, что $S \ll h$).

После того как пружина сожмется и тело остановится, все движения повторятся в обратном порядке. Сначала пружина начнет расправляться. Ее потенциальная энергия перейдет в кинетическую энергию тела. Затем при подъеме кинетическая энергия тела начнет превращаться в потенциальную энергию, зависящую от положения тела относительно Земли. Если трения нет, тело, двигаясь вверх, должно достичь той же высоты h, с которой оно начало падать. Такой процесс падения и последующего подъема должен был бы повторяться неограниченно много раз при условии отсутствия трения.

Приблизительно так будет вести себя стальной шарик при падении на гладкую упругую стеклянную поверхность (рис. 5.36, *а*). Постепенное уменьшение высоты подъема шарика, которое можно наблюдать при этом, полностью объясняется потерями энергии на трение (рис. 5.36, *б*).

П р и м е р 3. Груз массы m подвешен на пружине жесткостью k (рис. 5.37). Пружина растянута, и груз отклонен на расстояние S от положения равновесия OO. Затем груз отпускают, и он начинает двигаться. Определить, какую скорость v будет иметь груз, проходя положение равновесия. Силами трения и тяжести пренебречь.

Нам известно состояние движения системы для момента времени, когда груз находился в положении AA. Нужно определить ско-

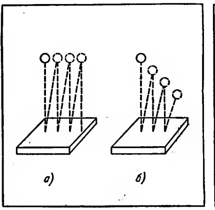


Рис. 5.36.

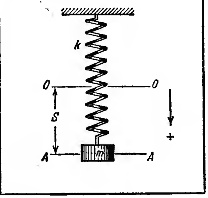


Рис. 5.37.

рость для другого момента времени, когда груз будет проходить положение OO. Так как потерь на трение нет, то удобно применить для решения задачи закон сохранения энергии. При наибольшем отклонении система обладает только потенциальной энергией $kS^2/2$.

При прохождении положения равновесия пружина не растянута. Потенциальная энергия ее равна нулю. Груз в этот момент имеет скорость v и кинетическую энергию $mv^2/2$. По закону сохранения энергии

$$\frac{kS^2}{2}=\frac{mv^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad v=S\sqrt{k/m}.$$

К моменту прохождения положения равновесия тело достигает наибольшей скорости v, которая прямо пропорциональна наибольшему отклонению тела от положения равновесия. Со скоростью v тело пройдет положение равновесия и начнет двигаться вверх, постепенно сжимая пружину. При этом кинетическая энергия тела постепенно начнет превращаться в потенциальную энергию сжатой пружины. Нетрудно увидеть, что когда сжатие достигнет значения $-S$, то в этот момент тело остановится и кинетическая энергия его полностью превратится в потенциальную. Затем весь процесс повторится в обратном порядке. Груз под действием упругой силы будет непрерывно совершать колебательные движения около положения равновесия.

Этот пример позволяет увидеть очень важную особенность таких движений. При колебаниях тела под действием упругой силы (без трения) полная энергия системы остается постоянной. Во время движения происходят только непрерывные переходы энергии из кинетической в потенциальную и обратно.

Насколько часто будут повторяться такие движения тела?

Допустим, что груз подвешен один раз на мягкой пружине с малой жесткостью k_1, а другой раз — на жесткой пружине с большой жесткостью k_2. При каждом заданном растяжении мягкая пружина будет развивать малую силу $F_1=k_1S$ и создавать у тела небольшие ускорения $a_1=F_1/m$. Груз под действием этой силы будет набирать скорость медленно. Ему потребуется большое время, чтобы из положения S перейти в положение равновесия. Следовательно, возникающие колебания будут медленными, число колебаний в единицу времени будет мало́. В случае жесткой пружины большие силы $F_2=k_2S$ будут создавать большие ускорения $a_2=F_2/m$. Груз будет достигать положения равновесия быстрее, движения груза будут повторяться чаще. Поэтому можно сказать, что *число колебаний груза в единицу времени должно расти вместе с увеличением жесткости пружины k.*

Рассмотрим другой случай. К одной и той же пружине жесткостью k подвешены разные грузы: один раз — груз большой массы m_1, другой раз — груз малой массы m_2. Нетрудно увидеть, что данная пружина большому грузу сообщит малые ускорения и он будет медленнее набирать скорость, тратить много времени для того,

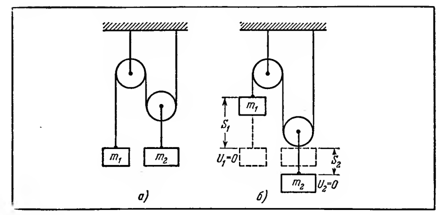


Рис. 5.38.

чтобы подойти к положению равиовесия. Движения такого груза будут повторяться реже, чем движеиия легкого груза. Поэтому можио сказать, что *число колебаний груза в единицу времени должно убывать с ростом массы колеблющегося тела т.*

При изучении колебаний и волн будет показаио, что *число колебаний груза на пружине в единицу времени всегда пропорционально коэффициенту* $\sqrt{k/m}$, входящему в формулу $v=S\sqrt{k/m}$, полученную в этом параграфе.

Пример 4. Два груза массами m_1 и m_2 удерживаются на нерастяжимой иити, перекииутой через блоки так, как показано иа рис. 5.38, *а*. Масса груза m_1 известна. Определить, при каком значении массы m_2 система будет находиться в равиовесии. Трением преиебречь.

Применим для решения задачи закон сохраиеиия эиергии. Система (грузы и Земля) — изолированная. Сил треиия иет. Следовательно, полная эиергия системы при любых движениях должна оставаться постояииой.

Допустим, что система уравиовешена. Тогда при малом перемещении грузов произойдет только изменение положения этих грузов, и они не получат ускорений. При таком движении будет происходить изменение потенциальной энергии каждого из грузов. Подсчитаем эти изменения.

Допустим для определенности, что груз m_1 поднялся вверх на расстояние S_1 (рис. 5.38, *б*). При этом второй груз опустится иа иекоторое расстояние S_2. После передвижения потенциальная энергия первого груза увеличится, второго — уменьшится.

Будем считать, что потенциальная энергия каждого из грузов равна нулю, когда они находятся в самом низком из рассматриваемых положений. Тогда до начала движения потенциальная энергия первого груза $U_1=0$, а второго груза $U_2=m_2gS_2$. Полная энергия

системы для этого момента равна.

$$W=U_1+U_2=m_2gS_2.$$

После передвижения потенциальная энергия первого груза станет равной $U_1'=m_1gS_1$, а потенциальная энергия второго груза $U_2'=0$. Полная энергия системы для этого момента будет:

$$W'=U_1'+U_2'=m_1gS_1.$$

По закону сохранения энергии

$$W=W', \quad \text{или} \quad m_2gS_2=m_1gS_1.$$

Отсюда следует, что при равновесии должно быть

$$m_2=m_1\frac{S_1}{S_2}.$$

Нить по условию нерастяжима. При подъеме груза m_1 через неподвижный блок направо перейдет часть нити длиной S_1. Это увеличение длины нити, удерживающей подвижный блок, вызовет движение груза m_2. Из рис. 5.38, *б* видно, что

$$S_2=S_1/2.$$

Подставляя найденное значение S_2, получим:

$$m_2=2m_1.$$

Отметим, что на груз m_1 действует сила тяжести $P_1=m_1g$, на груз m_2 — сила тяжести $P_2=m_2g$. Поэтому полученный нами результат может быть записан так:

$$P_2=2P_1.$$

Таким образом, мы получили известную формулу выигрыша в силе с помощью подвижного блока.

Еще раз сопоставляя выигрыш в силе и проигрыш в расстоянии, можно получить формулу

$$F_1S_1=F_2S_2.$$

Эта формула выражает уже известное вам «золотое правило механики»:

сколько в простых машинах выигрывается в силе, столько проигрывается в расстоянии.

Таким образом, мы показали, что «золотое правило» является частным случаем закона сохранения энергии, когда он применяется к расчету систем, находящихся в равновесии. Отметим, что применение «золотого правила» при расчете равновесия тел значительно упрощает решение многих задач, и это часто используется в технической механике.

Пример 5. Пуля массы $m=9$ г летит со скоростью $v=1200$ м/с (рис. 5.39). После удара о препятствие она застревает

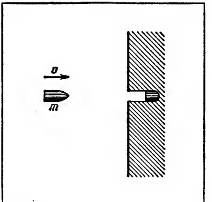


Рис. 5.39.

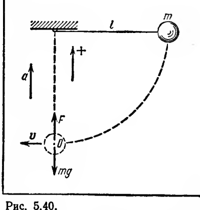


Рис. 5.40.

в нем и останавливается. Определить, какое количество тепла выделится при неупругом ударе.

При ударе все механическое движение пули превращается в тепловое движение. При этом кинетическая энергия пули $mv^2/2$ полностью превращается в тепло. По закону сохранения энергии

$$Q=\frac{mv^2}{2}.$$

Подставляя числовые значения в системе СИ, получим:

$$Q=\frac{0{,}009\cdot 1200^2}{2}=6480 \text{ Дж}.$$

Пример 6. В заключение рассмотрим такую задачу, в которой требуется использование закона сохранения энергии вместе с другими законами. Груз массы m подвешен на нити длиной l (рис. 5.40). Нить была отклонена до горизонтального положения, после чего грузу предоставили возможность двигаться. Определить силу натяжения нити F в тот момент, когда груз будет проходить самую низшую точку O траектории.

Точку O груз проходит с некоторой скоростью v по дуге окружности радиусом l. Следовательно, в этот момент его нормальное ускорение равно $a=v^2/l$ и направлено вверх. Появление этого ускорения обеспечивается совместным действием силы натяжения нити F и силы тяжести груза mg.

Для определения силы F необходимо применять второй закон Ньютона. Будем считать положительным направление вверх. Тогда уравнение второго закона Ньютона запишется в виде

$$F-mg=mv^2/l.$$

В уравнении содержатся два неизвестных F и v.

Для определения v необходимо рассмотреть все движение тела. Так как силы трения отсутствуют, то для определения скорости можно применить закон сохранения энергии. Рассмотрим два положения тела: в момент наибольшего отклонения и в момент прохождения точки O. Потенциальную энергию будем считать равной нулю на уровне точки O. Тогда в первый момент потенциальная энергия будет равна mgl, а кинетическая — нулю. Во второй момент потенциальная энергия станет равной нулю, а кинетическая — $mv^2/2$. По закону сохранения энергии:

$$mgl = \frac{mv^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad v^2 = 2gl.$$

Подставляя значение v^2 в уравнение второго закона Ньютона и разрешая это уравнение относительно F, получим:

$$F = 3mg.$$

Следовательно, сила натяжения нити будет равна утроенной силе тяжести груза. Таким образом, закон сохранения энергии позволил получить дополнительное уравнение для решения задачи на расчет сил по второму закону Ньютона и довести это решение до конца.

§ 104. Мощность двигателей

Рассмотрим вопрос о том, каким требованиям должны удовлетворять двигатели, приводящие в движение различные механизмы.

Предположим, что двигатель должен обеспечить движение автомобиля массой m со скоростью v. Со стороны дороги на автомобиль действуют известные силы трения $F_{тр}$. Сопротивление воздуха учитывать не будем.

Прежде всего двигателю необходимо разогнать автомобиль. Для этого он должен в момент начала движения развить силу тяги, намного превосходящую силу трения и достаточную для сообщения автомобилю необходимых ускорений. Чтобы разгон не занимал большого времени, эти ускорения должны быть большими. Таким образом, *первое требование* к двигателю — *способность развивать большие силы тяги в начале движения.*

Когда автомобиль движется с постоянной скоростью v, сила тяги двигателя становится равной силе трения. Вся работа силы тяги в это время расходуется против силы трения и зависит от скорости движения автомобиля. Действительно, при скорости v автомобиль проходит в единицу времени расстояние, численно равное этой скорости. Поэтому сила тяги двигателя F на этом пути за единицу времени совершает работу Fv. Если скорость v увеличить, то двигатель также должен увеличить ежесекундно совершаемую работу. Если он не сможет этого сделать, то достичь увеличения скорости не удастся. Поэтому *второе* важное *требование* к двигателю — *способность совершать достаточно большую работу за единицу времени.*

Работа, которую двигатель может совершить за единицу времени, называется мощностью двигателя.

Если за какое-то время Δt двигатель совершает работу ΔA, то его мощность по определению будет равна

$$N=\frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Мощность — одна из основных характеристик двигателя. Она определяет возможность применения двигателя для тех или иных целей.

Преобразуем формулу мощности так, чтобы в нее вошла сила тяги F, которую может развить двигатель. По определению работа $\Delta A=F|\Delta S|$, где $|\Delta S|$ — расстояние, на котором действовала сила F. Подставляя это значение ΔA в формулу для N, получим:

$$N=F\frac{|\Delta S|}{\Delta t}.$$

Но в нашем случае $|\Delta S|/\Delta t=v$, где v — модуль вектора скорости движения автомобиля. Вводя это выражение в формулу для N, окончательно получим

$$N=Fv.$$

Мощность двигателя равна развиваемой им силе, умноженной на скорость перемещения точки приложения этой силы.

Из найденной формулы вытекает ряд важных для инженерного дела следствий:

1. Для получения большой мощности можно пойти двумя путями: или увеличивать силу тяги, развиваемую двигателем, или увеличивать его быстроходность. Первый путь связан с увеличением силовых нагрузок на все движущиеся части двигателя. Например, в автомобильном моторе такое увеличение мощности будет связано с увеличением сил давления на поршни, шатуны, коленчатый вал и т. д. Но все материалы обладают ограниченной прочностью. Поэтому, для того чтобы детали смогли выдерживать действие таких больших сил, нужно увеличивать размеры деталей, делать их более массивными. Все мощные тихоходные машины оказываются необычайно громоздкими.

Второй путь позволяет получить такие же большие мощности при малых силовых нагрузках на детали двигателя и при значительно меньших его размерах. Поэтому инженеры, создавая современные двигатели, стремятся сделать их возможно более быстроходными.

2. Формула $N=Fv$ указывает на возможность преобразования силы тяги двигателя с помощью передаточных механизмов. Примером такого механизма, изменяющего силу тяги, является коробка скоростей автомобиля. Мощный современный быстроходный мотор создает на валу не слишком большие усилия, вращая вал с большой скоростью. Коробка скоростей уменьшает эти скорости и передает на колеса машины бóльшие силы. Таким образом, коробка скоростей

является механизмом, который, не изменяя величину мощности двигателя, передает ее на рабочие органы машины и одновременно преобразует силу тяги нужным образом.

3. Все двигатели (за исключением реактивных) рассчитываются на вполне определенную и постоянную мощность $N=\text{const}$. Но если мощность постоянна, то из формулы $N=Fv$ следует, что при увеличении скорости должно происходить изменение силы тяги, развиваемой двигателем. При $N=\text{const}$ сила тяги $F=N/v$ должна непрерывно убывать с ростом скорости. При каких-то значениях скоростей сила тяги двигателя будет равной силе трения.

Этим условием определяются максимальные скорости, которых можно достичь с данным двигателем. Например, известно, что наибольшая мощность, которую может развить двигатель автомобиля, равна N. Силы трения всех видов, действующие на автомобиль, известны и равны $F_{\text{тр}}$. Какую максимальную скорость можно развить на таком автомобиле? Максимальная скорость v_{max} определится из равенства силы тяги двигателя F силе трения $F_{\text{тр}}$:

$$F=\frac{N}{v_{max}}=F_{\text{тр}}, \quad \text{откуда} \quad v_{max}=\frac{N}{F_{\text{тр}}}.$$

Именно эта особенность двигателей не позволяет их использовать для космических кораблей.

В системе СИ за единицу мощности принята мощность, при которой за 1 с совершается работа 1 Дж. Эта единица называется ватт (Вт):

$$1\ \text{Вт}=1\ \text{Дж} : 1\ \text{с}.$$

В системе СГС за единицу мощности принята мощность, при которой за 1 с совершается работа 1 эрг. Эта единица называется эрг в секунду (эрг/с):

$$1\ \text{Вт}=10^7\ \text{эрг/с}.$$

В технике используются также следующие единицы: киловатт (кВт) и гектоватт (гВт), соответственно в тысячу и сто раз бо́льшие, чем ватт (Вт). Нередко применяется также единица килограмм-сила-метр в секунду (кгс·м/с). Мощность автомобильных и ряда других двигателей все еще измеряют в старинных единицах мощности — лошадиных силах (л.с.): 1 л. с.=75 кгс·м/с.

§ 105. Краткие сведения из истории

Появлению в физике понятий «работа», «энергия» и «закон сохранения энергии» предшествовал долгий период накопления человеком знаний о природе, о мире, о законах, которым подчиняются все явления во Вселенной.

Если подойти формально, то мы найдем слово «энергия» у Аристотеля, «золотое правило» — у древних греков, обнаружим, что этим правилом пользовался Архимед. Но все они использовали эти

понятия ие в том смысле, в каком используем их мы. Первые иаучиые представлеиия, связаииые с этими поиятиями, иачали рождаться только в XVII в. Окоичательио их смысл и значеиие стали ясны лишь к коицу XIX в.

Как было уже сказано, «золотым правилом» мехаиики в виде «что выигрываешь в силе, то проигрываешь в расстояиии» пользовались еще древние греки. Но впервые это правило миого веков спустя использовал Галилей для решеиия ряда мехаиических задач. Невозможиость создаиия вечиого двигателя была ясиа миогим учеиым еще в XV—XVI вв., но впервые утвердил и использовал ее Стевии при расчете равиовесия тел на иаклоииой плоскости.

Весь этот период до XVIII в. является очеиь сложиой, ромаитической эпохой подготовки, отыскания и открытия точиой формулировки закоиа сохраиения эиергии; эпохой, когда иужио было очень старательио иногда маскировать и защищать открытия иауки от догматов и посягательств церкви. Эта история вполие соответствует историям и духу ромаиов плаща и шпаги, которые были характерны для той эпохи.

В коице XVIII в. были устаиовлеиы два фуидаментальиых (как тогда считали) прииципа — «теорема о живых силах» и «прииципневозможности вечного двигателя». Эти прииципы выражали собой только два частиых случая действия закоиа сохраиеиия эиергии.

Поиадобилось еще более шестидесяти лет XIX в., чтобы ученые поияли, что эти прииципы — два выражеиия одиого и того же всеобщего закоиа природы: закоиа сохраиения энергии. Понимание этого в то время не пришло бы, если бы жизнь и производственная деятельность людей не потребовали от учеиых ответа иа вопросы: Как получать из тепла мехаиическую работу? Как рассчитывать паровые машииы, шахтиые иасосы? Как вообще превращать тепло и электричество в работу, полезиую для человека? И в это же время перед учеиыми особеиио остро иачал вставать вопрос о всеобщей взаимосвязи всех явлеиий природы.

Понятие о работе развивалось виачале в рамках технической мехаиики и иижеиериого дела. Так, в XVIII в. для оцеики работоспособиости водоподъемиых машии прииимают то количество воды, которое поднимает машииа иа определеииую высоту за час. Например, в русском руководстве по гориому делу, которое было издано в 1760 г., дается такая характеристика водоподъемной паровой машииы: «Когда оная машииа исправно учреждеиа, то каждый час вышииою иа сорок сажеиь пятьсот восемьдесят ведер воды поднимает».

В 1774 г. русский учеиый Семеи Котельников в своем курсе мехаиики использует для оценки действия силы произведеиие силы иа расстояние. Он пишет: «Действие силы равио тягости, умножеиной на перейденный ею путь. Действие машииы состоит в произведеином количестве движеиия. А оиое количество движения равио тягости, помиоженной на путь, ею перейдениый. Следовательио, и действие силы равно тягости, помноженной на перейдениый ею путь».

Само слово «работа» было введено в физику только через тридцать лет, в 1826 г. французским математиком и механиком Жаном Понселе и затем в 1829 г. французским инженером Гюставом Кориолисом.

С первых лет XVII в. начался в физике спор о том, что принимать за меру движения, от чего и как зависят запасы движения у тел. Начало спору положила одна из работ знаменитого французского философа, математика и физика Рене Декарта (1596—1650). В этой работе Декарт впервые сформулировал закон сохранения движения и принял за меру движения то, что мы сейчас называем количеством движения (или импульсом) тела. Но Декарт не учитывал векторного характера этой величины и совершил ряд ошибок.

В 1686 г. крупнейший немецкий математик, физик и философ Готфрид Лейбниц в статье «Краткое доказательство примечательной ошибки Декарта и других» опровергает закон Декарта. Он дает свой закон — закон живых сил. С этой работы Лейбница и начинается история понятия кинетической энергии. Лейбниц понимал под живой силой величину mv^2, т. е. удвоенную кинетическую энергию тела. Сам термин «кинетическая энергия» появился только в начале XIX в. в работе английского ученого Томаса Юнга. Юнг под словом «энергия» понимал уже «способность тела производить работу вследствие приобретенной скорости».

Понятие потенциальной энергии впервые было дано в девяностых годах XVIII в. в работах французского инженера и математика Лазаря Карно и вошло во всеобщее употребление только в середине XIX в. благодаря трудам английского ученого Ранкина.

В упомянутой работе Лейбница впервые в своеобразной форме прозвучало научное содержание закона сохранения энергии. Правда, для очень частного случая, когда механическое движение не превращается в другие формы движения материи.

Однако настоящая научная история закона сохранения энергии в том виде, как мы его понимаем сегодня, начинается с великого ученого, первого русского академика М. В. Ломоносова (1711—1765).

В своем письме к петербургскому академику Эйлеру в 1748 г. Ломоносов писал: «Если встречающиеся в природе изменения происходят так, что если к чему-либо нечто прибавилось, то это отнимается у чего-то другого... Тело, которое своим толчком возбуждает другое к движению, столько же теряет от своего движения, сколько сообщает другому, им двинутому».

В своих научных исследованиях М. В. Ломоносов считал важнейшим отыскание связей между отдельными явлениями природы. Он был глубоко убежден в том, что в природе «все согласуется», что «все связано единою силою и согласованием природы» и, наконец, что «согласие всех причин есть самый постоянный закон природы». И это согласие он видел только в движении, неотъемлемом качестве материи, в признании единства материи и движения. В открытии наиболее общего смысла закона сохранения энергии М. В. Ломо-

носов намного опередил всех других ученых. Понадобилось еще сто лет для того, чтобы формулировка, найденная М. В. Ломоносовым, получила всеобщее признание, чтобы закон сохранения и превращения энергии был признан как общий закон природы, действию которого подчиняется не только неживая, но и живая природа.

В 1841 г. немецкий врач и физиолог Роберт Майер, занимаясь медицинскими исследованиями, пришел к убеждению о неразрушимости различных движений и о их способности превращаться друг в друга. В 1842 г. он опубликовал свои «Замечания о силах неживой природы», в которых рассмотрел превращения механической энергии в тепловую и высказал утверждение о существовании механического эквивалента теплоты. В августе 1843 г. английский физик Джеймс Джоуль напечатал работу «О теплоте, выделяемой металлическим проводником электричества», в которой дал описание своих опытов и высказал мысль о существовании связи между тепловой, химической и электрической энергиями.

В это же время, независимо от Джоуля, петербургский академик Э. Х. Ленц открыл закон, связывающий количество тепла, выделяющегося в проводнике, с силой тока. И, наконец, в 1847 г. вышла знаменитая работа «О сохранении силы» молодого немецкого врача и естествоиспытателя Германа Гельмгольца, в которой уже полностью обосновывается и утверждается сохранение энергии как всеобщий закон природы.

Окончательное установление закона сохранения энергии было революционным шагом в науке. Этот закон воедино связал все физические явления, показал во всем величии единство природы.

Уже в XX в. нашла подтверждение еще одна гениальная догадка Ломоносова, о взаимосвязи законов сохранения массы и энергии. В 1905 г. Эйнштейн в своей теории относительности показал, что инертные свойства тел зависят от полного запаса энергии, содержащейся в этих телах. Он нашел, что инертная масса тела m и энергия E всех видов, запасенная в этом теле, связаны простым соотношением $m=E/c^2$, где c — скорость света.



ВРАЩЕНИЕ ТЕЛ

Нами полностью закончено рассмотренне задачи о поступательном движеннн твердых тел. Теперь можно обратиться к решенню задачн о вращательном двнжении твердых тел.

Вернемся к § 33, в котором было показано, что любое двнженне тела может быть представлено как сумма поступательного н вращательного двнженнй. Там также было сказано, что знання двнжения одной точкн недостаточно для создання полной картнны вращення тела, что в этом случае нужно искать другие способы опнсания двнженнй, которые давалн бы одновременно сведения о поведенни всех точек вращающегося тела. Нужно найтн такне велнчнны, которые были бы одннаковы для всех точек вращающегося тела н определяли поведенне тела в целом.

Отметнм сначала *две* особенностн задачн о вращении тел.

1. При решеннн задачн о вращенин мы не нмтересуемся траекториямн движения отдельных точек н счнтаем нзвестнымн направлення векторов скоростн н тангенциального ускорення. Действнтельно, если задано положенне оси вращення, то этим определены траекторин всех точек вращающегося тела. Все они будут концентрнческнмн окружностями. Векторы скорости и тангенциального ускорення будут направлены по касательным к этнм окружностям.

2. Прн решенин задачи о вращеннн мы не рассматрнваем вопрос о нормальных ускореннях н связанных с ннми внутреннх напряженнях в телах. Расчет этнх велнчин пронзводнтся темн же способами, которые былн установлены для расчета поступательных движенний.

Имея в внду эти условня, ответнм прежде всего на вопрос: Как определнть конечный результат любого вращения тела?

§ 106. Угловое перемещение тела

Вначале рассмотрнм задачу о вращенни тела вокруг неподвижной оси. Положенне каждой точки тела в любой момент определяется ее радиус-вектором $\boldsymbol{r}$ (§ 3). Для простоты будем рассматрнвать только точкн, лежащие в одной плоскости, перпендикулярной оси

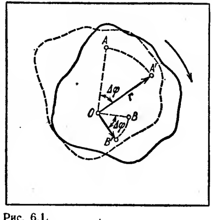


Рис. 6.1.

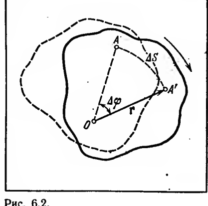


Рис. 6.2.

вращения. Условимся отсчитывать радиус-векторы от точки пересечения оси вращения с выбраиной плоскостью. Эту точку будем называть центром вращеиия O (рис. 6.1).

При таком выборе точки иачала отсчета радиус-векторы всех точек тела во время вращения ие будут измеиять свою длину, будут изменять только свои иаправлеиия. При этом *углы поворота* $\Delta\varphi$ *радиус-векторов будут одинаковы для всех точек тела.* Знание углов поворота сразу дает сведения об измеиеииях положеиий всех точек тела, которые произошли в результате вращения. Поэтому угол поворота радиус-вектора и приняли за осиовиую величину в кинематике вращательных движений тел.

Угол поворота радиус-вектора произвольной точки вращающегося тела называется угловым перемещением этого тела.

Угловое перемещение тела определяет собой конечный результат любого вращательного движения. Зная угловое перемещение, всегда можио рассчитать расстояиия, которые пройдет за время вращеиия тела любая его точка.

Допустим, что за время вращеиия тело повернулось на угол $\Delta\varphi$ (рис. 6.2). Некоторая точка тела A, иаходящаяся на расстоянии r от оси, за это время пройдет длину пути ΔS, равную длине дуги AA'. Угол $\Delta\varphi$ является центральным углом окружности радиуса r, поэтому легко найти связь этого угла с длиной дуги AA'. Если $\Delta\varphi$ измерять в радиаиах, то, как известно из геометрии, $\Delta S = r\,\Delta\varphi$.

В § 12 было установлено правило зиаков для длины пути. Так же устаиавливают правило знаков и для угловых перемещеиий. Можио, например, условиться считать угловое перемещение *положительным*, если тело от начального положеиия поворачивалось по направлению хода часовой стрелки, и *отрицательным*, если поворот происходил в противоположном направлении.

Для того чтобы иметь представление о всех особенностях вращательного движеиия, устаиавливают зависимость между угловыми

перемещениями и временем, так же как это было сделано для длины пути в § 13.

Вид зависимости углового перемещения от времени называется законом вращательного движения.

Закон вращательного движения может быть задан в виде таблицы, формулы или графика. По форме закона вращательные движения разделяют на равномерные и неравномерные.

Равномерным вращением называют такое вращение, при котором за любые равные промежутки времени тело поворачивается на равные углы.

Рис. 6.3.

Очевидно, график такого равномерного вращения будет иметь вид прямой (рис. 6.3). Этот график совершенно аналогичен графику (S, t) для равномерного поступательного движения.

§ 107. Угловая скорость тела

Так же как и при рассмотрении поступательного движения (§ 15), для определения состояния вращения сопоставляют положения тела для двух близких моментов времени, или, по-другому, определяют угловое перемещение $\Delta\varphi$ за малый промежуток времени Δt. Этот промежуток времени выбирают так, чтобы с нужной точностью можно было считать вращение равномерным. Аналогично понятию скорости тела для поступательного движения вводится понятие *угловой скорости тела* для вращательного движения:

угловой скоростью тела называется величина, которая определяет состояние вращения в данный момент времени.

Угловая скорость ω определяется отношением малого углового перемещения $\Delta\varphi$ тела к промежутку времени Δt, за которое произошло это угловое перемещение:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Угловой скорости также приписываются знаки плюс или минус в зависимости от направления вращения тела [1]). Единицей угловой скорости является радиан в секунду (рад/с).

---

[1]) В теоретической механике показывается, что угловая скорость обладает свойствами вектора, направленного по оси вращения. В наших расчетах вращения вокруг неподвижной оси этого можно пока не учитывать.

По известной угловой скорости ω всегда можно определить скорость v, которую будет иметь любая точка тела во время его вращения. Действительно, изменение длины пути ΔS какой-нибудь точки A за время Δt при повороте тела на угол $\Delta\varphi$ равно $\Delta S = r\,\Delta\varphi$, где r — модуль радиус-вектора этой точки. Если отсюда выразить $\Delta\varphi$ и подставить найденное значение в формулу для угловой скорости ω, то получим следующее выражение:

$$\omega = \frac{1}{r}\frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta S}{\Delta t} = r\omega.$$

Но по определению $\Delta S/\Delta t$ есть не что иное, как скорость v точки A, находящейся на расстоянии r от оси вращения (§ 16). Поэтому окончательно получим:

$$v = r\omega.$$

Используя понятие угловой скорости, можно дать другое определение равномерного вращения:

равномерным называется такое вращение, при котором угловая скорость остается все время постоянной.

Используя формулу

$$\omega = \Delta\varphi/\Delta t,$$

легко показать, что зависимость углового перемещения от времени для равномерного вращения будет иметь вид

$$\Delta\varphi = \omega\,\Delta t, \quad \text{или} \quad \varphi - \varphi_0 = \omega\,(t - t_0),$$

где t_0 — время начала наблюдения, а φ_0 — начальное положение по отношению к линии начала отсчета углов.

Если $t_0 = 0$ и $\varphi_0 = 0$, то формула приобретает простой вид:

$$\varphi = \omega t.$$

Эта формула аналогична формуле закона равномерного поступательного движения, которая была получена в § 19.

§ 108. Угловое ускорение тела

Для того чтобы всю систему понятий кинематики вращательного движения сделать полной, введем понятие *углового ускорения тела:*

угловым ускорением тела называется величина, которая определяет быстроту изменения угловой скорости.

Для того чтобы вывести формулу углового ускорения, рассмотрим сначала случай равнопеременного вращения. При таком вращении угловая скорость за любые равные промежутки времени изменяется на равные величины. Например, если при $t_0 = 0$ тело было неподвижно, а затем начало вращаться, то вращение будет равнопеременным, если угловая скорость растет пропорционально

времени. График угловой скорости такого движения представлен на рис. 6.4. В этом случае какой бы промежуток времени Δt мы ни взяли, приращение угловой скорости $\Delta\omega$ за это время будет таким, что отношение $\Delta\omega/\Delta t$ остается постоянным. Это отношение и принимают за угловое ускорение тела:

$$\beta=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Рис. 6.4.

Итак:

угловое ускорение тела равно отношению приращения угловой скорости к промежутку времени, за которое произошло это приращение.

Здесь нужно сделать «оговорку к малому промежутку времени» потому, что при более сложных вращениях нельзя брать любые Δt. Их нужно выбирать такими, чтобы в это время вращение можно было приблизительно считать равнопеременным (§ 23).

Используя определение углового ускорения, а также график скорости, можно, как мы это делали в §§ 25 и 26, вывести формулы угловой скорости и углового перемещения тела в равнопеременном вращении.

Допустим, что при $t_0=0$ начальная угловая скорость равна ω_0, а начальное положение $\varphi_0=0$. При этих условиях формула угловой скорости будет иметь вид

$$\omega=\omega_0+\beta t,$$

а угловое перемещение будет подчиняться закону:

$$\varphi=\omega_0 t+\frac{\beta t^2}{2}.$$

Следовательно, и здесь для расчета вращения получаются соотношения, подобные тем, которые были найдены для скорости и длины пути поступательного равнопеременного движения.

Таким образом, мы построили полную систему кинематических понятий, необходимых для описания вращения тел. Порядок действий при расчете всех новых величин сохраняется таким же, каким мы пользовались при изучении кинематики поступательных движений точки. Поэтому каждому понятию и закону вращательного движения можно найти соответствующее понятие и закон для поступательного движения точки. Основные понятия и законы кинематики поступательного и вращательного движений приведены в табл. 2.

Поступательное движение	Вращательное движение
Величины, характеризующие положение тел	
Длина пути S	Угол поворота φ
Состояние движения в данный момент	
Скорость $v=\Delta S/\Delta t$	Угловая скорость $\omega=\Delta\varphi/\Delta t$
Изменение скорости	
Тангенциальное ускорение $a_\tau=\Delta v/\Delta t$	Угловое ускорение $\beta=\Delta\omega/\Delta t$
Равномерное движение	
$S=vt$	$\varphi=\omega t$
Равнопеременное движение	
$v=v_0+at,\quad S=v_0t+\frac{at^2}{2}$	$\omega=\omega_0+\beta t,\quad \varphi=\omega_0 t+\frac{\beta t^2}{2}$

Связь между величинами, определяющими движение каждой точки тела, и величинами, характеризующими вращение тела в целом, выражается следующими формулами:

длина пути, пройденного точкой $S=r\varphi$,
скорость точки $v=r\omega$,
тангенциальное ускорение точки $a_\tau=r\beta$,
нормальное ускорение точки $a_n=\omega^2 r$.

§ 109. Динамика вращения тел. Основные опыты и наблюдения

Мы научились полностью описывать вращение тел. Теперь рассмотрим вопрос о том, при каких условиях могут возникать угловые ускорения во вращении тел. Этот вопрос относится к динамике вращения тел. Ответ на него можно получить двумя путями:

1) провести, так же как и при построении динамики поступательных движений, основные опыты и наблюдения; затем, пользуясь результатами этих опытов, найти необходимые новые понятия и дать формулировку основного закона;

2) воспользоваться уже известными законами Ньютона, рассмотреть движение точки по окружности, преобразовать формулы законов так, чтобы в них вошли угловые ускорения; затем, пользуясь

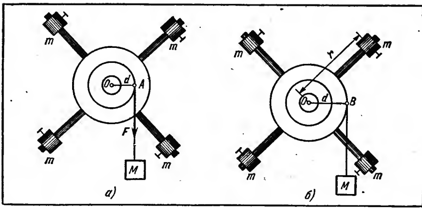


Рис. 6.5.

результатами преобразования, определить новые величины и основной закон для вращательных движений.

Сначала рассмотрим простейшие опыты и наблюдения, на которых можно построить динамику вращений.

Возьмем крест, составленный из четырех достаточно легких стержней, скрепленных с несколькими блоками разных радиусов (рис. 6.5, *а*). Укрепим этот крест на оси *O* так, чтобы он мог свободно вращаться, и уравновесим его. На каждом из стержней укрепим на одном и том же расстоянии от оси *O* одинаковые массы *m*. На один из блоков намотаем нить. К свободному концу нити будем подвешивать грузы различных масс *M*. Проследим, как будет вращаться крест при различных массах грузов *m* и *M* и при их разном расположении относительно оси.

О п ы т 1. Оставляя неизменными положения и массы вращающихся грузов *m*, будем увеличивать массу груза *M*. При этом увеличится сила ***F***, действующая на крест. Наблюдая за движением груза *M* и за вращением креста, можно установить, что при увеличении силы ***F*** крест будет раскручиваться быстрее, и груз *M* будет достигать поверхности стола за более короткое время. Это означает, что угловое ускорение вращающегося тела прямо пропорционально силе, действующей на это тело.

Таким образом, первый опыт говорит о том, что *угловое ускорение вращающегося тела зависит от силы, действующей на это тело.*

О п ы т 2. Не меняя массы грузов *m* и *M* и расположения грузов *m*, будем наматывать нить на блоки разных радиусов. При этом будет меняться только расстояние *d* от линии действия силы до оси вращения креста (рис. 6.5, *б*). Опыт покажет, что чем больше радиус блока, тем быстрее раскручивается крест и тем меньше время опускания груза *M* с заданной высоты. Это означает, что угловое ускорение зависит не только от силы, действующей на вращающееся тело, но и от того, как располагается линия действия силы относи-

тельно оси вращения тела. Если нить привязать к оси в точке O, то вращения вообще не возникнет. Если произвести количественные измерения, то можно установить, что угловое ускорение вращающегося тела при заданной внешней силе прямо пропорционально расстоянию от линии действия силы до оси вращения тела.

Таким образом, второй опыт говорит о том, что *угловое ускорение вращающегося тела зависит от расположения действующей силы относительно оси вращения тела.*

Опыт 3. Теперь, оставляя неизменными расстояние d и массу груза M, будем менять массы вращающихся грузов m. Наблюдая за движением груза M и раскручиванием креста, обнаружим, что с увеличением масс грузов m крест раскручивается медленнее, т. е. угловое ускорение вращающегося тела обратно пропорционально массе этого тела.

Таким образом, третий опыт говорит о том, что *угловое ускорение вращающегося тела зависит от массы этого тела.*

Опыт 4. Теперь, оставляя неизменными массы всех грузов, будем менять расстояние r от грузов m до оси вращения O. Наблюдения покажут, что чем ближе эти массы располагаются к оси вращения, тем быстрее при заданной внешней силе $\boldsymbol{F}$ раскручивается крест. Если провести наблюдения с секундомером, то можно установить, что при уменьшении расстояния r от грузов m до оси в два раза груз M будет опускаться в четыре раза быстрее. Это означает, что угловое ускорение вращающегося тела обратно пропорционально квадрату расстояния от этого тела до оси вращения.

Таким образом, четвертый опыт дает очень важный результат: *угловое ускорение вращающегося тела зависит от расположения массы этого тела относительно оси вращения.*

Эти опыты и наблюдения позволяют найти основные законы, управляющие вращением тел, так же как опыты, о которых говорилось в § 41, позволили нам найти законы, управляющие поступательным движением.

На основании этих опытов мы приходим к выводу о необходимости введения новых величин, одна из которых одновременно учитывала бы влияние силы и ее расположения на угловое ускорение при вращении тела, а другая — одновременно учитывала бы влияние на угловое ускорение массы тела и ее расположения. Такими величинами являются момент силы и момент инерции тела.

§ 110. Момент силы

Величина, которая одновременно учитывает влияние силы и ее расположения относительно оси вращения на угловое ускорение тела, называется моментом силы.

Допустим, что какое-то тело может вращаться около точки O (рис. 6.6). В точке A на тело действует сила $\boldsymbol{F}$. Линия действия силы проходит на расстоянии d от оси вращения тела. Расстояние d от линии действия силы до оси вращения тела называют *плечом силы.*

Момент снлы счнтают равным пронзведенню модуля снлы на ее плечо:

$$M=Fd.$$

Можно показать, что момент снлы обладает свойствами вектора н может быть выражен через вектор силы $\boldsymbol{F}$ н раднус-вектор $\boldsymbol{r}$ той точки, в которой прнложена эта снла. Но учитывать это приходнтся тогда, когда ось вращения может менять свое положение во время движения. Прн рассмотреннн вращення около неподвижной оси можно ограничиться нахожденнем модуля н знака момента силы. Условимся счнтать момент снлы *положительным*, еслн он стремнтся вызывать вращенне тела по часовой стрелке, и *отрицательным* — когда вызываемое нм вращенне нмеет противоположное направленне.

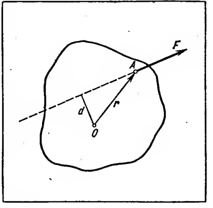


Рис. 6.6.

В случае раскручнвання креста (рнс. 6.5, *б*) сила $\boldsymbol{F}$ была перпенднкулярна раднус-вектору точкн B, а плечо $d=r$. Для этого случая момент снлы просто равен $M=Fr$.

Сопоставляя найденное выраженне для момента силы с результатамн первого н второго основных опытов (§ 109), можно сделать следующнй вывод:

угловые ускорения тел прямо пропорциональны моменту действующих сил:

$$\beta \sim M.$$

Этот важный вывод подтверждается и всемн другнми опытами с вращением тел.

Как следует из определення, момент снлы в системе СИ выражается в ньютон-метрах (Н·м), а в снстеме СГС — в днна-сантнметрах (днн·см).

Из определення момента снлы н характера его действия следует одно важное правнло обращення с направленными отрезками, нзображающнмн снлы. Когда мы рассматрнвалн поступательные движення тела, мы свободно переноснлн векторы снл нз одной точки в другую (конечно, сохраняя неизменным направленне вектора). В случае же вращательного двнжения этого делать нельзя. Действнтельно, еслн мы перенесем вектор силы так, что лнння ее действня станет блнже к осн, то нзменнтся момент силы, а также н вращательное двнженне, которое она вызывает. Поэтому во всех случаях, когда нужно учнтывать нлн рассчнтывать вращательное двнжение, вектор снлы можно переноснть *только вдоль линии ее действия*.

§ 111°. Момент инерции тела

Влияние собственных свойств тела на изменение вращательного движения оказывается значительно более сложным, чем в поступательном движении.

Третий и четвертый опыты (§ 109) показали, что инертность тела по отношению к вращательному движению, ее влияние на угловое ускорение зависит не только от массы тела, но и от того, как она распределена относительно оси вращения. Последнее означает, что на инертность во вращательном движении влияют форма и геометрические размеры тела, его расположение относительно оси вращения, особенности распределения массы по объему тела.

Величина, которая определяет инертность тела по отношению к вращательному движению, называется моментом инерции тела.

Момент инерции одновременно учитывает влияние на угловое ускорение массы тела, его формы, геометрических размеров, распо-

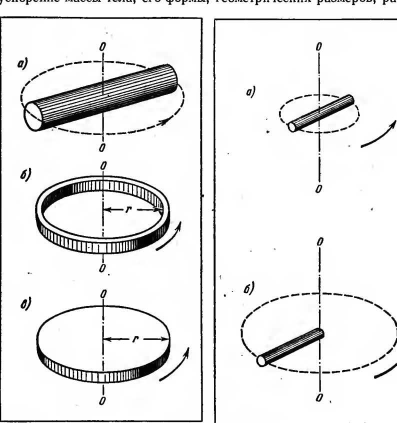


Рис. 6.7.

Рис. 6.8.

ложения относительно оси вращения и распределення массы по объему тела.

Еслн взять несколько тел одинаковой массы, но разной формы (стержеиь, кольцо, диск) и действовать иа иих равиыми момеитамн (рис. 6.7), то тела будут приобретать различные угловые ускорения. Их момеиты иерцни J будут неодииаковыми, потому что у них разиая форма. Массы этнх тел располагаются по-разному относительно осн и по-разному влияют иа нзмеиеине вращеиия.

Точио так же, если брать одно и то же тело н давать ему вращаться вокруг разиых осей, то моменты инерции этого тела отиосительно разных осей тоже будут разными. Например, стержень вращается в одном случае вокруг оси, проходящей через его середину (рис. 6.8, *а*), а в другом — вокруг оси, проходящей через его конец (рис. 6.8, *б*). Под действием одиого и того же момента снлы стержеиь в этих случаях приобретает разиые угловые ускорения. Это произойдет потому, что масса стержня располагается относительно оси вращения по-разиому.

Все это делает колнчественное определенне момеитов ннерции очень сложиым. Для их расчета создаи специальиый и громоздкий математический аппарат. Но н с его помощью не всегда удается провести расчеты до коица. Для тел особо сложиой формы приходится находить момеиты иерцин только опытным путем. Мы ограничнмся рассмотреиием только простейшнх случаев.

Возьмем иебольшое тело массы m н укрепим его на конце невесомого стержия длины r (рис. 6.9). Заставим это тело вращаться вокруг осн OO. Допустим, что размеры этого тела очень малы по сравнению с расстояиием r от тела до осн вращеиня. Тогда размерамн этого тела можно пренебречь н счнтать, что вокруг осн вращается точка массы m, находящаяся иа расстояиии r от оси OO.

Проведем с этим телом опыты, подобные третьему и четвертому опытам § 109. Прн этом мы убедимся, что иерносность тела при вращеиии растет прямо пропорцноиально массе m и квадрату расстояиия r от тела до оси вращеиия. Поэтому момеит иерции массы m, иаходящейся иа расстояиии r от оси, прииялн равным

$$J=mr^2.$$

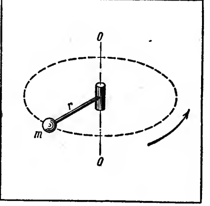


Рис. 6.9.

Возьмем теперь кольцо массы m н радиуса r (рис. 6.7, *б*). Пусть толщиия кольца очеиь мала по сравиеиию с его радиусом и ею можио преиебречь. Все частн кольца иаходятся на одиом и том же расстояннн от оси вращеиия. Заставим кольцо вращаться вокруг осн OO.

Влияние одинаковых элементов массы на момент инерции будет одним и тем же, а действие всей массы кольца можно рассматривать как действие массы одной точки, находящейся на расстоянии r от оси вращения. Поэтому можно утверждать, что момент инерции кольца при вращении вокруг выбранной оси OO равен массе кольца, умноженной на квадрат радиуса этого кольца:

$$J = mr^2.$$

Возьмем теперь сплошной однородный диск такой же массы m и такого же радиуса r, как и у кольца (рис. 6.7, *в*). Его момент инерции относительно оси OO должен быть меньше, чем у кольца.

Действительно, у диска разные элементы массы будут находиться на разных расстояниях от оси вращения. Значительная часть массы будет находиться близко от оси вращения на расстоянии, много меньшем, чем радиус диска. Действие этой части массы на угловые ускорения будет значительно слабее. Поэтому момент инерции такого диска в целом должен быть меньше момента инерции соответствующего кольца.

Расчет показывает, что момент инерции однородного диска относительно оси OO равен

$$J = \frac{1}{2} mr^2.$$

Здесь m — масса диска, r — радиус диска.

Как следует из приведенных примеров, единица момента инерции тела в системе СИ имеет наименование килограмм-метр в квадрате (кг·м²), а в системе СГС — грамм-сантиметр в квадрате (г·см²).

Теперь, когда введено понятие момента инерции, можно обобщить результаты третьего и четвертого опытов (§ 109):

угловые ускорения при действии заданных моментов сил обратно пропорциональны моменту инерции тела:

$$\beta \sim \frac{1}{J}.$$

§ 112°. Уравнение моментов

Подведем первые итоги рассмотрения вращательных движений и найдем основной закон динамики этих движений. В § 110 было показано, что угловое ускорение прямо пропорционально моменту действующих сил: $\beta \sim M$. В § 111 было найдено, что угловое ускорение обратно пропорционально моменту инерции тела: $\beta \sim 1/J$.

Опыты, о которых рассказывалось в § 109, показали, что угловые ускорения больше ни от чего не зависят. Поэтому эти пропорциональности можно объединить и быть уверенным, что они вместе выражают основной *закон вращательных движений*:

угловые ускорения прямо пропорциональны моментам сил и обратно пропорциональны моменту инерции тела:

$$\beta \sim \frac{M}{J}.$$

Если провести необходимое согласование единиц физических величин, т. е. взять их в одной системе, то эта пропорциональность может быть записана в виде равенства:

$$\beta = \frac{M}{J}.$$

Для решения практических задач эту формулу удобнее записать в следующем виде:

$$M = J\beta.$$

Это уравнение является основным законом динамики вращательных движений и называется *уравнением моментов*.

К отысканию уравнения моментов можно подойти и другим путем. Для примера рассмотрим простейший случай. Пусть точка массы m движется по окружности вокруг оси O, перпендикулярной листу бумаги, так, как показано на рис. 6.10. Расстояние точки от оси вращения r. На точку действует сила $\boldsymbol{F}$, перпендикулярная радиус-вектору $\boldsymbol{r}$ и лежащая в плоскости листа.

Движение точки можно рассматривать по-разному. Можно считать, что радиус-вектор точки вместе с ней совершает вращение вокруг оси O. Но можно также просто рассматривать поступательное ускоренное движение самой точки по окружности радиуса r. В первом случае для расчета нужно применять уравнение моментов. Во втором — применять закон Ньютона для расчета тангенциального ускорения. Следовательно, между этими законами должна существовать связь, и можно путем расчета перейти от одного из них к другому.

Будем рассматривать движение точки по окружности. Тогда уравнение второго закона Ньютона запишется в следующем виде:

$$F = ma_\tau.$$

Для перехода к уравнению моментов умножим обе части этого уравнения на r:

$$Fr = ma_\tau r.$$

Сразу заметим, что Fr равно моменту силы F относительно

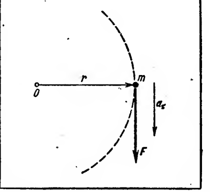


Рис. 6.10.

оси O: $Fr=M$. В § 108 было показано, что $a_\tau=\beta r$, где β — угловое ускорение точки во вращательном движении. Подставляя значение a_τ в уравнение моментов, найдем:

$$M=mr^2\beta.$$

Но как было показано раньше, mr^2 равно моменту инерции J точки относительно оси O: $J=mr^2$. Используя это, окончательно получаем уравнение моментов для вращательного движения точки:

$$M=J\beta.$$

Такой расчет можно провести в общем виде. Он подтверждает правильность найденного нами из опытов выражения для уравнения моментов и указывает на особенности связей между описанием поступательных и вращательных движений.

Уравнение моментов для вращательных движений играет такую же роль, как и второй закон Ньютона для поступательных движений. Порядок действий при применении этого уравнения такой же, как и при применении законов Ньютона.

Напомним, что в системе СИ моменты сил выражаются в Н·м, моменты инерции — в кг·м² и угловые ускорения — в рад/с². В системе СГС моменты сил выражаются в дин·см, моменты инерции — в г·см² и угловые ускорения — в рад/с².

§ 113°. Независимое сложение моментов сил

До сих пор мы рассматривали только такие случаи, когда тело подвергалось действию момента только одной силы. Теперь рассмотрим, каким будет результат одновременного действия на тело моментов нескольких сил. Ответ на этот вопрос можно получить только из опыта.

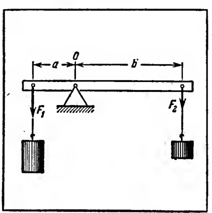


Рис. 6.11.

Возьмем рычаг с длинами плеч a и b, который может вращаться около точки O (рис. 6.11). Подействуем на концы рычага силами $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$.

Если эти силы действуют по отдельности, то они вызывают вращение рычага. Сила $\boldsymbol{F}_2$ вращает рычаг по часовой стрелке, а сила $\boldsymbol{F}_1$ — против часовой стрелки [1]).

Если эти силы заставить действовать вместе, то можно подобрать их так, что рычаг будет

[1]) В § 110 условились считать вращение по часовой стрелке положительным, а вращение против часовой стрелки — отрицательным.

в равновесии. При этом окажется, что *равновесие наступит только тогда, когда моменты сил станут равны друг другу по модулю и противоположны по знаку.*

Момент силы F_1 равен $M_1=-F_1a$, момент силы F_2 равен $M_2=$ $=F_2b$. Запишем найденное нами условие равновесия рычага:

$$-F_1a=F_2b \quad \text{или} \quad M_1+M_2=0.$$

Равные по модулю и противоположные по знаку моменты сил, действующие по отдельности, вызывали бы *одинаковые по модулю и противоположные по знаку угловые ускорения.* Действуя вместе, они обеспечили покой тела. Это означает, что, когда эти моменты были приложены одновременно, их действия не изменились. Поэтому можно утверждать, что *при одновременном действии моменты сил складываются как независимые величины.*

Это дает нам возможность при решении практических задач в левую часть уравнения моментов вводить сумму всех действующих на тело моментов сил с учетом их знаков. Это же дает нам право в необходимых случаях производить замену нескольких моментов сил одним результирующим моментом силы.

Отметим также, что при рассмотрении примера с рычагом мы получили хорошо известную формулу выигрыша в силе, которую дает любой рычаг.

§ 114°. Примеры применения уравнения моментов

Рассмотрим несколько примеров применения уравнения моментов для расчета движения тел.

Пример 1. Маховое колесо некоторой машины имеет радиус $r=2$ м и массу $m=1$ т (рис. 6.12). Маховик вращается, делая 120 оборотов в минуту. При окончании работы маховик тормозится колодками, которые действуют на обод маховика с силой $F=100$ кгс. Определить, через какое время t после начала торможения остановится маховик.

Для простоты будем считать, что вся масса маховика сосредоточена на ободе и кроме колодок ничто не мешает его движению. Маховик совершает вращательное движение. Его начальная угловая скорость равна $\omega_0=2\pi n$, где n — число оборотов в секунду. Сила действия колодок создает момент силы $M=Fr$, тормозящий движение этого маховика.

Вращательное движение маховика будет замедляться.

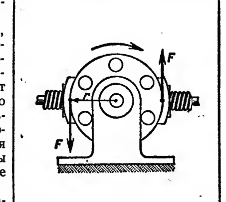


Рис. 6.12.

Для решения задачи нужно применять уравнение моментов. Условимся считать направление вращения маховика положительным. Тогда момент силы, создаваемой колодками, будет отрицательным. Уравнение вращательного движения маховика будет иметь вид

$$-Fr=J\beta,$$

где J — момент инерции маховика, а β — его угловое ускорение. Так как по условию задачи вся масса маховика сосредоточена на ободе, то его момент инерции равен

$$J=mr^2.$$

Используя эти два уравнения, найдем, что угловое ускорение маховика отрицательно и равно

$$\beta=-\frac{Fr}{mr^2}=-\frac{F}{mr}.$$

По условию ускорение постоянно. Поэтому вращение маховика будет равнозамедленным, и его угловую скорость можно вычислить из уравнения

$$\omega=\omega_0+\beta t, \qquad \beta<0.$$

Также по условию конечная скорость маховика должна быть равна нулю: $\omega=0$. Поэтому, зная угловое ускорение β, можно найти полное время, необходимое для остановки машины. Уравнения для момента остановки примут вид

$$\omega=0, \quad \omega_0+\beta t=0, \quad \beta=-\frac{F}{mr},$$

отсюда

$$t=-\frac{\omega_0}{\beta}=\frac{\omega_0 mr}{F}\approx\frac{4\pi\cdot 10^3\cdot 2}{10^3}\approx 25 \text{ с}.$$

Как мы видим, общий порядок рассуждений и действий оказывается точно таким же, как и при применении законов Ньютона к расчету поступательного движения. Сначала анализируется характер возможных движений. Затем находится момент силы, действующей на тело. После этого уговариваются о положительных и отрицательных направлениях. Записывается уравнение моментов. Находятся необходимые дополнительные уравнения. И, наконец, делается алгебраический расчет и переход к кинематической части задачи.

Пример 2. На блок радиуса r и массы m намотана нить (рис. 6.13). К концу нити привязан груз массы M. Вначале система неподвижна ($v_0=0$). Определить, какую скорость будет иметь груз через время t, считая, что вся масса блока сосредоточена на его ободе.

И груз, и блок совершают ускоренное движение без начальной скорости. Блок раскручивается под действием момента силы натя-

жения нити F, а груз M совершает прямолинейное ускоренное движение по вертикали. Придется применять уравнение моментов для движения блока и уравнение второго закона Ньютона для движения груза M. При этом оба движения будут связаны друг с другом.

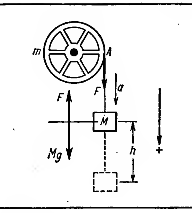


Рис. 6.13.

Условимся считать положительным направление движения груза M вниз, а вращение блока — по часовой стрелке. На груз M действуют две силы: сила тяжести Mg и сила натяжения нити F. Эти силы сообщают грузу ускорение a, направленное вниз. Уравнение поступательного движения груза M имеет вид:

$$Mg - F = Ma.$$

Под действием момента силы натяжения F блок приобретает угловое ускорение β. Уравнение вращательного движения блока имеет вид

$$Fr = J\beta.$$

Так как по условию задачи вся масса блока сосредоточена на его ободе, то момент инерции этого блока $J = mr^2$. Подставляя это значение момента инерции, получим следующую систему уравнений:

$$Mg - F = Ma,$$
$$Fr = mr^2\beta.$$

Уравнений два, неизвестных три (F, a, β), система не решается. Но из кинематики мы знаем, что тангенциальное ускорение точки, которая участвует во вращательном движении, равно $a_\tau = \beta r$. Тангенциальное ускорение точки обода A равно ускорению движения груза: $a_\tau = a$. Поэтому к двум уравнениям динамики мы можем добавить уравнение кинематической связи:

$$a = \beta r.$$

Теперь система полная. Можно рассчитать ускорение груза, угловое ускорение блока и силу натяжения нити. Расчет дает:

$$F = \frac{mMg}{M+m}, \quad \beta = \frac{Mg}{(M+m)r}, \quad a = \frac{Mg}{M+m}.$$

Итак, мы смогли, применяя законы Ньютона и уравнение моментов, рассчитать все ускорения в движениях тел. Теперь для получения окончательного ответа остается решить чисто кинематическую

задачу: зная, что тело M имело начальную скорость $v_0=0$ и ускорение a, определить время t, за которое оно пройдет путь h.

Тело, движущееся равноускоренно без начальной скорости, подчиняется закону:

$$h=\frac{at^2}{2}.$$

Отсюда время прохождения телом заданного расстояния равно:

$$t=\sqrt{\frac{2h}{a}}.$$

Используя ранее найденное значение a, получаем, что

$$t=\sqrt{\frac{2h(M+m)}{Mg}},\quad v=at=\sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}}.$$

Таким образом, на этих двух примерах мы убедились в том, что:

1) использование уравнения моментов и законов Ньютона позволяет решить любую задачу; к этим законам нужно только добавлять уравнения кинематических связей и уравнения, выражающие особые свойства сил, действующих между телами;

2) общий порядок действий при применении законов Ньютона и уравнения моментов совершенно одинаков; в обоих случаях очень важно уметь увидеть все действующие силы, определить характер возможных движений, правильно учесть все связи между движениями различных тел.

§ 115°. Кинетическая энергия вращающегося тела

Мы знаем, как выражается кинетическая энергия тела массы m через его скорость v:

$$E=\frac{mv^2}{2}.$$

Допустим теперь, что точка массы m движется по окружности с угловой скоростью ω относительно оси O. Как будет выражаться ее кинетическая энергия через угловую скорость ω?

Для того чтобы ответить на этот вопрос, вспомним, что если точка вращается вокруг оси O со скоростью v, то эта скорость может быть выражена через угловую скорость ω соотношением $v=\omega r$. Подставляя это значение скорости в выражение для кинетической энергии, получим:

$$E=\frac{mr^2\omega^2}{2}.$$

Но произведение mr^2 является моментом инерции этой точки относительно оси O: $J=mr^2$. Поэтому можно записать, что любая часть

вращающегося тела имеет кинетическую энергию

$$E=\frac{J\omega^2}{2}.$$

Если это справедливо для любой части вращающегося тела, значит, это будет справедливо и для тела в целом. Поэтому можно утверждать, что

кинетическая энергия вращающегося тела равна половине произведения его момента инерции на квадрат угловой скорости:

$$E=\frac{J\omega^2}{2}.$$

Эта формула является общей для определения кинетической энергии всех вращающихся тел.

§ 116. Сводка основных понятий и законов динамики вращения

Теперь, когда рассмотрены почти все главные особенности вращательных движений, можно еще раз сказать о том, что между законами динамики поступательных и вращательных движений существует глубокая аналогия. Законы тех и других движений уста-

ТАБЛИЦА 3

Поступательное движение	Вращательное движение
Величины, характеризующие поведение тел	
Ускорение a	Угловое ускорение β
Внешние действия на тело	
Сила F	Момент силы M
Влияние собственных свойств тела	
Масса m	Момент инерции J
Основной закон	
закон Ньютона: $F=ma$	уравнение моментов: $M=J\beta$
Энергия движущегося тела	
$E=\frac{mv^2}{2}$	$E=\frac{J\omega^2}{2}$

навливают зависимость между поведением тела, свойствами этого тела и особенностями внешних воздействий, которым подвергается тело. Каждому понятию, характеризующему поведение тела в поступательном движении, можно привести в соответствие понятие вращательного движения. В табл. 2 (стр. 266) мы уже сопоставили между собой основные понятия и законы кинематики. Сопоставление понятий и законов динамики поступательного и вращательного движений приведено в табл. 3.

Сравнительную таблицу можно, конечно, продолжить, но это выходит за рамки элементарного курса. Заметим только, что если в какой-нибудь задаче нужно будет с помощью закона сохранения энергии рассчитывать и поступательные, и вращательные движения, то энергию этих движений следует учитывать раздельно и независимо друг от друга.

§ 117. Общие условия равновесия тел

Мы познакомились с законами, управляющими различными движениями тел. Теперь можно поставить вопрос о том, при каких общих условиях каждое отдельно взятое тело или система тел могут находиться в состоянии покоя или равномерного движения в выбранной нами инерциальной системе отсчета.

Тела могут совершать поступательные движения. Второй закон Ньютона говорит, что сохранение покоя или равномерного прямолинейного движения у тела возможно, если сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю. Поэтому *первое условие равновесия* тел можно сформулировать так:

тело будет находиться в равновесии, если сумма всех действующих на него сил равна нулю.

Тела могут совершать вращательные движения. Уравнение моментов говорит, что вращательные движения не будут возникать тогда, когда сумма моментов сил равна нулю. Поэтому *второе условие равновесия* тел, запрещающее вращательные движения, гласит:

тело будет находиться в равновесии, если сумма моментов сил, действующих на него, равна нулю.

При равновесии оба эти условия должны выполняться *одновременно.* Эти условия являются основой для расчета равновесия тел, устойчивости конструкций, для расчета машин и механизмов, работающих в условиях не только покоя, но и равномерного движения.

Непосредственным следствием этих условий является «золотое правило механики», с которым вы познакомились раньше. Формула

сколько выигрывается в силе, столько проигрывается в расстоянии,

дает возможность проводить расчеты равновесия тел новым способом. И часто применение ее позволяет значительно упростить весь ход расчета.

§ 118. Пример расчета простых механизмов

Простые механизмы предназиачены для преобразования или передачи сил н моментов сил. Эти механизмы работают, как правило, в условиях покоя нли равиомерного движения. Примерами таких механизмов являются рычаг, блок, лебедка, подъемный кран и др.

Для расчета выигрыша в силе, даваемого такими механизмами, используются общие условия равновесия, о которых было рассказано в предыдущем параграфе. В соответствии с этим рассчитать каждый механизм всегда можно *тремя* различными путями:

1) подсчитать все силы, которые действуют иа подвижиые части машины, и приравнять их сумму нулю;

2) определить моменты сил, действующих на подвижные части, и приравнять сумму этих моментов нулю;

3) дать небольшие перемещения частям машины, определить работу, совершаемую силами, которые действуют на эти части, н применить «золотое правило механики», т. е. приравнять сумму этих работ нулю.

В § 103 третий путь был примеиен для расчета выигрыша в силе, который дается подвижным блоком.

Рассмотрим, как можно решить эту же задачу, используя первый н второй пути.

Определим выигрыш в силе, даваемый подвижным блоком, используя первый путь. Для этого рассмотрим силы, действующие на блок (рис. 6.14, *а*). На ось блока действует сила P, создаваемая нитью с подвешенным к ней грузом M и направленная вниз. На обод блока по направлению вверх действуют силы натяжения двух коицов одной и той же иити F_1 и F_2. Поэтому при условии равновесия или равномерного движеиия эти силы будут равны друг другу.

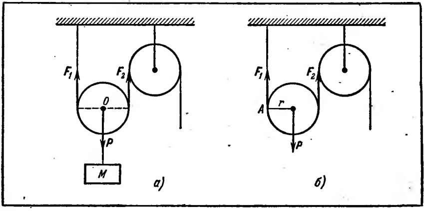


Рис. 6.14.

Первое условие равновесия говорит, что сумма сил, действующих на блок, должна быть равна нулю, т. е.

$$F_1+F_2-P=0$$

или, учитывая, что $F_1=F_2=F$, получим, что

$$2F-P=0.$$

Окончательно

$$F=P/2.$$

Подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза.

Решим эту же задачу, используя второй путь. Предварительно заметим, что при расчете условий равновесия можно подсчитывать моменты сил относительно любой оси. Эту ось следует выбирать так, чтобы выражения для моментов сил получались наиболее простыми.

Подсчитаем момент силы относительно точки A, показанной на рис. 6.14, *б*. Пусть радиус блока r. Момент силы F_1 относительно точки A будет равен нулю, так как равно нулю плечо этой силы. Плечо силы P равно r, и ее момент относительно точки A будет Pr. Плечо силы F_2 равно $2r$, и ее момент относительно точки A равен $-2Fr$. Знак минус появился потому, что момент силы F_2 стремится повернуть блок против часовой стрелки.

По второму условию равновесия запишем:

$$Pr-2Fr=0,$$

откуда

$$F=P/2.$$

Мы получили такой же результат, как и при расчете двумя другими путями.

В зависимости от конструкции механизма может оказаться более простым и наглядным какой-нибудь один из этих трех путей. Поэтому в начале решения любой задачи всегда следует условиться, какой из путей предполагается использовать.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрением вращательных движений и условий равновесия тел полностью заканчивается изучение механики твердого тела. Из основных данных опыта было получено определение самого механического движения, найдены условия, при которых могут возникать или изменяться движения тел. Найдены физические величины, которые позволяют определить состояние движения любого тела, а также величины, которые характеризуют взаимодействия тел, вызывающие движения, и, наконец, сформулированы фундаментальные законы динамики, которые дают возможность решать любые задачи о механических движениях тел.

Замечательным является то, что все найденные нами величины и законы полностью сохраняют свою силу для рассмотрения движений любых других тел, не относящихся к твердым. Законы Ньютона, уравнение моментов, законы сохранения количества движения и энергии с полным правом могут применяться к решению задач о движении жидких и газообразных тел, для расчета механических процессов в упругих средах. Во всех таких случаях к этим законам необходимо только добавлять уравнения, выражающие особые механические свойства этих сред, и учитывать особенности тех новых вопросов, которые могут возникнуть относительно движений в этих средах.

При рассмотрении движения жидкости придется учитывать способность всех мельчайших частиц жидкости свободно двигаться друг относительно друга и практическую несжимаемость жидкостей. Эти особенности жидкости, *во-первых*, заставляют при построении гидромеханики добавлять к уравнениям законов Ньютона или законов сохранения уже знакомое вам условие несжимаемости и вводить дополнительное условие неразрывности.

Во-вторых, свободная подвижность отдельных частиц жидкости запрещает писать уравнения динамики для всего объема жидкости (за исключением отдельных особых случаев). Даже при равной нулю сумме внешних сил, действующих на весь объем жидкости, внутри этого объема могут происходить различные движения. Поэтому в

гидромеханике динамические законы приходится записывать для каждой малой части объема жидкости, т. е. приходится записывать детальные уравнения движения для каждого элемента объема, и затем одновременно рассматривать движения множества этих элементов объема. Но сами законы динамики, записанные для отдельных частиц, полностью сохраняют весь свой смысл и форму.

Наконец, *в-третьих*, в гидромеханике изменяется и постановка задачи кинематики. В механике стояла задача: дать описание движения одного заданного тела, и для этого были достаточны те средства и понятия, которые мы рассмотрели. В гидромеханике возникает другая задача: дать одновременное описание, создать наглядную картину многих неодинаковых движений, совершаемых одновременно многими частицами жидкости, многими маленькими телами. Новый объект (жидкость) — новые механические свойства объекта и новые вопросы. Это заставляет искать новые способы описания таких многих движений, вводить ряд новых понятий, позволяющих составить полное суждение об особенностях этих движений. Приходится, например, вводить понятия потока жидкости, силы тока, линии тока и др.

Замечательным является то, что введенные нами ранее понятия траектории, скорости, ускорения и другие кинематические величины, так же как и законы динамики, сохраняют полноту своего смысла и значения для описания движения каждой отдельно взятой частицы жидкости. Они только оказываются связанными с новыми понятиями, отображающими особенности механического поведения жидкости.

Совершенно так же обстоит дело с расчетом движений в упругих телах и в газах. Учет их особых механических свойств также приводит к усложнению кинематического описания движений в этих средах, заставляет вводить ряд новых кинематических величин, дает дополнительные уравнения, выражающие свойства этих сред, вынуждает писать законы динамики для каждой частицы в отдельности. Но смысл и содержание этих законов остаются неизменными.

Таким образом, мы можем сказать, что *первым* важнейшим *итогом* изучения механики твердого тела является установление общих, фундаментальных законов механики в целом, законов, справедливых для движений тел любой природы и с любыми механическими свойствами. Конечно, при этом имеется в виду, что эти законы видоизменяются, когда речь идет о движении частиц в атоме или о движении со скоростями, близкими к скорости света.

Вторым не менее важным *итогом* является то, что в ходе изучения механики мы познакомились на практике с тем, как добывает физика свои знания о движении вообще, о свойствах материальных тел. Убедились в том, что правильно поставленные и истолкованные основные опыты дают полную качественную картину рассматриваемых явлений, действительно являются основным источником знания о физических явлениях.

Мы практически проследили всю цепочку последовательного восхождения от начального опыта до общей теории механических движений. Увидели, как формируются и отбираются основные понятия и физические величины, как строятся системы единиц этих величин и как потом отыскиваются законы, управляющие физическим процессом. Мы убедились в плодотворности и правильности этого пути. Это дает нам уверенность в том, что таким путем можно и нужно пользоваться при исследовании любых других физических явлений.

Третьим итогом является то, что на примере механики мы смогли (опять-таки на практике) проследить, как развивается каждое из трех основных направлений в физике. Рассмотрено на первый взгляд простое физическое явление — механическое движение. Найдены законы, управляющие этим явлением. В результате изучения обнаружилось, что механическое движение далеко не просто; оно многогранно и требует для своей характеристики значительного числа специальных понятий. Изучение этого движения привело нас к открытию новых свойств пространства и времени, с которыми оно оказалось неразрывно связанным.

В механических движениях раскрылось большое количество разнообразных свойств материальных тел: инертность, тяготение, упругость, трение и др. Изучение этих свойств позволило ввести ряд новых величин, количественно характеризующих эти свойства. Спектр числовых значений таких величин оказался весьма широким. Наконец, это изучение дало возможность отыскать законы, связывающие свойства тел с внешними условиями, в которых находятся тела (законы Гука, Бойля — Мариотта и др.).

Во всем разделе «Механика» при рассмотрении всех вопросов мы находили многие возможности практических применений найденных законов, явлений и свойств тел. Сами законы Ньютона и законы сохранения позволили предсказать ряд новых явлений, имеющих важные значения для общественного производства (например, существование реактивных сил). Эти предсказания оправдались на практике, и этим полностью подтвердилась истинность найденной теории, раскрылись возможности широкого применения этой теории для нужд общественного производства.

Изучение механики позволило сделать значительный шаг вперед в познании мира и в овладении научным методом познания. Это изучение дало много полезных и правильных знаний об окружающих нас телах и их простейших движениях. Но в то же время знакомство с механикой поставило перед нами большое количество загадок, подвело нас к ряду новых вопросов о свойствах материи и ее движений. В этом и состоит *четвертый* важный *итог* изучения механики.

Изучая механические движения, мы открыли много замечательных свойств тел, свойств пространства и времени. К их числу принадлежат не только инертные и гравитационные свойства, но и различные способности тел деформироваться, создавать разные силы

и т. д. Мы не только открыли эти свойства, но и научились их определять. Но мы не нашли (да и не искали) ответов на вопросы о том, почему тела обладают такими свойствами, каков механизм и природа этих свойств, какие особенности внутреннего строения тел отображаются в них. Мы не могли ответить на эти вопросы, так как для этого совершенно недостаточно знания только механических движений. Механика только подвела нас к ряду новых нерешенных вопросов. Ответы на эти вопросы кроются в связи механических движений с другими формами движения материи и являются предметом изучения других разделов физики, которые будут рассматриваться в последующих книгах этого курса.

ВОПРОСЫ, УПРАЖНЕНИЯ, ЗАДАЧИ [1])

К ГЛАВЕ I

§ 1

1. Перечислите данные опыта, которые лежат в основе понятия механического движения.

2. Приведите примеры: движения тел друг относительно друга; движения частей тел.

3. Приведите примеры различных движений одного тела относительно других разных тел.

4. Что такое механическое движение?

5. Расскажите о движениях отдельных частей шнекороторного снегопогрузчика или другой знакомой вам рабочей машины.

6. Расскажите о различиях в движениях отдельных частей гусеницы танка относительно земли, относительно корпуса танка.

7. Расскажите о своих движениях и движениях частей вашего тела во время ходьбы, письма, чтения.

8. По подставке C скользит вправо брусок A, на нем находится тело B (рис. 1). Тело B тоже перемещается по бруску вправо, но медленнее. Расскажите, как движется брусок A относительно тела B. Тело B относительно бруска A. Оба тела — относительно подставки C.

§ 2

1. Что понимают под относительностью движения?

2. Что называется телом отсчета?

3. Что такое система отсчета?

4. Как должны располагаться наблюдатель и инструменты для измерений в системе отсчета?

5. Что нужно указать прежде всего при решении любой механической задачи?

6. Укажите, какие тела в примерах, приведенных в § 1, принимаются за тела отсчета.

---

[1]) Звездочкой отмечены задачи повышенной трудности.

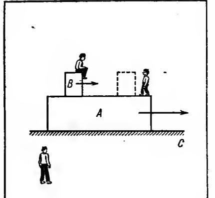


Рис. 1.

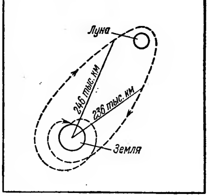


Рис. 2.

7. В газетах приводилась схема полета автоматической станции «Зонд-6» по трассе Земля — Луна — Земля (рис. 2). Какая система отсчета была использована при построении схемы?

§ 3

1. Что называется радиус-вектором точки?

2. Каково назначение радиус-вектора? Что с его помощью определяется?

3. Как изображается и как обозначается радиус-вектор?

4. Нарисуйте на листе бумаги три произвольно расположенные точки A, B, C. Нарисуйте и обозначьте радиус-векторы, определяющие положения точек B и C относительно точки A. Точек A и C относительно B. Точек A и B относительно C. Измерьте линейкой длину этих векторов, укажите ее на рисунке. Укажите направления этих векторов относительно краев листа бумаги.

5. Начертите план расположения предметов в комнате. Нарисуйте радиус-векторы, определяющие положения этих предметов относительно какой-либо точки начала отсчета.

6. На контурной карте отметьте положение населенного пункта, где вы живете. Отметьте ближайшие крупные города. Проведите радиус-векторы, определяющие положения этих городов относительно вашего пункта. Определите по масштабу модули этих радиус-векторов. Укажите их направления относительно сторон света.

§ 4

1. В чем состоит главное свойство радиус-векторов?

2. Что понимают под векторным сложением?

3. Расскажите о порядке действий при векторном сложении. Как проводится радиус-вектор суммы?

4. Как записывается действие векторного сложения?

5. Какие величины называются векторами?

6. Приведите примеры известных вам векторов.

7. Как обозначаются и изображаются векторы?

8. Укажите, какие векторы, показанные на рис. 3, являются слагаемыми векторами. Какой вектор изображает сумму? Запишите действие, показанное на рисунке, в векторных обозначениях.

9. Два вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ расположены перпендикулярно друг другу. Модуль вектора $\overrightarrow{AB}$ равен 3 см, вектора $\overrightarrow{CD}$ — 4 см. Постройте сумму этих векторов. Найдите модуль вектора суммы, по транспортиру определите угол между вектором суммы и одним из слагаемых векторов.

10. Два одинаковых вектора длиной 4 см каждый перпендикулярны друг другу. Определите модуль вектора суммы и его направление по отношению к слагаемым векторам.

11. На рис. 4 показаны два вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$. Постройте графически их сумму. Докажите, что от перестановки слагаемых векторная сумма не меняется, т. е. докажите, что

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AB}.$$

12. Даны два вектора, расположенные на одной прямой и направленные в одну сторону. Найдите вектор суммы. Докажите, что модуль вектора суммы равен сумме модулей слагаемых векторов.

13. Два вектора расположены на одной прямой и направлены в противоположные стороны. Докажите, что модуль вектора суммы равен разности модулей слагаемых векторов.

14. Даны три вектора $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ (рис. 5). Найдите сумму этих векторов. Докажите справедливость равенства

$$\boldsymbol{c}+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}).$$

§§ 5, 6

1. Что называется системой координат?

2. Назовите виды систем координат.

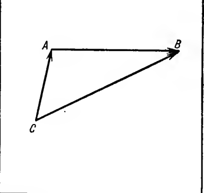


Рис. 3.

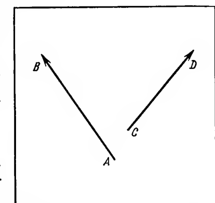


Рис. 4.

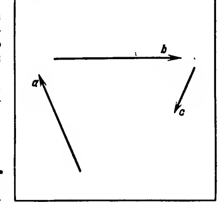


Рис. 5.

3. В полярной системе известны координаты некоторых двух точек: A ($r_1=3$, $\varphi_1=30°$) и B ($r_2=4$, $\varphi_2=45°$). Пользуясь транспортиром и линейкой, нарисуйте систему координат и укажите на чертеже положения точек A и B.

4. Координаты трех точек в декартовой системе соответственно равны A ($x_1=1$, $y_1=1$); B ($x_2=4$, $y_2=6$); C ($x_3=6$, $y_3=4$). Нарисуйте систему координат На рисунке укажите положения точек A, B, C.

5. Две точки имеют координаты: ($x_1=1$, $y_1=0$); ($x_2=3$, $y_2=0$). Укажите положения этих точек на чертеже и определите расстояние между ними.

6. Координаты двух точек равны: ($x_1=1$, $y_1=1$); ($x_2=3$, $y_2=3$). Укажите положения точек на чертеже и определите расстояние между ними.

7. Известны полярные координаты точки A: $r=3$, $\varphi=\pi/2$. Определите декартовы координаты этой точки.

8. Полярные координаты точки B: $r=4$, $\varphi=30°$. Покажите на чертеже точку B. Найдите ее декартовы координаты.

9. Известны координаты двух точек: ($x_1=3$, $y_1=3$); ($x_2=2$, $y_2=0$). Определите полярные координаты этих точек. Дайте чертеж.

10. Расскажите о формулах перехода от полярных координат к декартовым.

11. Расскажите, как по декартовым координатам можно определить полярные координаты точки.

§ 7

1. Что такое вектор перемещения?

2. Что указывают модуль вектора перемещения и его направление?

3. Что определяется с помощью вектора перемещения? Приведите примеры.

4. Докажите, что перемещение является векторной величиной.

5. Какая существует связь между вектором перемещения и радиус-векторами конечной и начальной точек движения?

6. Сформулируйте принцип независимого сложения движений.

7. Подъемный кран поднял груз на 10 м вертикально с Земли. Нарисуйте вектор перемещения.

8. Человек переехал из Минска в Оршу. Нарисуйте на карте вектор перемещения и определите его модуль.

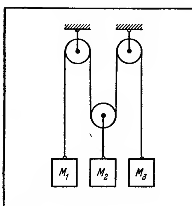


Рис. 6.

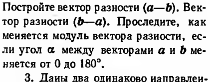
9. Через блоки перекинута нерастяжимая нить, как показано на рис. 6. Привязанный к нити груз M_1 переместился на расстояние $l_1=5$ см вверх, груз M_3— на расстояние $l_3=3$ см вниз. Определите направление и модуль вектора перемещения груза M_2. Нарисуйте векторы перемещений всех трех грузов. (Вверх; 1 см.)

10*. Лестница эскалатора подвинулась вверх на 10 м. Человек по эскалатору за это же время прошел по лестнице 5 м вниз. Найдите и нарисуйте вектор перемещения человека отно-

сительно Земли. Нарисуйте векторы перемещения эскалатора относительно Земли и человека относительно эскалатора. (Вверх; 5 м.)

§ 8

1. Дайте определенне действия векториого вычитаиия.



2. Даны два вектора $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, расположенные под углом α друг к другу. Постройте вектор разности ($\boldsymbol{a}$—$\boldsymbol{b}$). Вектор разиости ($\boldsymbol{b}$—$\boldsymbol{a}$). Проследите, как меияется модуль вектора разиости, если угол α между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ меняется от 0 до 180°.

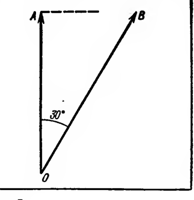


Рис. 7.

3. Даны два одинаково иаправлеиных вектора $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Нарисуйте эти векторы н найдите вектор разности ($\boldsymbol{a}$—$\boldsymbol{b}$).

4. Даны два противоположно направленных вектора $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Постройте вектор разностн ($\boldsymbol{a}$—$\boldsymbol{b}$). Вектор разности ($\boldsymbol{b}$—$\boldsymbol{a}$).

5. Имеются два вектора, расположеиных под прямым углом друг к другу. Модулн векторов равны: $a=4$ см н $b=3$ см. Постройте вектор разности ($\boldsymbol{a}$—$\boldsymbol{b}$). Рассчитайте модуль этого вектора разности. (5 см.)

6. Тело начало движение нз точки A перпенднкулярно раднус-вектору этой точкн $\overrightarrow{OA}$ (рис. 7). Радиус-вектор $\overrightarrow{OB}$ конечной точкн B оказался равным 10 м и составнл угол 30° с радиус-вектором $\overrightarrow{OA}$. Определите модуль вектора перемещения тела. Нарисуйте его на чертеже. (5 м.)

§ 9

1. Известны коордннаты начальиой и конечиой точек перемещения тела: A ($x=1$, $y=1$) и B ($x=3$, $y=3$). Определите модуль и направление вектора перемещения $\overrightarrow{AB}$. Нарнсуйте радиус-векторы точек A н B. Определите полярные координаты этих точек r и φ. ($2\sqrt{2}$, $\pi/4$; $\sqrt{2}$, $\pi/4$; $3\sqrt{2}$, $\pi/4$.)

2. Модуль вектора перемещення равен 5 см, угол между вектором перемещения и осью OX равен 30°. Определите слагаемые векторы перемещення по осям OX н OY. (4,3; 2,5.)

3. Известны проекции вектора перемещення $\Delta \boldsymbol{r}$ на координатные оси: $\Delta x=3$ см, $\Delta y=4$ см. Определите модуль и направление вектора перемещения. (5 см.)

4*. Вектор перемещения нмеет модуль $|\overrightarrow{AB}|=10$ см и составляет угол 30° с осью OX. Координаты точкн A: $x=2$, $y=2$. Определнте координаты точки B (10,7; 7.)

§ 10

1. Дайте определение, что такое траектория?

2. На какне виды подразделяются двнжения по форме траекторий?

3. От чего может завнсеть вид траектории? Приведите примеры.

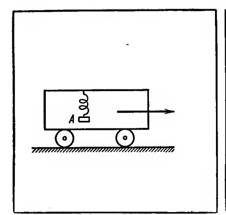


Рис. 8.

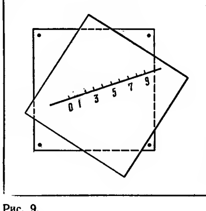


Рис. 9.

4. Вагон равномерно движется по горизонтальному пути. В вагоне на вертикальной пружинке колеблется грузик *A* (рис. 8). Нарисуйте траекторию движения грузика относительно вагона и траекторию движения его относительно Земли.

5*. Возьмите два листа бумаги. Один неподвижно закрепите на столе. На втором листе проведите прямую линию. Булавкой скрепите оба листа так, чтобы верхний лист мог поворачиваться вокруг некоторой точки *O* (рис. 9). Представьте себе, что верхний лист вращается и вы в это время проводите карандашом по заранее начерченной прямой линии. Тогда эта линия будет давать вам траекторию движения карандаша относительно вращающегося листа бумаги. Определите, какова будет траектория его движения относительно неподвижного листа.

Указание. Для того чтобы узнать это, сделайте ряд последовательных проколов другой булавкой в точках *1*, *2*, *3*, *4*. Перед каждым проколом повертывайте верхний лист на небольшой угол. После этого соедините точки проколов на неподвижном листе плавной линией.

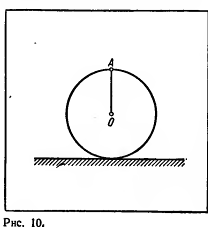


Рис. 10.

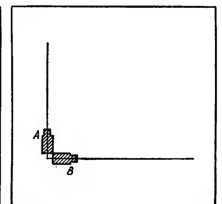


Рис. 11.

6*. Колесо равномерно катится по горизонтальной дороге (рис. 10). Нарисуйте траектории движения точки A обода колеса относительно системы отсчета, движущейся вдоль дороги вместе с осью колеса. Относительно Земли.

7*. Две машины A и B одновременно начали двигаться одинаково быстро по двум взаимно перпендикулярным дорогам (рис. 11). Определите форму траектории для движения машины A относительно машины B. Для движения машины B относительно машины A. (Прямая, идущая под углом 45° из второй четверти в четвертую.)

§ 11

1. Как располагаются векторы любых перемещений по отношению к траектории?

2. Как можно приближенно для упрощения расчетов представлять траекторию? Приведите примеры.

3. От чего зависит наибольшее отклонение точек траектории от физически малого вектора перемещения?

4. Какие векторы перемещений можно называть физически малыми?

5. Как располагается физически малый вектор перемещения по отношению к касательным к траектории?

6. Траектория движения тела — окружность радиуса 1 м. Какой длины должны быть физически малые векторы перемещений, чтобы наибольшее отклонение их от дуги траектории не превышало 1 см. (1,4 см.)

7*. Какого наименьшего радиуса может быть сделано закругление на железной дороге, если длина вагона 16 м, а наибольшее отклонение средней линии вагона от средней линии полотна железной дороги не превышает 0,5 м. (64 м.)

8*. В окружность радиуса 1 м вписан правильный 24-угольник. Определить наибольшее расстояние между стороной многоугольника и стягиваемой ею дугой окружности. (9 мм.)

9*. Физически малые векторы перемещений имеют длину 1 см. Каждый последующий вектор повернут по отношению к предыдущему на 10°. Постройте с помощью линейки и транспортира примерную форму траектории движения тела.

§ 12

1. Что такое длина пути? Как определяются ее модуль и знак?

2. Расскажите о порядке действий при определении положения тела на траектории. Приведите примеры.

3. Как, зная длины путей до начальной и конечной точек движения тела, найти расстояние, пройденное телом по траектории? Приведите примеры разных случаев расчета.

4. Как связаны малые приращения длин путей ΔS с физически малыми векторами перемещений?

5. Длина пути до начальной точки движения $S_0=5$ м, длина пути до конечной точки $S=15$ м. Какое расстояние по траектории прошло тело во время движения? Считая движение прямолинейным, изобразите графически расположение на траектории точки начала отсчета путей. Точек начала и конца движения тела. (10 м.)

6*. Тело начало движение из точки $S_0=0$, дошло до точки $S_1=10$ м, затем начало двигаться обратно и дошло до точки, длина пути до которой $S_2=-15$ м.

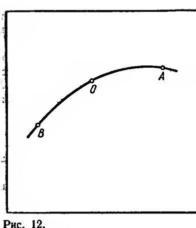


Рис. 12.

Считая движение прямолинейным, дайте графическое изображение расположения точек иа траектории. Определите расстояние, которое тело прошло за время движения. (35 м.)

7. Точки A и B расположены иа траектории относительио точки начала отсчета путей так, как показано иа рис. 12. Расстояния OA и OB равиы соответствеиио 40 и 60 км. Укажите длины путей S_1 и S_2 до этих точек.

8. Одна машииа проезжает из пуикта A в пункт B. Другая машииа по той же дороге проезжает из пункта B в пункт A. Расстояние $AB=50$ км. Запишите выражения для приращений длии путей ΔS, соответствующих этим движеииям. Примите за начало отсчета длии путей точку A.

§ 13

1. Что называется законом движения тела по задаиной траекторни?
2. Какими способами можио задать закои движения? Приведите примеры.
3. Закои движения иекоторого тела определеи следующей таблицей:

t, с	0	1	2	3	4	5	6	7
S, м	0	0	0	3	6	9	12	15

Постройте график этого закоиа движения. Найдите формулу, выражающую закон. Из какой точки траектории начало двигаться тело? Когда оио начало двигаться? В каком направлении тело двигалось? Как определить фактическое время этого движеиия? Что можио сказать об общем характере движеиия тела?

4. Закои движеиия определен таблицей:

t, с	0	1	2	3	4	5	6	7
S, м	—9	—6	—3	0	3	6	9	12

Выполиите задания, указаиные в задаче 3.

5. Таблица закоиа движеиия имеет вид:

t, с	0	1	2	3	4	5	6	7	8
S, м	15	12	9	6	3	0	—3	—6	—9

Выполните задания, указанные в задаче 3.

6. На какие виды разделяются движения по форме закона движения?

7. Какие движения называются равномерными? Приведите примеры.

8. Какие особенности должны указываться при определении любого движения? Приведите примеры полного определения движения.

9. Закон движения определен формулой $S=2t^2$. Постройте график закона этого движения. Расскажите об особенностях этого движения. Ответьте на вопросы, поставленные в задаче 3.

10. Закон движения определен таблицей:

t, с	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S, см	0	2,7	4,8	5,5	4,8	2,7	0	−2,7	−4,8	−5,5	−4,8	−2,7	0

Постройте график закона этого движения. Расскажите об особенностях этого движения. Ответьте на вопросы, поставленные в задаче 3. Приведите примеры, когда тела совершают движения, похожие на движение, рассмотренное в задаче.

11. График закона движения показан на рис. 13. Расскажите об особенностях этого движения. Определите длины путей до точек траектории, в которых находилось тело в моменты $t=0$, 2, 4, 6 с. Считая движение прямолинейным, отметьте на траектории точки, в которых находилось тело в эти моменты времени.

12. Как вы себе представляете закон движения тела, брошенного вертикально вверх и затем падающего на Землю? Постройте качественно примерный график такого закона движения.

13. Автобус трогается с остановки, затем движется равномерно, и, наконец, тормозит и останавливается на следующей остановке. Какой примерный вид будет иметь график закона движения автобуса?

14. Дан график закона движения двух встречных поездов I и II (рис. 14). Расскажите об особенностях движения поездов. Определите время и место их встречи по графику.

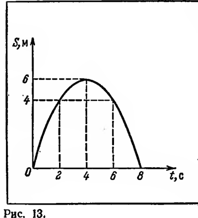


Рис. 13.

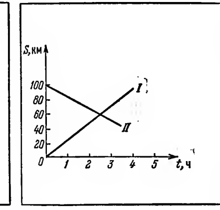


Рис. 14.

15. Попробуйте построить графики вашего движения для случаев, когда:
а) вы идете из дома в школу;
б) идете из школы домой;
в) идете отвечать к доске;
г) после ответа возвращаетесь на место.

16*. Изобразите на графике, как вы себе представляете закон движения ракеты на старте и на активном участке траектории?

17*. Изображение на экране телевизора образуется светящимся следом от встречи электронного пучка с экраном. Покажите на графике, как вы представляете себе закон движения этого следа по горизонтали? Как должен перемещаться электронный пучок, а следовательно, след от него по вертикали?

§ 14

1. Что необходимо задать для получения полной общей картины движения? Приведите пример.

2. Тело начало двигаться прямолинейно из некоторой точки A (рис. 15). Закон движения имеет вид $S=3+2t$. Определите положение точки A относительно точки начала отсчета длин путей O. Укажите точки, в которых будет находиться тело через 1, 2, 3 с после начала движения. Начертите график закона движения.

3. Известно, что закон движения тела при свободном падении может быть приближенно записан в виде $S=5t^2$. Тело начало падать с высоты 20 м. Начертите траекторию движения. Постройте график закона движения. Определите высоты, на которых будет находиться тело через 0,5, 1, 2 с. Считайте, что начало отсчета длин путей совпадает с начальной точкой падения.

4. Тело было брошено вертикально вверх. Известно, что закон движения при этом бросании имеет вид $S=10t-5t^2$. Постройте чертеж траектории и график закона движения. Определите положения тела относительно Земли для моментов времени $t=0{,}5$, 1, 1,5, 2 с. Считайте, что начало отсчета длин путей совпадает с точкой бросания тела.

5. По чертежу траектории (рис. 1.47) и графику закона движения (рис. 1.48), приведенных в тексте § 14, определите, когда и в какой точке траектории остановится лыжник после спуска? Когда он пройдет точку A на склоне горы? В какое время он двигался быстрее? В какое медленнее?

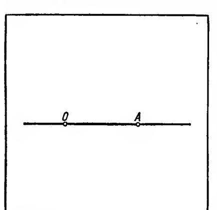


Рис. 15.

§§ 15—17

1. Можно ли отличить неподвижное тело от движущегося по одной моментальной фотографии? Если можно, то по каким признакам?

2. Что необходимо указать для того, чтобы составить суждение о состоянии движения тела в данной точке траектории?

3. Какие требования предъявляются к выбору малого промежутка времени для определения состояния движения в данный момент?

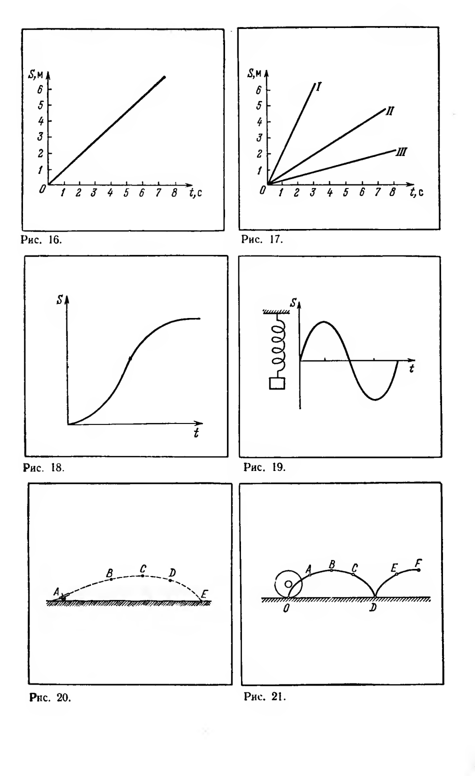


Рис. 16.

Рис. 17.

Рис. 18.

Рис. 19.

Рис. 20.

Рис. 21.

4. Что такое скорость тела? Как она определяется количественно?

5. Почему можно утверждать, что скорость является вектором?

6. Как направлен вектор скорости? Что необходимо знать для определения его направления? Приведите примеры.

7. Как определяется модуль и знак скорости? Как связаны модуль и знак скорости с изменениями длины пути?

8. Как по графику закона движения определить модуль и знак скорости?

9. На рис. 16 дан график (S, t) некоторого движения. Определите модуль и знак скорости в этом движении.

10. На рис. 17 приведены графики зависимости длины пути от времени для трех движений. В каком из этих движений скорость была наибольшей? Наименьшей? Что еще можно сказать о скоростях этих движений по графикам?

11. На рис. 18 приведен график (S, t) для лыжника, съезжающего с горы. Расскажите об изменениях скорости движения лыжника. Когда скорость была наибольшей? Наименьшей? Чему равно наименьшее значение скорости?

12. На рис. 19 приведен график закона движения груза, колеблющегося на пружинке. Расскажите об изменениях скорости в этом движении. Когда скорость становилась равной нулю? Когда принимала наибольшие значения?

13. Известно, что закон движения автомобиля на одном из перегонов имел вид $S=60t$ (S в км, t в ч.). Определите скорость автомобиля.

14. Закон движения для поезда был найден в виде $S=240-40t$ (S в км, t в ч). Определите скорость поезда. Постройте график (S, t) и проверьте полученный результат по графику.

15. Постройте графики зависимости скорости от времени для движений, данных в задачах 13 и 14.

16*. Какой примерный вид имеет график изменения скорости грузика с течением времени для случая, приведенного в задаче 12.

17*. Траектория полета снаряда имеет вид, показанный на рис. 20. Укажите направления векторов скорости в точках A, B, C, D, E.

18*. Траектория движения точки обода колеса автомобиля имеет вид, показанный на рис. 21. Укажите направления векторов скорости в точках A, B, C, D, E, F.

19. Известно, что скорость имела значения:

t, с	0	1	2	3	4	5	6
v, м/с	0	2	4	6	8	10	12

Постройте график зависимости скорости от времени. Найдите формулу, выражающую зависимость скорости от времени. ($v=2t$.)

20*. Измерениями во время опыта было найдено, что при свободном падении тела скорость имела значения:

t, с	0	1	2	3	4	5
v, м/с	0	9,8	19,6	29,4	39,2	49

Постройте график изменения скорости в свободном падении. Найдите формулу, выражающую зависимость скорости от времени. ($v=9,8\ t$.)

21*. Даны чертеж траектории и закон движения (рис. 22). Определите модуль и направление вектора скорости для моментов времени 2, 4, 7 с.

22. На рис. 23 приведен график изменения скорости тела, брошенного вертикально вверх и затем падающего на Землю. Расскажите о всех особенностях изменения скорости во время движения. Постройте таблицу значений скорости для разных моментов времени. Найдите формулу зависимости скорости от времени. В какой момент времени тело достигло наибольшей высоты подъема?

23. Дан график скоростей для двух движений (рис. 24). Чем отличались эти движения друг от друга? Было ли одинаковым направление этих движений? Что происходило со скоростями каждого из них? В какой момент скорости стали одинаковыми по модулю?

24*. Закон движения электронного пучка по горизонтали в телевизионной трубке имеет вид, показанный на рис. 25. Как выглядит график скорости для этого пучка?

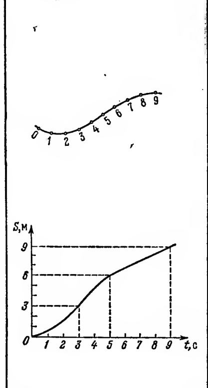


Рис. 22.

§§ 18, 19

1. Дайте определение двух основных задач кинематики. Приведите примеры таких задач.

2. Что происходит с вектором скорости при движении тела по окружности. От чего и как зависит угол поворота вектора скорости в этом движении?

3. Что можно сказать о поведении вектора скорости в прямолинейном движении?

4. Известно, что модуль радиус-вектора движущейся точки в начальный момент был равен 10 см (рис, 26),

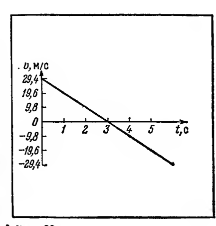


Рис. 23.

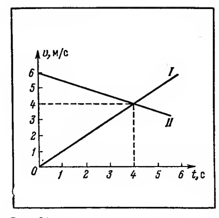


Рис. 24.

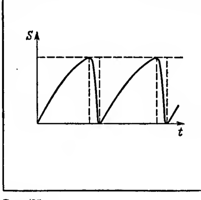


Рис. 25.

Точка двигалась так, что в любой момент времени физически малый вектор перемещения был перпендикулярен радиус-вектору. Считая, что модуль вектора перемещения может быть принят равный 1 см, постройте с помощью треугольника траекторию движения из последовательных малых векторов перемещений.

5. Тело движется равномерно по окружности радиусом 1 м со скоростью 10 см/с. На какой угол повернется вектор скорости через 2 с после начала движения? Дайте чертеж траектории. Укажите на нем направления векторов скоростей. (0,2 рад.)

6. Дайте два определения равномерного движения. Приведите общую формулу равномерного движения.

7. Закон движения имеет вид $S=10\ t$ (S в м, t в с). Начертите график закона этого движения. Из какой точки траектории начало двигаться тело? Было ли это движение равномерным? Какова скорость этого движения? В каком направлении двигалось тело по траектории?

8. Закон движения тела имеет вид $S=100-20\ (t-2)$ (S в м, t в с). Постройте график этого движения. Ответьте на вопросы, поставленные в задаче 7. Укажите, в какой момент времени начало двигаться тело.

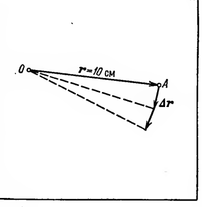


Рис. 26.

§§ 20, 21

1. Расскажите о последовательности основных этапов решения задач по кинематике.

2. Решите задачу, приведенную в тексте § 20, выбрав в качестве начала отсчета длин путей пункт B и положительное направление от B к A.

3. Два автомобиля выезжают из городов A и B навстречу друг другу. Скорость первого автомобиля 60 км/ч, второго — 80 км/ч. Второй автомобиль

выезжает на 1 ч позже первого. Расстояние между городами 560 км. Определите время и место встречи автомобилей. (4,6 ч; 274 км.)

4. Скорый поезд движется со скоростью 100 км/ч, почтовый поезд движется со скоростью 60 км/ч. Почтовый поезд ушел со станции отправления на 3 ч раньше скорого. Через сколько времени и где скорый поезд догонит почтовый? (7,5 ч; 450 км.)

5. Две автомашины выезжают из городов A и B в одном направлении (рис. 27). Расстояние между городами 240 км. Скорость машины, выехавшей из A, равна 100 км/ч, скорость машины, выехавшей из B, равна 80 км/ч. Вторая машина выехала на 2 ч раньше первой. Через сколько времени и на каком расстоянии первая машина сможет нагнать вторую? (22 ч; 2000 км.)

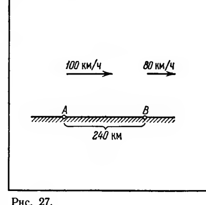


Рис. 27.

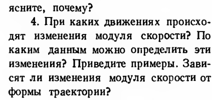
6. Известно, что два автомобиля, одновременно вышедшие из двух городов навстречу друг другу, встретились через 4 ч на расстоянии 240 км от первого города. Определите скорости автомобилей, если расстояние между городами 560 км? (60 и 80 км/ч.)

§ 22

1. Расскажите об изменениях, которые могут происходить с вектором скорости во время движения.

2. При каких движениях могут происходить изменения направления вектора скорости? От чего зависят эти изменения? Что необходимо знать для определения этих изменений?

3. Трасса для фигурной езды на автомашинах имеет вид, представленный на рис. 28. Укажите, на каких участках трассы происходят изменения направления скорости, на каких не происходят. Укажите участки трассы, на которых происходят наибольшие изменения направления скорости. Объясните, почему?



4. При каких движениях происходят изменения модуля скорости? По каким данным можно определить эти изменения? Приведите примеры. Зависят ли изменения модуля скорости от формы траектории?

5. Понаблюдайте за движением иглы швейной машины. Нарисуйте приблизительный график закона движения для нее.

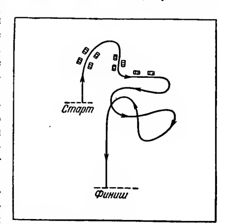


Рис. 28.

Расскажите о характере изменений скорости ее движения в отдельные моменты времени.

6. Последите за движением каретки пишущей машинки во время печатания. Постройте приблизительный график закона движения каретки. Расскажите об изменениях ее скорости.

7. Что называется полным ускорением в движении тела? Какие сведения об особенностях движения оно дает? Что требуется в общем случае для расчета полного ускорения?

8. На чем основано утверждение, что полное ускорение должно состоять из двух независимых частей? Какие это части? Чем они управляют?

9. Что называется тангенциальным ускорением? Что необходимо для определения тангенциального ускорения?

10. Что такое нормальное ускорение? По каким данным оно может быть определено?

11. Приведите примеры, когда тангенциальное ускорение равно нулю. Когда равно нулю нормальное ускорение?

12. В каком движении одновременно равны нулю тангенциальное, нормальное и полное ускорения?

13. Укажите, какие ускорения равны нулю в следующих случаях:

а) у точек пластинки во время проигрывания;

б) у автомобиля, движущегося по прямой дороге;

в) у груза во время подъема на лифте;

г) у звеньев пожарной лестницы во время раздвигания;

д) у гидравлического подъемника во время подъема автомобиля;

е) у карусели;

ж) у резца и обрабатываемой детали во время работы токарного станка.

§ 23

1. Дайте два определения равнопеременного движения. Приведите примеры таких движений.

2. Выведите выражение для тангенциального ускорения.

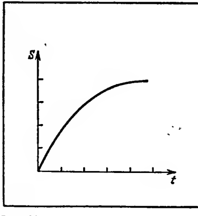


Рис. 29.

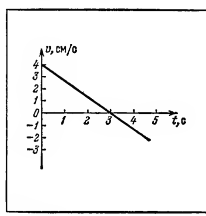


Рис. 30.

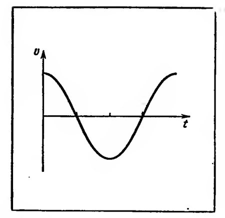


Рис. 31.

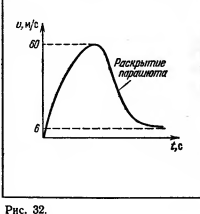


Рис. 32.

3. Как нужно выбирать интервал времени Δt для расчета тангенциального ускорения?

4. Почему мы можем утверждать, что тангенциальное ускорение является вектором?

5. Дайте полное определение тангенциального ускорения. Как направлено это ускорение по отношению к траектории? По отношению к вектору скорости?

6. Известно, что в некотором движении скорость меняется по закону $v=10t$ (v в м/с, t в с). Чему равно тангенциальное ускорение? (10 м/с^2.)

7. Определите тангенциальное ускорение, если скорость во время движения изменялась по закону $v=20-5t$ (v в м/с, t в с).

8. Закон движения дан на рис. 29. Что можно сказать о тангенциальных ускорениях в этом движении? Если они были не равны нулю, то каков был у них знак?

9. На рис. 30 представлен график зависимости скорости от времени. Определите тангенциальное ускорение.

10. График изменения скорости во время колебаний грузика на пружинке имеет вид, представленный на рис. 31. Расскажите, как изменялись тангенциальные ускорения. В какие моменты эти ускорения обращались в нуль? Когда достигали наибольшего значения?

11*. На рис. 32 представлен график зависимости скорости парашютиста во время затяжного прыжка. Нарисуйте примерный график изменения тангенциального ускорения до и после раскрытия парашюта.

§ 24

1. Повторно прочтите и разберите первый пример в тексте § 18.

2. Что необходимо сделать для того, чтобы вектор скорости повернуть на малый угол $\Delta\varphi$?

3. Дайте полное определение нормального ускорения.

4. Выведите формулу для модуля нормального ускорения.

5. На чем основано утверждение, что нормальное ускорение является вектором?

6. Докажите, что вектор нормального ускорения перпендикулярен вектору скорости.

7. Тело движется по окружности радиуса 1 м со скоростью 2 м/с. Чему равно нормальное ускорение? Нарисуйте схему расположения векторов скорости и нормального ускорения. Во сколько раз увеличится нормальное ускорение, если скорость возрастет в два раза? Как изменится нормальное ускорение, если радиус окружности увеличить в два раза? (4 м/с^2.)

8. Определите скорость v и нормальное ускорение a_n, которыми обладают точки земной поверхности в Ленинграде за счет участия в суточном вращении Земли. Радиус Земли 6400 км, широта Ленинграда 60°. (233 м/с; 0,02 м/с^2.)

9. Какую горизонтальную скорость необходимо сообщить телу, чтобы оно летело параллельно поверхности Земли вдоль экватора? Радиус Земли 6400 км, ускорение свободного падения $g=9{,}7$ м/с^2. (7,9 км/с.)

10. Карусель радиуса 6 м делает 12 об/мин. Какое нормальное ускорение будет у отдыхающего, который катается на карусели? (9,5 м/с^2.)

11. Известно, что спутник движется по круговой орбите на высоте 200 км над поверхностью Земли. Период обращения спутника 90 мин. Определите нормальное ускорение спутника. Радиус Земли 6400 км. (9 м/с^2.)

12*. Расстояние от Земли до Луны составляет приблизительно 60 земных радиусов. Время обращения Луны вокруг Земли равно 27 сут 7 ч 43 мин. Считая орбиту Луны круговой, вычислите нормальное ускорение Луны. Радиус Земли 6400 км. (0,3 см/с^2.)

13*. Шкив радиуса 20 см приводится во вращение грузом, подвешенным на нити, постепенно сматывающейся со шкива (рис. 33). В начальный момент груз был неподвижен, а затем стал опускаться с ускорением $a=2$ м/с^2. Определите скорость точки A шкива в тот момент, когда груз пройдет расстояние 100 см. Определите модули и направления тангенциального, нормального и полного ускорений этой точки для указанного момента. Направления укажите графически. (2, 20 и 20 м/с^2.)

14*. В учебном полете летчик совершает петлю Нестерова радиусом 200 м (рис. 34). Скорость самолета 360 км/ч. Определите нормальные ускорения при

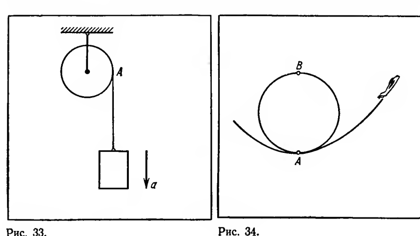


Рис. 33. Рис. 34.

прохождении самолетом точек A и B петли. Нарисуйте векторы этих ускорений. (50 м/с².)

15*. Велосипедист движется со скоростью 36 км/ч по закруглению радиусом 34 м. Рассчитайте нормальное ускорение велосипедиста. Укажите направление ускорения на чертеже. (3 м/с².)

16*. Постройте график зависимости модуля нормального ускорения от радиуса окружности. Скорость движения по окружности 2 м/с.

17. Постройте график зависимости модуля нормального ускорения от скорости при движении по окружности радиусом 1 м.

§ 25

1. Дайте определение равнопеременного движения.

2. Выведите общую формулу изменения скорости равнопеременного движения.

3. Нарисуйте графики и напишите расчетные формулы для:

а) равноускоренного движения без начальной скорости;

б) равноускоренного движения с начальной скоростью;

в) равнозамедленного движения вначале и ускоренного потом.

4. Автомашина тронулась с места и через 5 с набрала скорость 60 км/ч. Определите ускорение, с которым двигалась машина. (3,3 м/с².)

5. Тепловоз может сообщить составу ускорение 1 м/с². Определите, через какое время он наберет скорость 80 км/ч. (22 с.)

6. Тело падает на Землю с ускорением, примерно равным 10 м/с². Определите скорость тела через 3 с после начала падения. Начальная скорость равна нулю. (30 м/с.)

7. Дан график скорости равнопеременного движения (рис. 35). Определите ускорение этого движения.

8. Дан график скорости (рис. 36). Определите начальную скорость и ускорение. Напишите формулу для изменения скорости этого движения.

9*. Ответьте на вопросы задачи 8 для движения, график скорости которого изображен на рис. 37.

Рис. 35.

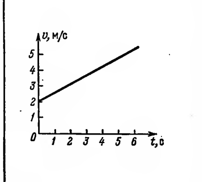


Рис. 36.

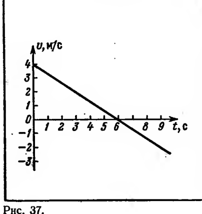


Рис. 37.

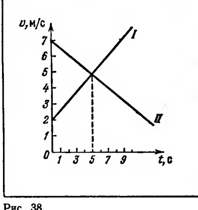


Рис. 38.

10*. Тело двигалось равнозамедленно до полной остановки. Время торможения 3 с, ускорение 10 м/с². Какова была начальная скорость тела? (30 м/с.)

11*. Графики скорости двух тел приведены на рис. 38. Определите начальные скорости и ускорения этих движений. Напишите уравнения для скоростей. Определите, в какой момент скорости стали равными по модулю. Как двигались тела — в одну сторону или в разные?

§§ 26, 27

1. Выведите общую формулу закона равнопеременного движения.

2. Нарисуйте графики ускорения, скорости и закона равнопеременного движения. Расскажите, как определить:

а) скорости для любого момента времени по графику ускорения;

б) закон движения по графику скорости;

в) изменения скорости по графику закона движения;

г) ускорения по графику скорости.

3. Используя начальные условия, получите из общей формулы закона равнопеременного движения расчетные формулы для отдельных частных случаев этого движения. Расскажите об особенностях этих частных случаев.

4. Тело двигалось равноускоренно. Начальная скорость тела 4 м/с, ускорение 2 м/с². Определите, через какое время тело пройдет расстояние 20 м. Какое расстояние тело пройдет за 5 с? Найдите скорости тела в эти моменты времени. (4 с; 45 м; 12 и 14 м/с.)

5. Тело движется равноускоренно. Начальная скорость равна нулю, ускорение $a=4$ м/с². Найдите формулу зависимости скорости такого движения от пройденного пути. Какие расстояния пройдет тело за 2 с? За 4 с? Что значит второй корень решения уравнения относительно t?

6. Тело имело начальную скорость 20 м/с и начало двигаться равнозамедленно с ускорением 4 м/с². Когда тело будет на расстоянии 32 м от точки начала движения? Какова будет скорость его движения в этот момент? Дайте графическую иллюстрацию решения. (2 с; 12 м/с.)

7. Тормоза автомобиля могут сообщить ему максимальное отрицательное ускорение —17,4 м/с². Какова будет длина тормозного пути, необходимого для полной остановки автомобиля, если его скорость перед торможением была 60 км/ч? Как изменится длина этого пути, если скорость перед торможением увеличить до 80 км/ч? (8 м; 14 м.)

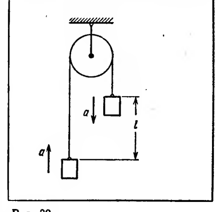


Рис. 39.

8. Закон некоторого равнопеременного движения был получен в виде $S=100-10t+5t^2$. Считая движение прямолинейным, укажите на траектории точку начала движения. Направление движения. Определите начальную скорость и ускорение. Каким было движение — замедленным или ускоренным? Получите формулу скорости и дайте графики движения.

9*. Два груза подвешены на нерастяжимой нити, перекинутой через блок (рис. 39). Начальное расстояние между грузами было $l=5$ м, начальные скорости были равны нулю. Известно, что грузы двигались с ускорением $a=1$ м/с². Определите место и время встречи грузов; закон изменения расстояния между ними; скорость грузов в момент встречи. (2,5 м; 2,24 с; 2,24 м/с.)

10*. Два мотоциклиста выезжают навстречу друг другу из пунктов A и B. Первый из пункта A равнозамедленно поднимается в гору с начальной скоростью $v_1=72$ км/ч и ускорением $a_1=-2$ м/с². Второй из пункта B с начальной скоростью $v_2=36$ км/ч равноускоренно спускается с горы с таким же по модулю ускорением. Определите место и время встречи, если расстояние $AB=300$ м. Определите, как будет меняться расстояние между мотоциклистами с течением времени. Постройте график зависимости этого расстояния от времени. (10 с; 100 м.)

11*. Два тела одновременно начали проходить один и тот же участок пути. Первое тело двигалось равноускоренно без начальной скорости и с ускорением 4 м/с², второе двигалось равномерно со скоростью 20 м/с. Через какое время и на каком расстоянии от начальной точки первое тело догонит второе? (10 с; 200 м.)

12*. Автомобиль вначале двигался ускоренно, затем равномерно и затем замедленно. При этом он прошел путь 120 км за 1 ч 44 мин. Скорость равномерного движения 72 км/ч. Время ускоренного и время замедленного движений одинаковы. Модули ускорений также одинаковы. Определите эти ускорения. (0,8 м/с².)

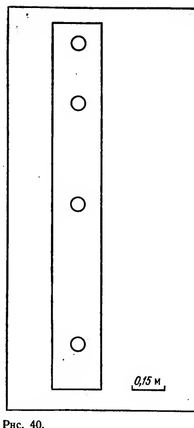
§§ 28, 29

1. Сформулируйте законы Галилея и расскажите о его опытном обосновании.

2. Тело свободно падает с высоты 2 м. Какова его скорость в момент падения? (6,3 м/с.)

3. Тело свободно падает с высоты 10 м. За какое время тело пройдет половину этого расстояния? Какая у него будет в этот момент скорость? Считайте $g=10$ м/с². (1 с; 10 м/с.)

4. Два тела свободно падают с разных высот и достигают Земли одновременно. Время падения первого тела 2 с, второго 1 с. С каких высот падали тела? На какой



Рнс. 40.

высоте было первое тело в момеит, когда второе тело начало падать? (20 н 5 м; 15 м.)

5. В последнюю секунду свободного падения тело прошло половину своего пути. С какой высоты и сколько временн падало тело? (57 м; 3,4 с.)

6. Два тела начинают падать с одной и той же высоты одио вслед за другнм через 1 с. Через какое время, счнтая от начала падения первого тела, расстоянне между телами будет равно 10 м? Найднте формулу, по которой это расстоянне будет меняться с теченнем времени? (1,5 с.)

7. Одио тело свободно падает с высоты H, другое тело бросают вертикально вверх с начальной скоростью v_0 одновремеино с началом падеиия первого тела. Определите, на какой высоте н через какое время встретятся этн тела.

8. Тело брошеио вертнкально вверх с начальиой скоростью 20 м/с. Определнте максимальиую высоту и время подъема. Каковы полиое время полета н скорость в момент падення? Считайте $g=10$ м/с². (20 м; 2 с; 4 с н —20 м/с.)

9. Докажнте, что для тела, брошеииого вверх, время подъема равио времеии спуска и что скорость в момент падення равиа иачальиой скоростн.

10*. Два тела брошены вертнкальио вверх из одиой точки одно вслед за другнм с нитервалом 2 с н одинаковымн иачальными скоростями 20 м/с. На какой высоте н через какое время тела встретятся? (15 м; 3 с.)

11*. Тело брошено вертнкально вверх с начальной скоростью 20 м/с. С какой начальиой скоростью иужно броснть через 1 с другое тело, чтобы оно догнало первое тело в точке иаивысшего подъема? (25 м/с.)

12*. Известно, что ускоренне свободного падения уменьшается с увелнчением расстояния тела от цеитра Землн. Также известио, что нормальные ускорения спутннков н Луны равны ускорениям свободного падеиия на соответствующих высотах. Вычислеио, что нормальное ускоренне Луны $g_1=0{,}0026$ м/с², ускоренне спутника на высоте 400 км $g_2=9{,}26$ м/с², на поверхности Землн $g=9{,}8$ м/с². Принимая радиус Земли равиым 6400 км, докажнте, что ускорения свободного падения нзменяются обратно пропорцнональио квадрату расстояння до центра Землн: $g \sim 1/r^2$.

13*. Во сколько раз нужно увелнчнть начальную скорость бросания тела вверх, чтобы иаибольшая высота его подъема увеличнлась в два раза? (В $\sqrt{2}$ раз.)

14*. Два тела одновремеиио начииают падать: одио с высоты 20 м, другое с высоты 10 м. Какому телу и какую начальиую скорость вверх нужио сообщить, чтобы они одновременно упали на Землю? Считайте $g=10$ м/с². (Второму; 5 м/с.)

15*. На рис. 40 приведеиа серия моментальных фотографий падающего шарика, сделанных с интервалом 0,1 с (масштаб показаи иа рисуике). Измерьте расстояния между отдельными положениями шарика и, пользуясь формулами равноускоренного движения, найдите ускорение свободного падения.

§ 30

1. В чем состоит принцип независимого сложения движений? Какие свойства скорости и ускорения позволяют говорить о его справедливости? Какие опыты подтверждают его?

2. Телу была сообщена скорость 10 м/с под углом 45° к горизонту. Найдите горизонтальную и вертикальную составляющие скорости. (7 м/с.)

3. Вагон движется по горизонтальному пути со скоростью 2 м/с. Капли дождя падают отвесно относительно Земли со скоростью 6 м/с. Под каким углом к вертикали будут расположены следы капель на стекле окна вагона? (18°.)

4. Буер движется прямолинейно по гладкой ледяной поверхности со скоростью v. Перпендикулярно к линии движения буера дует ветер со скоростью $2v$. Под каким углом будет перемещаться воздух относительно буера? (26,5°.)

5. Длины сторон биллиарда $a=3$ м и $b=1{,}5$ м (рис. 41). У борта в произвольной точке A шару сообщили скорость $v=1$ м/с под углом $\alpha=30°$ к борту. Считая, что движение шара равномерно и что при ударах угол падения равен углу отражения, определите, через какое время шар вернется к борту, от которого начал движение? (12 с.)

6*. Скорость течения реки $v=12$ м/мин, скорость моторного парома относительно воды $u=20$ м/мин. Паром должен пересечь реку перпендикулярно течению по линии AB (рис. 42). Под каким углом α к линии AB должен держать курс рулевой парома? (37°.)

7*. Самолет летит из пункта A в пункт B и обратно со скоростью 600 км/ч относительно воздуха. Вдоль трассы полета непрерывно дует ветер. Скорость

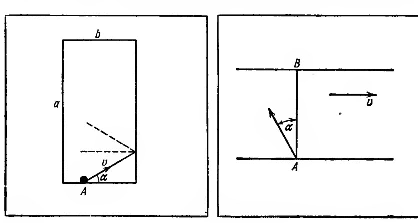


Рис. 41. Рис. 42.

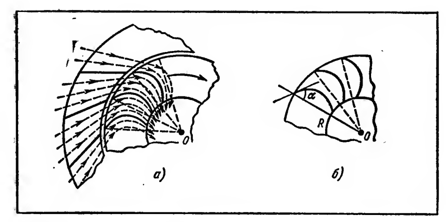


Рис. 43.

ветра 60 км/ч. Расстояние $AB=1800$ км. Сколько времени затратит самолет на весь полет?

8*. Какова скорость верхних точек обода велосипедного колеса, если велосипедист едет со скоростью $v=20$ км/ч? (40 км/ч.)

9*. Мостовой кран перемещается вдоль цеха со скоростью 1 м/с. Тележка крана с поднятым грузом перемещается со скоростью 1,5 м/с в перпендикулярном направлении вдоль моста крана. Определите направление и модуль скорости груза относительно Земли. (1,8 м/с.)

10*. Корабль идет курсом юго-восток со скоростью a узлов, при этом вымпел на мачте показывает ветер с востока. Корабль уменьшает ход до $a/2$ узлов, после этого вымпел показывает ветер с северо-востока. Определите направление и модуль скорости ветра. (С севера; $a\sqrt{2}/2$.)

11*. Для того чтобы не возникало гидравлического удара при входе воды на лопатки рабочего колеса турбины, необходимо, чтобы вода подходила из направляющей улитки к движущимся лопаткам по касательной (рис. 43). Известно, что скорость воды относительно корпуса турбины 15 м/с. Радиус окружности R, на которой находятся концы лопаток, 2 м. Скорость концов лопаток при вращении ротора турбины 385,8 м/мин. Угол α между касательной к концу лопаток и радиусом 41°50′. Определите, под каким углом к радиусу нужно вводить воду в турбину. Какова будет скорость воды относительно лопаток?

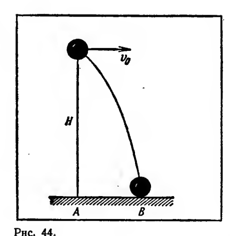
§ 31

1. Что лежит в основе метода координат?

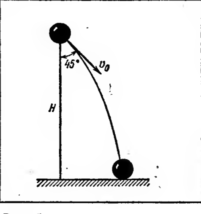
2. Тело было брошено горизонтально с высоты $H=10$ м с начальной скоростью $v_0=10$ м/с (рис. 44). Определите, через какое время тело упадет на Землю. Чему равно расстояние AB? (1,4 с; 14 м.)

3. В условиях предыдущей задачи определите модуль и направление скорости в момент падения.

4. Из двух пунктов отвесного берега, находящихся на некоторой высоте от поверхности воды, одновременно бросают в горизонтальном направлении два



Рнс. 44.



Рнс. 45.

тела. Начальные скоростн тел 5 и 7,5 м/с. Оба тела падают в воду одновременно. Расстоянне от берега до точкн падення первого тела в воду 10 м. Определнте:

а) продолжнтельность полета тел;

б) высоту, с которой онн брошены;

в) место падення второго тела в воду.

(2 с; 20 м; 15 м.)

5*. Телу на высоте $H=20$ м была сообщена начальная скорость $v_0=10$ м/с под углом 45° к вертнкалн (рис. 45). Определнте время н место падення этого тела на Землю.

6*. Снаряд вылетел нз дальнобойной пушкн с начальной скоростью 1000 м/с под углом 30° к горнзонту. Определнте макснмальную высоту подъема снаряда, время н дальность полета. Пушка н точка падення снаряда находятся на одной горнзонталн. (50 км; 1,7 мнн; 85 км.)

7*. Под каким углом к горнзонту нужно направнть струю воды из брандспойта, чтобы высота ее подъема была равна расстоянню до точкн падения воды на Землю.

8*. Докажнте, что время подъема на нанбольшую высоту тела, брошенного под углом к горнзонту, равно временн спуска его с этой высоты на Землю.

9*. Мальчнк бросает мяч вверх под углом 70° к горизонту н попадает прямо в открытое окно, которое расположено на 9,8 м выше его плеча. Мяч влетает в окно горнзонтально. Определнте, какова была начальная скорость мяча. С какого расстояния от окна был брошен мяч?

§ 32

1. Выведнте формулы преобразований Галнлея для расстояний, пройденных телом, и для скоростей.

2. Сколько временн пассажнр поезда, ндущего со скоростью 54 км/ч, будет вндеть проходящий мнмо него встречный поезд? Скорость встречного поезда 36 км/ч, длнна его 150 м. (6 с.)

3. Эскалатор метрополнтена поднимает неподвижно стоящего на нем пассажира в теченне 1 мнн. По неподвнжному эскалатору пассажир поднимается

за 3 мин. Сколько времени пассажир будет подниматься по движущемуся эскалатору? (45 с.)

4. Два катера с различными скоростями плыли в одном направлении по течению реки. Когда они поравнялись, с одного из катеров бросили в воду спасательный круг. Через некоторое время после этого оба катера одновременно повернули обратно и с прежними скоростями относительно воды направились к месту, где был брошен круг. Какой из катеров встретит круг раньше? (Одновременно.)

5. Решить задачу 4 для случаев, когда катера до встречи:

а) плыли против течения;

б) плыли навстречу друг другу.

6. С крыши здания падают одна за другой две капли воды с интервалом 2 с. Найдите, по какому закону первая капля будет двигаться относительно второй? Считайте $g=10$ м/с^2. (Равномерно.)

7*. Два тела брошены вертикально вверх с одинаковыми начальными скоростями v_0 и с интервалом времени t. Определите, по какому закону будет двигаться первое тело относительно второго? Каковы будут модуль и направление скорости этого движения? Дайте график. Считайте $g \approx 10$ м/с^2.

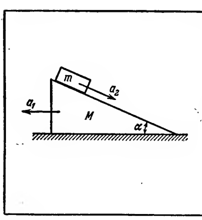


Рис. 46.

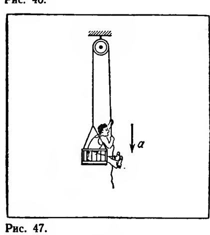


Рис. 47.

8. Один корабль плывет на юг со скоростью $30\sqrt{2}$ км/ч, второй—на юго-восток со скоростью 30 км/ч. Найдите модуль и направление скорости второго корабля относительно первого. (30 км/ч; на северо-восток.)

9*. Подвижная призма M скользит по горизонтальной плоскости с ускорением a_1 (рис. 46). По наклонной грани призмы соскальзывает брусок m. Ускорение бруска относительно призмы a_2. Найдите модуль и направление ускорения бруска относительно Земли. Проведите расчет для случая $a_1=10$ см/с^2, $a_2=10\sqrt{2}$ см/с^2 и $\alpha=45°$.

10*. Маляр работает в люльке, подвешенной так, как показано на рис. 47. Рука, выбирающая при подъеме конец каната, движется с ускорением a относительно маляра. С каким ускорением поднимается сам маляр? ($a/2$.)

11*. Докажите, пользуясь преобразованиями Галилея, что в двух системах отсчета, равномерно и прямолинейно движущихся друг относительно друга, будут наблюдаться одинаковые ускорения движения тел.

§ 33

1. Какие движения тела называются поступательными? Вращательными?

2. Покажите, что любое плоское движение тела может быть представлено как сумма поступательного и вращательного движений.

3. Что мы понимаем под скоростью и ускорением тела при его поступательном движении?

4. Колесо катится без скольжения по горизонтальной дороге (рис. 48). Из каких более простых движений состоит движение этого колеса относительно Земли? Чему будут равны скорости точек колеса A и B относительно Земли, если ось колеса движется со скоростью v.

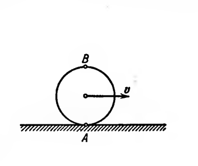
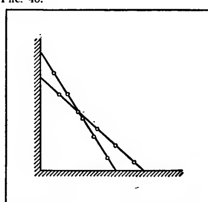


Рис. 48.

5*. Лестница стояла у стены, как показано на рис. 49, и начала соскальзывать. В виде суммы каких более простых движений может быть представлено это сложное движение лестницы?


Рис. 49.

6*. Обруч радиуса R катится с ускорением a по горизонтальному пути без скольжения (рис. 50). Определите скорости, нормальные и полные ускорения точек A, B, C, D этого обруча. На рисунках покажите направления всех скоростей и ускорений.

7*. Карандаш был поставлен вертикально на гладком столе и затем начал падать, проскальзывая нижним концом по столу без трения. В виде каких простых движений может быть представлено это падение карандаша?

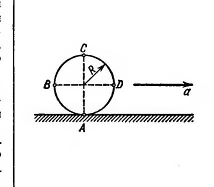


Рис. 50.

§ 34

1. Что называется системой единиц? Для чего создаются эти системы и как они строятся?

2. Какие единицы системы называются основными и какие производными?

3. Назовите основные и производные единицы системы СИ.

4. Назовите основные и производные единицы системы СГС.

К ГЛАВЕ II

§ 37

1. Какие требования предъявляются к системе отсчета, которую выбирают для решения задач динамики?

2. Какие системы отсчета называются инерциальными системами?

3. Как можно доказать, что система отсчета является инерциальной системой?

4. Какие опыты доказывают, что система отсчета «Земля» является инерциальной системой?

5. Сформулируйте первый закон Ньютона. Что определяет этот закон?

6. В каких случаях наблюдаются нарушения закона инерции в движениях тел относительно Земли?

7. Приведите примеры движения тел по инерции.

§ 38

1. В результате чего могут возникать изменения в состоянии движения тел? Приведите примеры.

2. Приведите примеры, когда под действием окружающих тел изменяются модуль скорости, направление скорости.

3. Приведите примеры, когда возникает движение частей тела друг относительно друга.

4. Грузик A колеблется на пружинке. Расскажите, за счет действия каких тел происходят изменения скорости его движения. Что вызывает движение отдельных частей пружинки друг относительно друга?

5. На основании каких опытов и почему мы можем утверждать, что действия окружающих тел создают именно ускорения?

6. Поезд идет по закруглению. Действие каких тел изменяет направление его скорости? Нарисуйте вектор нормального ускорения поезда.

7. Какие действия окружающих тел вызывают торможение самолета при посадке?

§ 39

1. Расскажите об опытах, с помощью которых можно установить, как влияют на ускорения собственные свойства тел.

2. Что называют инертностью тел?

3. Тепловоз один раз ведет груженый состав, другой раз — порожняк. В каком из этих случаев поезд будет быстрее набирать скорость и почему?

4. От чего зависит инертность различных по величине тел, сделанных из одного и того же материала?

5. Два стальных шарика — большой и маленький — с одинаковыми скоростями катятся по стеклу (рис. 51, вид сверху). Недалеко от траектории их движения сбоку расположен сильный магнит. Как будут изменяться траектории движения этих шариков около магнита? Какой из шариков отклонится сильнее и почему?

6. На одной и той же пружине подвешивают один раз легкий, а другой раз тяжелый груз. В каком из этих случаев и почему груз будет колебаться медленнее?

7. Почему на неровной дороге ненагруженный автомобиль трясет сильнее, чем тяжелогруженый?

§ 40

1. Какие опыты показали, что ускорение зависит от скорости движения тела?

2. Как с увеличением скорости тела меняется тангенциальное ускорение?

3. Как с увеличением скорости тела меняется нормальное ускорение?

4. Во сколько раз при заданном внешнем воздействии изменится нормальное ускорение электрона, если его скорость возрастет от 10 000 до 150 000 км/с?

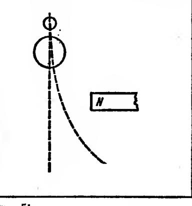


Рис. 51.

5. Электрическое поле действует на электрон с постоянной силой и создает тангенциальное ускорение в его движении. Как будут относиться между собой тангенциальные ускорения электрона, если он один раз имел скорость 10 000 км/с, другой раз 200 000 км/с? ($a_2/a_1=0{,}65$.)

6. Неизменные внешние действия создают у тела нормальное и тангенциальное ускорения. Во сколько раз быстрее при увеличении скорости будет убывать тангенциальное ускорение? ($1-v^2/c^2$.)

7. Спутник, выведенный на околоземную орбиту, движется со скоростью 8 км/с. Будет ли эта скорость заметно сказываться на его нормальных ускорениях, создаваемых земным притяжением?

8. Молекулы водорода в воздухе при комнатной температуре движутся со скоростью около 2000 км/с. Будет ли эта скорость сказываться на тангенциальных ускорениях, получаемых этой молекулой при взаимодействии с молекулами других веществ?

§§ 41, 42

1. Приведите примеры из окружающей жизни, показывающие взаимный, двусторонний характер действия тел друг на друга.

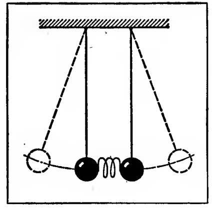
2. Какими опытами можно подтвердить, что действия тел друг на друга равны по величине и противоположны по направлению?

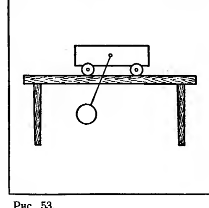
3. Между двумя одинаковыми шариками, подвешенными на нитях, помещена сжатая пружинка (рис. 52). Пружинке дают возможность расправиться. Шарики разлетаются в разные стороны. Нити после этого отклоняются на одинаковые углы. Объясните этот опыт.

4. Как объяснить, что при выстреле из орудия (или ружья) обязательно возникает отдача?

5. Непривязанная лодка находится на неподвижной воде. Объясните, почему, когда вы начинаете идти вдоль лодки, лодка начинает перемещаться в обратном направлении?

6. Как, используя невозможность создания вечного двигателя, можно доказать, что в природе всегда существуют только равные и противоположные взаимодействия?


Рис. 52.


Рис. 53.

7*. Тяжелый маятник укреплен на тележке, которая может свободно перемещаться по горизонтальным рельсам (рис. 53). Если маятник начинает колебаться вдоль рельсов, то тележка тоже начинает двигаться. Разберите характер движений тележки и объясните их появление.

§ 43

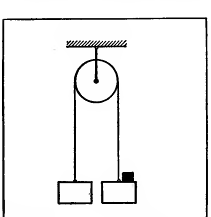
1. Расскажите об основных результатах опытов и наблюдений, описанных в тексте § 43.

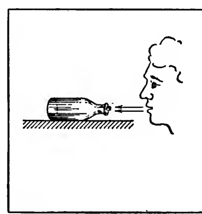
2. Приведите примеры и опыты, подтверждающие каждый из основных результатов.

3. Почему при подходе к пристани капитан теплохода заранее, задолго до причаливания, останавливает двигатель?

4. Объясните причины появления и изменения движений:

а) поезда, трогающегося с места;


Рис. 54.


Рис. 55.

б) частей ручиой швейной машины;

в) автомобиля, спускающегося под уклон.

5. Что вызывает появление нормальных ускорений:

а) у шарика, привязаиного к иити и движущегося по окружности;

б) у автомобиля, движущегося по выпуклому мосту;

в) у колеблющегося маятника?

6. К концам нити, перекинутой через блок, привязывают одинаковые грузы, один раз — тяжелые, другой раз — легкие (рис. 54). На один из грузов ставят маленький перегрузок (одинаковый в обоих случаях). Расскажите, как будут отличаться движения грузов в этих случаях. Объясните причины различия.

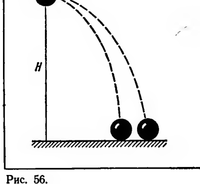


Рис. 56.

7. Объясните, почему и как будут отличаться времена разгона до нужной скорости груженого и порожнего прицепа. В обоих случаях тягач действует на прицеп одинаково.

8*. Можно ли разогнать какое-нибудь тело до скорости больше 300 000 км/с? Объясните ответ.

9*. Положите бутылку из-под молока на горизонтальную подставку (рис. 55). В горлышко поместите небольшой кусок пробки. Попробуйте вдуть пробку внутрь бутылки. При этом окажется, что она полетит не внутрь, а наружу. Объясните, почему?

10*. Возьмите два куска пластилина и ударьте одним куском по другому. При этом куски сомнутся. Объясните, почему?

11*. С высокого берега горизонтально бросают два тела с одной высоты, но с разными начальными скоростями (рис. 56). Тела падают в воду. Каково будет соотношение времен их полета? Объясните результат.

§§ 44, 45

1. Дайте определение, что такое сила.

2. Что должно быть обязательно указано для каждой силы при решении практических задач?

3. Сформулируйте второй экспериментальный результат (§ 43), используя понятие силы.

4. Как изображается сила графически?

5. Какие виды сил вы знаете?

6. Какие силы называются силами тяжести? Силами упругости? Силами трения? Приведите примеры.

7. Что используется для установления равенства сил?

8. Расскажите о способе измерения сил. Что лежит в основе этого способа?

9. Почему в качестве первоначального эталона силы можно выбрать калиброванную пружину?

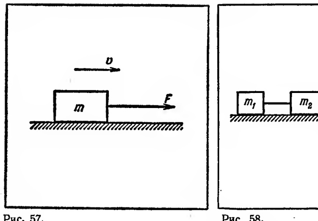


Рис. 57. Рис. 58.

10. На горизонтальном столе лежит груз m. Укажите и нарисуйте силы, действующие на этот груз. Что можно сказать о соотношении этих сил?

11. Груз тянут с помощью веревки с горизонтальной силой F (рис. 57). Груз движется с трением, его скорость v при этом остается постоянной. Укажите и нарисуйте все силы, действующие на груз. Каково будет соотношение отдельных сил между собой?

12. Человек поднимается на лифте. Лифт идет с постоянной скоростью. Укажите и нарисуйте силы, действующие на человека. Как относятся между собой эти силы? Какие силы и как изменятся, когда лифт начнет останавливаться на верхнем этаже?

13*. Маляр подинмается в люльке, выбирая свободный конец каната так, как показано на рис. 47. Нарисуйте все силы, действующие на маляра. С какой силой маляр должен удерживать свободный конец каната для того, чтобы люлька была неподвижна? Канат и блок считайте невесомыми. $\left(\frac{m+M}{2}g.\right)$

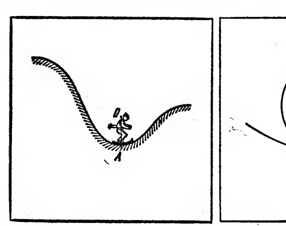


Рис. 59. Рис. 60.

14*. Три груза связаны невесомыми нитями и под действием внешней силы F могут двигаться с трением по горизонтальной поверхности (рис. 58). Нарисуйте силы, которые действуют на каждый груз в направлении возможного движения? Каковы будут соотношения между силами, если грузы движутся равномерно. Как изменятся эти силы, если грузы будут двигаться ускоренно?

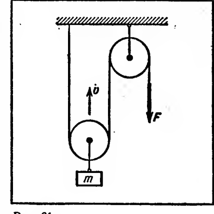


Рис. 61.

15*. Лыжник проезжает точку A во впадине у подножья горы (рис. 59). Укажите и нарисуйте силы, которые участвуют в создании нормального ускорения у лыжника в этот момент.

16*. Самолет выполняет петлю Нестерова (рис. 60). Укажите и нарисуйте силы, которые действуют на летчика и сообщают ему нормальное ускорение в точках A и B.

17*. Груз m поднимается с помощью подвижного блока с постоянной скоростью v (рис. 61). С какой силой F нужно тянуть нить, если сила тяжести, действующая на груз m, известна и равна P?

18*. Тело брошено вертикально вверх. Нарисуйте силы, которые действуют на него во время подъема и во время спуска.

§ 46

1. Расскажите об опытах, доказывающих, что для сил справедливо правило векторного сложения.

2. Сформулируйте принцип независимого действия сил.

3. Что называется равнодействующей силой? Как она находится?

4. Две одинаковые силы $F_1=F_2=10$ Н действуют на тело под прямым углом друг к другу. Найдите направление и модуль равнодействующей силы.

5. Две силы $F_1=20$ Н и $F_2=40$ Н направлены в одну сторону. Определите направление и модуль равнодействующей силы.

6. Две силы $F_1=20$ Н и $F_2=40$ Н направлены в противоположные стороны. Определите направление и модуль равнодействующей силы.

7. Две силы F_1 и F_2 действуют на одно тело (рис. 62). Сила F_2 сначала направлена так же, как и F_1, затем постепенно меняет свое направление. Расскажите, как будут меняться при этом направление и модуль равнодействующей силы.

8*. Шарик, подвешенный на нити, совершает движение по окружности в горизонтальной плоскости (рис. 63). Нить отклонена на угол 30° от вертикали. Укажите силы, действующие на шарик. Куда будет направлена равнодействующая сил, приложенных к шарику?

§ 47

1. Расскажите о порядке действий при разложении силы на составляющие.

2. На некоторое тело под углом 30° к горизонту действует сила $F=10$ кгс (рис. 64). Найдите горизонтальную и вертикальную составляющие этой силы.

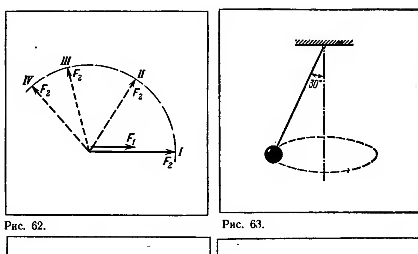


Рис. 62. Рис. 63.

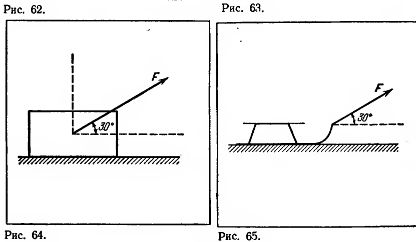


Рис. 64. Рис. 65.

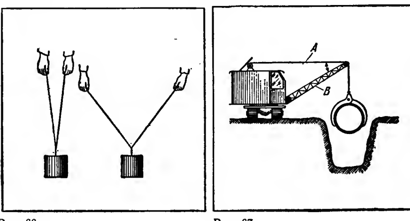


Рис. 66. Рис. 67.

3. Мальчик за веревку тянет санки. Санки едут с постоянной скоростью (рис. 65). Веревка натягивается с силой $F=200$ Н и расположена под углом 30° к горизонту. Определите силу давления санок на землю и силу трения, действующую на санки. Сила тяжести, действующая на санки, равна 300 Н. (200 Н; 173 Н.)

4. По наклонной плоскости равномерно с трением соскальзывает груз m. Сила тяжести, действующая на груз, равна 100 Н. Определите силу давления груза на наклонную плоскость и силу трения, действующую на груз. (87 Н; 50 Н.)

5. Не очень тяжелый груз подвесьте на резиновом шнуре. Концы шнура возьмите в руки (рис. 66). Удерживайте сначала груз так, чтобы концы шнура были почти вертикальны. Затем начните разводить руки в стороны. Вы обнаружите, что при разведении рук в стороны приходится тянуть концы шнура со все возрастающей силой. Объясните, почему?

6*. При укладке труб газовой магистрали трактор-трубоукладчик удерживает участок трубы так, как показано на рис. 67. Определите, с какой силой будет растягиваться участок каната A и какая сила будет действовать вдоль выносной стрелы B. Сила тяжести, действующая на трубу, равна 2 тс.

§ 48

1. Расскажите об опытах, в которых устанавливается пропорциональность между силами и ускорениями.

2. Груз m тянут силой $F=10$ Н по горизонтальной плоскости. При этом груз получает ускорение $a=1$ м/с². Каким будет ускорение груза, если силу F увеличить в два раза? Трения нет. (2 м/с².)

3. Решить задачу 2 при условии, что на груз, кроме силы $F=10$ Н, действует сила трения $F_{тр}=5$ Н.

4. Груз, привязанный к нити, движется по горизонтальной окружности с некоторой скоростью. При этом приходится натягивать нить с силой $F=20$ Н. С какой силой придется тянуть нить, если груз будет двигаться по той же окружности, но со скоростью в два раза больше? (80 Н.)

5. Решить задачу 4 для случая, когда груз будет двигаться с той же скоростью, но по окружности вдвое большего радиуса. (10 Н.)

6*. Груз соскальзывает с наклонной плоскости с ускорением $a=1$ м/с². На груз действует сила тяжести, составляющая которой вдоль наклонной плоскости равна 50 Н. Сила трения, действующая на груз, равна 40 Н. Каким станет ускорение груза, если сила трения уменьшится в два раза? (3 м/с².)

7*. Груз, привязанный на нити длиной $l=1$ м, совершает колебания, как показано на рис. 68. Когда он проходит положение равновесия, сила натяжения нити становится равной утроенной силе тяжести, действующей на груз. Во сколько раз нужно уменьшить скорость движения груза, чтобы сила натяжения нити была больше силы тяжести в два раза? (В $\sqrt{2/3}$ раз.)

§§ 49, 50

1. Что такое масса тела?

2. Расскажите о способе измерения массы.

3. Какие единицы употребляются для массы?

4. Расскажите об опытах, в которых устанавливается связь между массой тела и его ускорением.

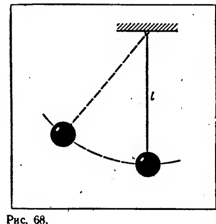
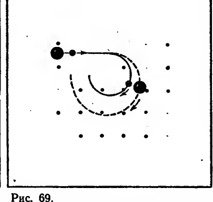


Рис. 68.


Рис. 69.

5. Некоторая сила сообщила телу массой 1 кг ускорение 10 м/с^2. Какое ускорение эта сила сообщит телу массой 2; 0,5 кг?

6. Электрическое поле сообщает электрону ускорение 2000 км/с^2. Какое ускорение это поле будет сообщать протону, если известно, что масса протона приблизительно в две тысячи раз больше массы электрона? (1 км/с.)

7. Заряженные частицы влетают в однородное магнитное поле с одинаковыми скоростями (рис. 69). Силы магнитного поля не изменяют модуля скоростей, но заставляют частицы двигаться по окружности. При этом на все частицы поле действует с одинаковой силой. Определите отношение радиусов окружностей, по которым будут двигаться частицы, если известно, что массы их относятся между собой как 1 : 2 : 3. У каких частиц радиус окружности будет больше — у легких или тяжелых? ($R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 3$.)

§ 51

1. Сформулируйте второй закон Ньютона.

2. Как выбираются единицы силы для практических расчетов? Какие единицы употребляются?

3. Тело массой 10 кг может без трения скользить по горизонтальной плоскости. На тело действуют горизонтальной силой $F=10$ Н. Определите ускорение, которое получит тело. Решите задачу в единицах систем СИ и СГС.

4. Тело движется прямолинейно под действием постоянной силы F. Известно, что в первую секунду после начала движения тело прошло расстояние $l=25$ см. Определите силу F, если масса тела $m=25$ г. (1250 дин.)

5. Камень, скользивший по горизонтальной поверхности льда, остановился, пройдя расстояние $l=48$ м. Определите начальную скорость камня v_0, если известно, что действовавшая на него сила трения $F_{тр}=0{,}06$ Н, а масса камня $m=100$ г. (7,6 м/с.)

6. Тело массой 200 г движется по окружности радиуса 1 м со скоростью 2 м/с. С какой силой надо действовать на тело, чтобы сообщить ему необходимое нормальное ускорение? (0,8 Н.)

7. Ионы массой $m=6\cdot10^{-23}$ г влетают в магнитное поле со скоростью $v=10^5$ км/с. Магнитное поле действует на ионы с силой $F=2\cdot10^{-3}$ дин, перпенди-

кулярной к скорости. Определите радиус окружности, по которой будут двигаться ионы в магнитном поле. (3 см.)

8. На рис. 70 представлены графики зависимости ускорений от силы для двух разных тел. Определите массы тел.

9. На тело массой 1 кг действовали с силой F. Сняли график зависимости скорости от времени для возникшего при этом движения (рис. 71). Определите силу, которая действовала на тело.

10. Были сняты графики закона движения одного и того же тела под действием двух разных сил (рис. 72). В каком из этих случаев действовала бо́льшая сила?

11. Какова сила тяжести, действующая на тело, если масса тела 200 г и ускорение свободного падения $g=10$ м/с²?

12. Выразите ваш вес в ньютонах, в динах.

13. Выразите в динах силу тяжести, которая действует на капельку воды. Масса капли 0,03 г.

14. Выразите единицу силы «тонна-сила» в ньютонах и динах.

§ 52

1. Сформулируйте третий закон Ньютона. Приведите примеры, подтверждающие его справедливость.

2. Автомобиль едет ускоренно по горизонтальной дороге. Расскажите о силах взаимодействия передних и задних колес с землей. Объясните, какие силы обеспечивают ускоренное движение автомобиля.

3. На платформе стоит груз массой 5 кг (рис. 73). Платформа неподвижна. Определите и нарисуйте:

а) силы, действующие на груз;

б) силу, действующую на платформу со стороны груза.

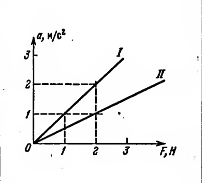


Рис. 70.

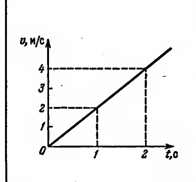


Рис. 71.

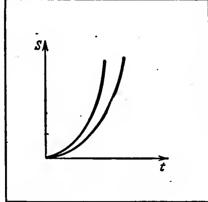


Рис. 72.

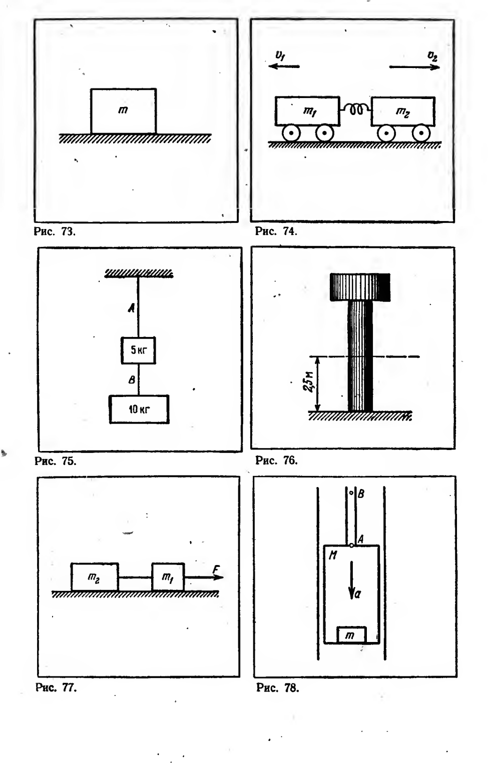


Рис. 73.
Рис. 74.
Рис. 75.
Рис. 76.
Рис. 77.
Рис. 78.

4. Две тележки были приведены в движение разжавшейся пружиной (рис. 74). Скорости тележек после этого оказались равными 2 и 4 м/с. Определите массу второй тележки, если масса первой 1 кг. (0,5 кг.)

5. На полу лифта стоит груз массой 20 кг. Лифт движется с ускорением $a=2$ м/с^2, направленным вверх. Определите силу, с которой груз будет действовать на пол лифта. (240 Н.)

6. Две гири массами 10 и 5 кг прикреплены к веревке так, как показано на рис. 75. Определите силы натяжения веревки на участках A и B.

7. Однородная цилиндрическая колонна высотой 5 м и массой 5 т стоит на твердом фундаменте и несет нагрузку массой 4 т (рис. 76.) Определите силу давления колонны на фундамент и силу, сжимающую колонну в сечении, расположенном на высоте 2,5 м.

§ 53

1. Дайте формулировку всех основных законов динамики.

2. Два груза массами $m_1=200$ г и $m_2=300$ г связаны нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности (рис. 77). С каким ускорением будут двигаться грузы, если к грузу m_1 приложить силу $F=10^5$ дин, направленную параллельно плоскости стола? Какова будет сила натяжения нити, связывающей грузы?

3. Лифт движется с ускорением 2 м/с^2, направленным вниз (рис. 78). Масса кабины лифта 200 кг. На полу кабины лифта стоит груз массой 50 кг. Определите силу давления груза на пол лифта и силу натяжения каната в точке A. (400 Н; 2000 Н.)

4. Определите в условиях предыдущей задачи силу натяжения каната в точке B, находящейся на расстоянии 5 м от точки A. Масса одного погонного метра каната 4 кг (2160 Н.)

5. Пользуясь результатами задачи 4, докажите, что сила натяжения невесомой нити будет одинакова во всех сечениях при движении с любыми ускорениями.

6. На вращающемся горизонтальном столике на расстоянии 50 см от оси вращения лежит груз массой 1 кг. Какова будет сила трения, удерживающая груз, если столик делает 12 об/мин? (0,8 Н.)

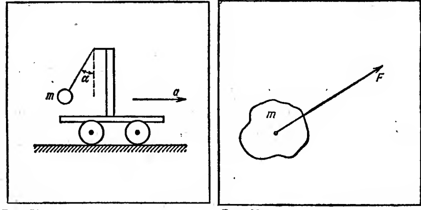


Рис. 79. Рис. 80.

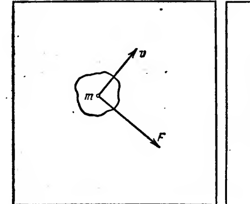


Рис. 81.

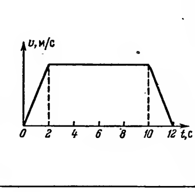


Рис. 82.

7*. На тележке укреплен шарик, подвешенный на нити (рис. 79). Тележка движется с ускорением 4 м/с^2 по горизонтальной поверхности. Определите угол отклонения и натяжение нити, если масса шарика 100 г. (22°; 1 Н.)

§ 54

1. Сформулируйте прямую задачу динамики. Приведите пример.

2. Сформулируйте обратную задачу динамики. Приведите пример.

3. Известно, что на тело массой m действует постоянная сила F (рис. 80). Можно ли, зная только это, сказать, какое движение будет совершать тело.

4. Известен закон движения тела, но неизвестна траектория. Можно ли в этом случае определить полностью силы, вызывающие движение тела?

5. На тело массой $m=1$ кг действует постоянная по модулю сила, направленная перпендикулярно к вектору скорости тела (рис. 81). Начальная скорость тела $v_0=2$ м/с, сила $F=2$ Н. Определите форму траектории и закон движения. (Окружность $S=2t$.)

6. Известно, что тело массой $m=1$ кг движется прямолинейно по закону $S=5t^2$ (S в м, t в с). Определите силу, действующую на тело во время движения. (10 Н.)

7. На тело массой 2 кг действует постоянная сила 5 Н, направленная противоположно начальной скорости. Начало отсчета длин путей совпадает с начальным положением тела. Начальная скорость тела $v_0=10$ м/с. Определите траекторию и закон движения тела.

8*. Закон движения тела массой 100 г имеет вид $S=10t-10t^2$ (S в м, t в с). Движение прямолинейно. Найти силу, действующую на тело.

9*. Скоростные лифты в здании Московского университета движутся со скоростью 3,6 м/с. График изменения скорости лифта при подъеме дан на рис. 82. Масса кабины с нагрузкой равна 1,5 т, ускорение $g=10$ м/с^2. Определите силу натяжения каната, удерживающего кабину лифта в начале, середине и конце подъема. ($1{,}8\cdot10^4$ Н; $1{,}5\cdot10^4$ Н; $1{,}23\cdot10^4$ Н.)

10*. Стол строгального станка имеет массу 700 кг, обрабатываемая деталь — 300 кг, скорость рабочего хода стола $v=0{,}5$ м/с, время разгона 0,5 с. Определите

среднюю силу, необходимую для разгона стола, если на стол действует сила трения 1400 Н.

11*. Грузовой автомобиль массой 6 т при въезде на паром имел начальную скорость 10,8 км/ч. При торможении прошел по парому до полной остановки 5 м перпендикулярно берегу. Считая движение автомобиля равнозамедленным, определите дополнительное натяжение каждого из двух канатов, которыми паром удерживается у берега. При решении считайте, что при торможении паром с места не сдвигался. (2700 Н.)

12*. Самолет, пикируя отвесно, достиг скорости 1000 км/ч, после чего летчик стал выводить его из пике, описывая дугу окружности радиуса 1800 м в вертикальной плоскости. Масса летчика 80 кг. С какой наибольшей силой будет прижиматься к сиденью летчик? Какова будет испытываемая им перегрузка? (3440 Н; 4,3 раза.)

13*. Через какое время и на каком расстоянии может быть остановлен вагон трамвая при торможении, если скорость его перед торможением 36 км/ч, сила торможения равна 0,3 силы тяжести вагона, а масса вагона 20 т? (3,3 с; 16,7 м.)

14*. На тележке стоит однородный кубик массой 4 кг (рис. 83). Кубик по тележке не скользит. Тележка движется горизонтально с ускорением 2 м/с². Определите силу трения, действующую между кубиком и тележкой. Найдите силу, с которой нижняя половина кубика действует на верхнюю в горизонтальном направлении. Силу, с которой задняя половина кубика действует на переднюю. (8 Н; 4 Н; 0.)

15*. Груз массой 1 кг, подвешенный на нити длиной 30 см, описывает окружность в горизонтальной плоскости (рис. 84). При этом нить составляет с вертикалью угол 30°. Определите скорость груза и натяжение нити. Найдите время одного оборота груза (период). Выразите это время через расстояние h плоскости движения груза до точки подвеса. Считайте $g=10$ м/с². ($T=2\pi\sqrt{h/g}$.)

16*. Мальчик тянет санки массой 50 кг с силой 200 Н. Веревка, за которую он тянет, составляет угол 30° с горизонтом (рис. 85). На санки действует сила трения 100 Н. Определите ускорение, с которым будут двигаться санки. Найдите силу давления санок на землю. (1,5 м/с²; 400 Н.)

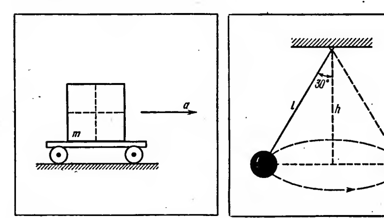
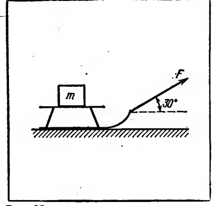
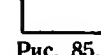


Рис. 83. Рис. 84.




Рис. 85.

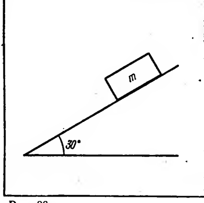


Рис. 86.

17*. Тяжелый груз массой m соскальзывает по наклонной плоскости без трения (рис. 86). За какое время груз пройдет расстояние 10 м, если в начальный момент его скорость была 2 м/с. Угол наклона плоскости 30°.

18*. При выстреле из орудия средняя сила давления пороховых газов равна 50 тс. Длина ствола орудия 2 м, масса снаряда 5 кг. Определите время движения снаряда в стволе орудия. Найдите скорость снаряда в момент вылета из ствола.

19*. Укажите, какие из задач, приведенных к этому параграфу, относятся к прямой задаче динамики и какие к обратной?

§§ 55, 56

1. Назовите основные этапы решения задач динамики.

2. Два груза массами $m_1=1$ кг и $m_2=1,5$ кг связаны нерастяжимой и невесомой нитью. Нить перекинута через невесомый блок, как показано на рис. 87. Определите ускорения, с которыми будут двигаться грузы, и натяжение нити во время движения. (2 м/с^2; 12 Н.)

3. Два тела массами $m_1=1$ кг и $m_2=200$ г связаны нитью, как показано на рис. 88. Во время движения на груз m_1 действует сила трения 1 Н. Определите ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силу натяжения нити. Нить и блок невесомы. Плоскость стола горизонтальна. (0,8 м/с^2; 1,84 Н.)

4. Динамометр прикреплен к двум грузам массами $m_1=10$ кг и $m_2=10$ г. К грузам приложены силы $F_1=20$ Н и $F_2=10$ Н так, как показано на рис. 89. Какую силу покажет динамометр? (10 Н.)

5. Каковы будут показания динамометра в условиях предыдущей задачи, если массы грузов будут одинаковы и равны $m_1=m_2=5$ кг? (15 Н.)

6. Автомобиль едет по выпуклому мосту (рис. 90). При какой скорости сила давления автомобиля на мост в верхней точке A обратится в нуль? Радиус арки моста $R=40$ м. Как будет двигаться автомобиль после прохождения точки A, если его скорость будет больше найденной? (20 м/с.)

7*. Тело массой m соскальзывает без трения с наклонной плоскости высоты h и углом наклона α (см. рис. 86). Определите скорость тела после спуска с этой плоскости. $(\sqrt{2gh}.)$

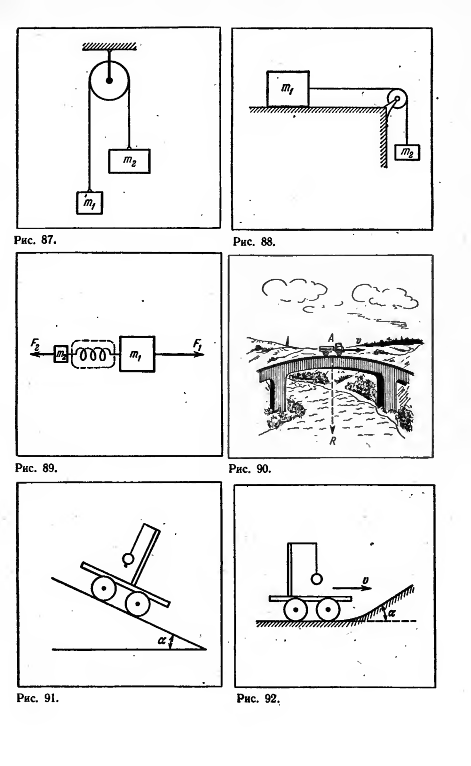


Рис. 87.

Рис. 88.

Рис. 89.

Рис. 90.

Рис. 91.

Рис. 92.

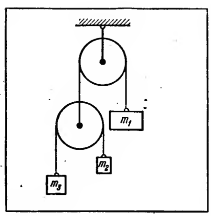


Рис. 93.

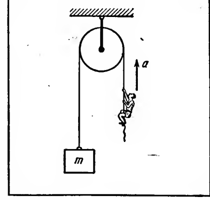


Рис. 94.

8*. Легкая тележка может скатываться с иаклониой плоскостн без трения. На тележке подвешен шарнк иа инти (рнс. 91). Какое иаправление будет нметь инть при свободном скатываннн тележки? До начала скатываиня инть удерживалась перпеидикулярио иаклоиной плоскости.

9*. Малеиькая тележка с подвешенным на иитн шариком подъезжает с иекоторой скоростью v к иаклониой плоскости (рнс. 92). В какую сторону от вертнкалн и на какой угол отклонится инть, когда тележка иачнет въезжать иа иаклонную плоскость? Треиия нет. Угол наклоиа плоскостн α.

10. Даиа система из двух невесомых блоков, показаиная иа рнс. 93. На нерастяжнмых иитях подвешены грузы массами m_1, m_2 и m_3. Определить ускореиия в движеиии грузов и силы иатяжеиия ннтей. Ннтн невесомы и иерастяжнмы. Соотиошение масс произвольно.

11. Через невесомый блок перекннута иевесомая иить. К одному концу нити привязаи груз массой m (рнс. 94). По другому концу иити подиимается человек такой же массы. С каким ускореинем н в какую сторону будет перемещаться груз, если человек поднимается с ускореиием a относительио ннти? (a; вверх.)

К ГЛАВЕ III

§§ 58, 59

1. На какие группы мы подразделяем все окружающие нас тела? Назовите по иесколько тел, входящнх в каждую из иазванных групп.

2. По каким двум призиакам тела разделяются иа твердые, жидкне и газообразные?

3. Дайте определение твердого, жидкого и газообразиого тел.

4. Для получеиия дроби расплавлеиный свииец с большой высоты льют в воду. При этом образуются круглые дробннки. Объяснинте, почему так проиcходит.

5. Как используются свойства жидкостей в литейном производстве?

6. Что иазывается деформацией тел?

7. При каких условнях возиикают деформацнн тел?

8. Прнведите иесколько прнмеров, когда в результате движеиия частей тела меияется форма тела. Его размеры.

9. Расскажите о деформациях камеры футбольного мяча, которые возникают при его надувании. При ударе по мячу.

10. Что называется деформацией всестороннего сжатия (расширения)? Приведите несколько примеров такой деформации.

11. Как количественно оценить деформацию всестороннего сжатия?

12. Известно, что $\varepsilon = \Delta V/V_0 < 0$. Какая деформация имела место — всестороннего сжатия или расширения?

13. Что называется деформацией одностороннего растяжения (сжатия)? Приведите несколько примеров такой деформации.

14. Как количественно определить деформацию одностороннего растяжения?

15. Что такое деформация сдвига? Дайте несколько примеров такой деформации.

16. На сколько увеличилась длина резинового шнура в результате деформации одностороннего растяжения, если известно, что $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$, а начальная длина была 10 м. (5 мм.)

17. Известно, что тело объемом 1,5 л в результате деформации приобрело объем 3 л. Подсчитайте деформацию. ($\varepsilon = 1$.)

18. Известно, что в результате деформации растяжения $\varepsilon = 2$ резинка растянулась до 6 м. Определите начальную длину резинки. (2 м.)

19. Шар, наполненный воздухом, имел объем 0,5 $м^3$. Шар опустили на некоторую глубину в воду, при этом его объем стал равным 0,3 $м^3$. Чему равны изменение объема и деформация всестороннего сжатия?

20. Шар, наполненный водородом, имел объем 20 $м^3$. При подъеме на некоторую высоту деформация всестороннего расширения стала равна 0,005. Чему стал равен объем шара после такой деформации?

21. На резиновом шнуре длиной 2 м был подвешен груз. После этого длина шнура стала равной 2 м 10 см. Чему равна деформация одностороннего растяжения шнура?

22. На сколько удлинился каждый метр стального троса в результате деформации одностороннего растяжения, если известно, что $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$, а начальная длина была 6 м?

§§ 60, 61

1. Какие явления наблюдаются при растяжении стальной пружины внешней силой?

2. Какие явления наблюдаются при растяжении медной пружины внешней силой?

3. Какие тела называются упругими? Приведите примеры.

4. Какие тела называются пластичными? Приведите примеры.

5. В чем различие в поведении упругих и пластичных тел после снятия сил, вызвавших деформацию?

6. Скульптор прежде, чем приступить к отливке скульптуры, лепит ее модель. Какие материалы (упругие или пластичные) он будет выбирать для модели и скульптуры?

7. Приведите пример вещества, которое имеет значительную упругость и большую хрупкость.

8. Что служит количественной характеристикой силовых взаимодействий между отдельными частями упругого тела?

9. Дайте определение и запишите формулу для напряжения.

10. Что называется давлением?

11. Выразите единицу давления «атмосфера» в единицах систем СИ и СГС.

12. Рассчитайте давление в атмосферах на площадку $S=5$ см^2, на которую действует сила $F=10$ кгс. (2 ат.)

13. Что происходит с отдельно взятым элементом резинового шнура при его растяжении? Каково направление сил, действующих на него со стороны соседних элементов?

14. Что происходит с отдельно взятым элементом алюминиевого стержня при его сжатии? Каков характер сил, действующих на него со стороны соседних частей?

15. Как количественно определяется напряжение одностороннего растяжения?

16. К железному стержню с площадью сечения $S=2$ см^2 подвешен груз массой $m=100$ кг. Чему равно напряжение одностороннего растяжения? Собственной массой стержня пренебрегите. ($5\cdot10^6$ Па.)

17. Массивная колонна стоит на горизонтальной площадке. Как будут изменяться напряжения одностороннего сжатия при переходе от верхней части колонны к нижней? Дайте график.

18. Куб с длиной ребра 10 см подвергается давлению $250\cdot10^4$ Па. Какова сила, действующая на каждую из граней куба? ($2{,}5\cdot10^4$ Н.)

19. Тяжелый цилиндр свободно падает. Мысленно выделите несколько элементов в различных горизонтальных сечениях цилиндра. Какие силы действуют на каждый элемент со стороны соседних при таком свободном падении? (0.)

20. Латунный стержень с площадью сечения $S=20$ см^2 подвергается сжатию силой $F=800$ Н. Каково напряжение одностороннего сжатия? Как изменится напряжение, если диаметр стержня увеличить в два раза? Уменьшить в два раза?

21. Металлическая колонна поддерживает балку массой 300 кг (рис. 95). Балка создает в колонне напряжение одностороннего сжатия $6\cdot10^4$ Па. Какова площадь сечения колонны?

2. Груз массой 140 кг тянут тросом, площадь сечения которого 4 см^2 (рис. 96). Каково напряжение одностороннего растяжения троса, если груз движется с ускорением 2 м/с^2? Трения нет. ($4{,}2\cdot10^6$ Па.)

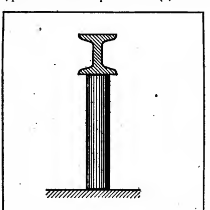


Рис. 95.

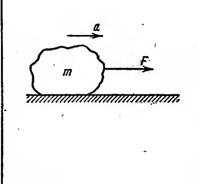


Рис. 96.

23. Груз массой 50 кг поднимают тросом вертикально вверх с ускорением 2 м/с². Какова площадь сечения троса, если при подъеме напряжение одностороннего растяжения троса $1{,}2 \cdot 10^6$ Па? (5 см².)

§ 62

1. Какие особенности твердых тел проявляются в области малых деформаций?

2. Сформулируйте закон Гука.

3. Объясните физический смысл модуля Юнга.

4. Напишите закон Гука для деформации всестороннего сжатия и для деформации одностороннего растяжения.

5. Что называется пределом упругости? Пределом прочности?

6. Подсчитайте модуль Юнга стали, если известно, что приложенные напряжения $2{,}2 \cdot 10^8$ Па вызвали деформацию проволоки $1 \cdot 10^{-3}$. ($2{,}2 \cdot 10^{11}$ Па.)

7. На рис. 97 дан график зависимости напряжения от деформации одностороннего растяжения для резины. Вычислите модуль Юнга резины по этому графику.

8. Для создания деформации всестороннего сжатия тело объемом 10 л подвергали давлению 100 ат. На сколько при этом уменьшился объем тела, если модуль всестороннего сжатия $3 \cdot 10^{11}$ Па?

9. Медная проволока длиной 2 м под действием внешней нагрузки удлинилась на 4 мм. Чему равно напряжение одностороннего растяжения?

10. На стальной стержень с площадью сечения 9 мм² подвешен груз массой 162 кг. Найдите относительное удлинение стержня. Чему равна длина стержня с подвешенным грузом, если его начальная длина 2 м? Модуль Юнга стали $2{,}2 \cdot 10^{11}$ Па.

11. К шнуру из неизвестного материала подвесили груз массой 200 г, после чего шнур удлинился на 2 см. Вычислите модуль Юнга для этого материала, если начальная длина шнура 1 м и площадь сечения 1 мм². (10^8 Па.)

12. На сколько удлинится медная проволока до наступления разрыва, если предел прочности меди $2{,}45 \cdot 10^8$ Па, а начальная длина проволоки 2 м?

13. На графике (рис. 98) представлена зависимость напряжения одностороннего растяжения стальной проволоки от деформации. Укажите на графике точку,

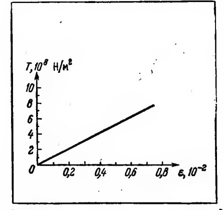


Рис. 97.

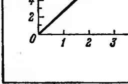


Рис. 98.

соответствующую пределу прочиости проволокн, н назовите напряженне, при котором иаступит разрыв проволокн. На сколько при этом удлнится проволока, нмевшая начальиую длнну 10 м?

14. С какнм ускореннем поднимается вертикально вверх тело массой 40 кг, еслн медная проволока с площадью сечения 2 мм^2, которой тяиут тело, нмеет деформацию $2 \cdot 10^{-3}$? Модуль Юнга меди $1,2 \cdot 10^{11}$ Па. (10 м/с^2.)

15. Можно ли с помощью латуиной проволокн передвигать горнзонтально груз массой 100 кг с ускореннем 2,5 м/с^2, еслн площадь сечення проволоки 5 мм^2, а предел прочности латунн $2,5 \cdot 10^8$ Па?

§ 63

1. Запишите закон Гука в таком внде, чтобы формула закоиа давала силу внешнего действня упругой пружииы.

2. От чего завнснт жесткость пружины?

3. Чему равна жесткость пружнны, если груз массой 200 г, внсящнй на ней, вызывает удлнненне пружнны на 10 см? (20 Н/м.)

4. Сила 40 Н, действовавшая на пружину, растянула ее на 5 см. Какова жесткость пружнны? ($8 \cdot 10^2$ Н/м.)

5. Длина вертикальио подвешенной свободной пружнны жесткостью $5 \cdot 10^2$ Н/м равна 12 см. Какова будет длнна этой пружины, еслн к ней подвеснть груз массой 20 кг? Собственной массой пружнны пренебрегнте.

6. Какова масса груза, подвешенного к пружнне жесткостью 200 Н/м, если прн подвешиваннн пружииа удлинилась на 2 см? (0,4 кг.)

7. Сила, необходимая для растяжения пружнны на 3 см, равиа 600 Н. Какую силу надо приложить к пружине, чтобы сжать ее на 6 см? (1200 Н.)

8. Пружина жесткостью $5 \cdot 10^2$ Н/м в ненагружениом состоянин имеет длину 25 см. Какова будет длнна пружины, если к ней подвесить груз массой 2 кг? (29 см.)

9. По горнзонтальной поверхности передвигают тело массой 3 кг с помощью пружнны жесткостью $4 \cdot 10^2$ Н/м. На сколько удлиинтся пружниа, еслн под ее действием прн равиоускорениом движенни за 10 с скорость тела изменилась от 0 до 20 м/с? Трення нет. (1,5 см.)

10. Груз массой 6 кг, подвешенный на пружние, растяиул ее на 12 см. Каково будет растяженне пружнны по сравнению с ианагруженным состояннем, еслн: пружнна вместе с грузом движется с ускореинем 2 м/с^2, направленным вниз; пружнна вместе с грузом свободио падает?

§ 64

1. Прнведнте прнмеры, иллюстрнрующие возннкновение давлеинй в жндкости.

2. Прнведите прнмеры, подтверждающне, что давлення, возникающие в жидкости, иосят упругий характер.

3. Что озиачает и дает для решения задач условие иесжнмаемости жидкости?

4. Почему зубную пасту можио продавать в тюбнках, а зубиой порошок нельзя?

5. В чем различие в упругих свойствах жидкости н твердых тел?

6. Каково соотношеиие между сечениямн трубы н скоростью протекающей по ней жидкостн?

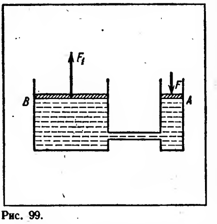
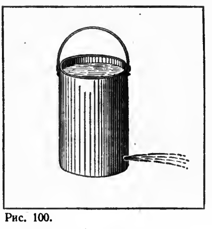


Рис. 99.


Рис. 100.

7. Мальчик, поливающий огород из резинового шланга, сжимает рукой отверстие, из которого вытекает вода. Что при этом будет происходить?

8. Некоторый объем воды подвергается давлению $p=4\cdot10^6$ Па. Какому давлению надо подвергнуть ртуть, чтобы вызвать деформацию всестороннего сжатия, численно равную деформации воды? Модуль всестороннего сжатия ртути $3{,}4\cdot10^{10}$ Па.

9. На рис. 99 показана простейшая схема гидравлического пресса. Площадь малого поршня A равна 20 см^2, большого поршня B — 80 см^2. На поршень A действует сила $F=1200$ Н. Какое давление создается в жидкости действием силы F? Какая сила F_1 действует со стороны жидкости на поршень B? Чему равен выигрыш в силе, полученный при использовании этого пресса? ($6\cdot10^5$ Па; 4800 Н; 4.)

10. Сила, действующая на большой поршень гидравлического пресса, равна $6\cdot10^4$ Н. Определите давление в жидкости и силу, действующую на малый поршень, если площадь большого поршня 400 см^2, а малого 8 см^2.

11. Можно ли пользоваться гидравлическим прессом на космическом корабле, находящемся на околоземной орбите?

12. В цилиндрическое ведро с отверстием у дна (рис. 100) налито некоторое количество воды. Вода выливается со скоростью v из отверстия, когда ведро неподвижно. Изменится ли скорость вытекания воды, если ведро будет свободно падать? Изменением уровня жидкости из-за вытекания воды пренебрегите.

13. Если пуля попадает в металлическую консервную банку, содержащую жидкость, то банка взрывается. Объясните, почему это происходит.

14*. Объясните действие пожарного брандспойта. Можно ли так объяснить действие водопроводного крана?

§ 65

1. Укажите признаки, отличающие газ от жидкости.
2. Назовите механические свойства, общие для газов и жидкостей.
3. Расскажите об опытах, позволяющих приближенно определить зависимость между объемом газа и давлением, которому газ подвергается.
4. Сформулируйте закон Бойля — Мариотта.

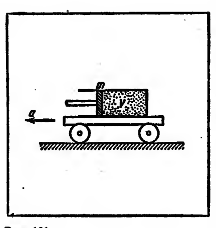


Рис. 101.

5. При каких условиях соблюдается закон Бойля — Мариотта?

6. Газ занимает объем 30 л при давлении 1 ат. Как изменится объем этого газа, если увеличить давление до 3 ат при постоянной температуре?

7. В цилиндре со свободно передвигающимся поршнем находится 0,06 м^3 газа под давлением $4{,}5 \cdot 10^5$ Па. Каково будет давление газа, если в результате перемещения поршня объем цилиндра увеличился до 0,18 м^3? Температура постоянна. ($1{,}5 \cdot 10^5$ Па.)

8. Каково было первоначальное давление газа, если при увеличении его объема в 4 раза давление стало равным $2 \cdot 10^5$ Па? Температура постоянна. ($5 \cdot 10^4$ Па.)

9. Объем воздушного шара на Земле 20 м^3. Каким станет объем этого шара, если он попадет на высоту, где давление составляет 0,9 от давления на поверхности Земли? Какова будет деформация всестороннего расширения шара, наполненного этим газом? Считайте, что температура при подъеме не изменилась.

10. Посредине узкой, запаянной с обоих концов горизонтальной трубки находится столбик ртути длиной 10 см. В обеих половинах трубки находится воздух под давлением 1 ат. На какое расстояние переместится столбик ртути, если трубку поставить вертикально? Длина трубки 1 м. Плотность ртути 13,5 г/см^3.

11. На тележке лежит цилиндр, заполненный газом (рис. 101). В цилиндре свободно передвигается поршень массой m. Давление газа внутри равно давлению воздуха снаружи. Когда тележка находилась в покое, объем газа в цилиндре был равен V_0. Тележка начала двигаться с ускорением a. На сколько переместится поршень при этом движении, если площадь поршня S?

§§ 66, 67

1. Какие силы называются силами жидкого трения?

2. От чего зависят силы жидкого трения?

3. Как направлены силы жидкого трения по отношению к скорости относительного движения слоев?

4. Вспомните опыт, схема которого изображена на рис. 3.27 в тексте § 66. Какой силой — препятствующей движению картонного круга или способствующей его движению — служит сила жидкого трения?

5. Расскажите, какое соотношение связывает силу жидкого трения со скоростью относительного движения слоев жидкости?

6. От чего зависит коэффициент жидкого трения?

7. Какой физический смысл знака «минус» в формуле $F = -\alpha v$?

8. При каких условиях сила жидкого трения пропорциональна скорости относительного движения слоев жидкости?

9. Найдите из формулы $F=-\alpha v$ единицу коэффициента жидкого трения в системах СИ и СГС.

10. С какой целью поверхность спортивных байдарок полируют со стороны, соприкасающейся с водой?

11. Человек, использующий весельную лодку для передвижения по реке, всегда придерживается середины реки, если он плывет по течению, и старается держаться ближе к берегу, если плывет против течения. Объясните, почему он так делает.

12*. Объясните действие водопроводного крана.

13. Для чего во всех современных самолетах шасси сделано убирающимся?

14. При посадке самолета на короткую полосу (в частности на авианосцах) выстреливается специальный тормозной парашют. Каково его назначение?

15. Какой парашютист — легкий или тяжелый — спустится на Землю с заданной высоты на одном и том же парашюте за меньшее время?

16. Парашютист с парашютом имеет массу 120 кг и после раскрытия парашюта опускается со скоростью 6 м/с. Определите коэффициент сопротивления воздуха. (200 кг/с.)

17. На рис. 102 дан график ускорения парашютиста. Каков характер его движения в промежутках времени *AB* и *BC*?

18. От чего зависит скорость снижения парашютиста?

19. Чему равна сила сопротивления воздуха, действующая на парашютиста, если последний опускается с постоянной скоростью? Масса парашютиста 80 кг.

20. Два одинаковых стальных шарика *B* и *C* в одно и то же мгновение начинают падать без начальной скорости: один в вязкой жидкости, другой — в воздухе (рис. 103). Как будут

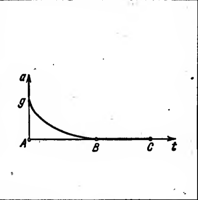


Рис. 102.

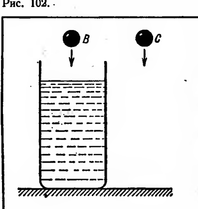


Рис. 103.

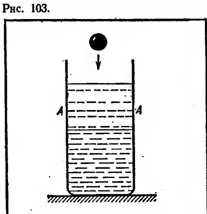


Рис. 104.

различаться движения шариков? Постройте графики зависимости скорости движения шариков от времени.

21. В сосуд налиты две несмешивающиеся жидкости: глицерин и спирт. Как будет двигаться небольшой металлический шарик, брошенный в сосуд, если равномерное движение шарика в спирте устанавливается на уровне AA (рис. 104)? Постройте график скорости движения шарика. Коэффициент жидкого трения для спирта меньше, чем для глицерина.

§ 68

1. Какие виды сухого трения вы знаете?

2. Как направлена сила трения покоя по отношению к силе, стремящейся вызвать движение тела?

3. От чего зависят модуль и направление силы трения покоя?

4. Как влияет увеличение силы нормального давления на силу трения покоя?

5. Каково соотношение между силой трения покоя и силой трения скольжения? Какие упрощающие допущения делаются при решении простых задач?

6. На груз, лежащий на столе, действуют в горизонтальном направлении силой $F=10$ Н, но груз не сдвигается с места. Чему равна сила трения покоя?

7. Определите, какой силой надо подействовать на груз массой 50 кг, чтобы сдвинуть его с места, если коэффициент трения равен 0,2. Поверхность подставки горизонтальна.

8. Определите коэффициент трения, если наибольшее значение силы трения покоя $F_{тр}=30$ Н, а масса груза $m=10$ кг. Груз находится на горизонтальной плоскости.

9. Изобразите графически зависимость силы сухого трения от скорости.

10. Два груза массами 10 и 2 кг лежат на горизонтальной поверхности стола. К каждому грузу в отдельности приложена сила $F=25$ Н. Определите, начнет ли двигаться каждый из этих грузов, если коэффициент трения равен 0,3.

11. Орудие, масса ствола которого 450 кг, стреляет в горизонтальном направлении. Масса снаряда 5 кг и его начальная скорость 450 м/с. При выстреле ствол откатывается на 45 см. Определите среднее значение силы сопротивления, развивающейся в противооткатном устройстве орудия.

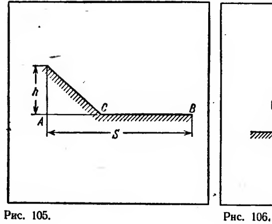


Рис. 105.

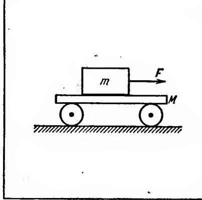


Рис. 106.

12*. Сани соскальзывают с ледяной горы высотой h (рис. 105) и останавливаются в точке B. Известно, что длина пути ACB равна S. Определите коэффициент трения саней о ледяную поверхность. Рассчитайте ускорения саней на участках AC и CB. ($k=h/S$.)

13*. Стол небольшого строгального станка имеет массу 100 кг. Скорость прохождения стола под резцом 1 м/с. Какие усилия должны передавать механизмы станка для разгона стола, если время разгона равно 0,5 с? Коэффициент трения стола о направляющие равен 0,14. (340 Н.)

14. Тележка массой M может катиться по горизонтальной плоскости без трения (рис. 106). На тележке лежит груз массой m, который может скользить по тележке с трением. Коэффициент трения k. На груз действуют горизонтальными силами F, равными по модулю. Определите ускорения груза и тележки и силу трения скольжения, если силы F меняются от нуля до бесконечности.

§§ 69, 70

1. Сформулируйте закон всемирного тяготения.

2. Радиус Земли $R=6400$ км, ускорение свободного падения $g=9,8$ м/с^2. Используя эти данные, приближенно оцените массу Земли.

3. Тело находится от поверхности Земли на высоте, численно равной радиусу Земли (6400 км). Определите ускорение свободного падения на такой высоте. (2,45 м/с^2.)

4. На каком расстоянии от Земли сила тяжести, действующая на тело, будет в три раза меньше, чем на Земле? Влиянием других небесных тел пренебрегите.

5. Некая планета имеет такую же массу, как и Земля, но радиус в два раза меньше земного. Чему равно ускорение свободного падения на поверхности планеты и на высоте 3200 км от поверхности этой планеты? (39 и 9,8 м/с^2.)

6. Спутник Земли движется по круговой орбите на высоте 1000 км от поверхности Земли. С какой скоростью движется спутник? За какое время спутник совершит один полный оборот вокруг Земли? (7 км/с; 1,85 ч.)

7. Радиус Луны 1700 км, масса Луны $7,4\cdot10^{22}$ кг. Определите ускорение свободного падения на поверхности Луны.

8. В таблице представлены в условных единицах радиусы и массы трех планет:

Планета	Радиус	Масса
Земля	1,00	1,00
Марс	0,53	0,11
Венера	0,90	0,83

Используя данные таблицы, сравните между собой силы тяжести на поверхностях этих планет.

9. Гравитационная постоянная в системе СГС равна $7\cdot10^{-8}$ дин$\cdot$см^2/г^2. Используя это, определите числовое значение этой постоянной в единицах системы СИ.

10. Радиус земного шара 6400 км, расстояние от Земли до Солнца 150 млн. км, средняя плотность вещества Земли 5,6 г/см^3, период обращения Земли вокруг

Солнца 365 дней. Определите по этим данным среднее значение силы притяжения, действующей на Землю со стороны Солнца.

11. Сколько оборотов в сутки должна была бы совершать Земля для того, чтобы на экваторе вес тела обратился в нуль?

12. Какое состояние называется состоянием невесомости?

13. Какая сила действует на спутник Земли, вращающийся по орбите? Как действуют друг на друга отдельные части этого спутника?

14. Будут ли деформироваться пружинки в модели, изображенной на рис. 3.9 в тексте § 59, если поместить эту модель в условия невесомости?

§ 73

1. В чем состоит принцип относительности механических явлений?

2. Изменится ли характер взаимодействий между пружиной и висящим на ней грузом при переносе их из одной инерциальной системы в другую?

3. Что говорит принцип относительности механических явлений о возможности обнаружить собственное движение инерциальной системы отсчета?

К ГЛАВЕ IV

§§ 75, 76

1. Назовите причины, заставляющие искать новые формы законов Ньютона.

2. На неподвижное тело массой 500 г действовала сила 5 Н в течение 20 с. Определите, какую скорость приобретет тело под действием этой силы и какое расстояние тело пройдет за это время? (30 м/с; 45 м.)

3. Человек на плоту отталкивается от дна водоема со стоячей водой багром с силой 600 Н. Через какое время плот приобретет скорость 1 м/с, если масса плота с человеком 800 кг? Какое расстояние пройдет плот за это время? (4/3 с; 2/3 м.)

4. На мяч массой 500 г в течение 0,5 с действовала некоторая сила, в результате чего мяч приобрел скорость 2 м/с. Определите эту силу. (2 Н.)

5. Снаряд массой 6 кг вылетает из ствола орудия со скоростью 600 м/с. Чему равна средняя сила давления пороховых газов на снаряд? Сколько времени двигался снаряд в стволе под действием этой силы, если длина ствола 2 м? (540 кН.)

6. Запишите второй закон Ньютона в такой форме, чтобы действие силы было непосредственно связано с начальной и конечной скоростями тела.

7. Что называется импульсом силы?

8. Как направлен вектор импульса силы по отношению к вектору силы, вызывающей движение тела?

9. График зависимости силы F от времени показан на рис. 107. Направление силы, действующей на тело, не меняется. Подсчитайте по графику импульс силы за 3, 5, 7, 10 с.

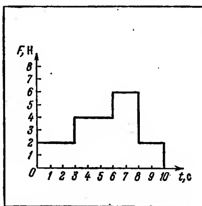


Рис. 107.

10. Что называется количеством движения тела?

11. Сформулируйте второй закон Ньютона, пользуясь понятиями импульса силы и количества движения.

12. Приведите примеры, поясняющие, как связано изменение количества движения тела с временем действия силы, вызывающей его движение.

13. Почему хрупкий предмет разобьется, если его уронить на жесткий пол, и уцелеет, если он попадет на мягкую подстилку?

14. Объясните, почему при медленном вытягивании листа бумаги из-под стакана с водой стакан сдвигается с места, а при резком выдергивании того же листа — остается неподвижным.

15. Почему при прыжке в момент приземления нужно немного расслабить мышцы ног и присесть?

16. С какой целью наковальни делают очень массивными?

17. Почему у дальнобойных орудий делают длинные стволы?

18. На тело массой m, двигавшееся со скоростью v_1, в течение времени Δt в направлении движения действовала постоянная сила F. Определите скорость v_2, которую приобретет тело под действием этой силы.

19. Решите задачи 3—5, пользуясь новой формой второго закона Ньютона.

20. На тело действовала постоянная сила 50 Н в течение 10 с. Найдите массу тела, если изменение скорости в результате действия этой силы равно 5 м/с. (100 кг.)

21. Пуля, вылетевшая из ствола ружья, обладает количеством движения mv. На сколько изменилось количество движения пули после того, как она, пробив доску, стала двигаться со скоростью $v/4$?

22. Тележка массой 100 кг движется по рельсам со скоростью 3 м/с. Какая сила будет действовать во время столкновения тележки с вертикальной стенкой, если продолжительность удара 0,5 с?

23. Масса поезда 3000 т. Коэффициент трения 0,02. Какова должна быть сила тяги паровоза, чтобы поезд набрал скорость 60 км/ч через 2 мин после начала движения?

24. Из орудия вылетает снаряд массой 10 кг со скоростью 600 м/с. Определите среднюю силу давления пороховых газов, если снаряд движется внутри ствола орудия в течение 0,005 с.

25. Шарик массой 20 г упруго ударяется о стенку под углом 30°. Скорость шарика до удара и после него имеет один и тот же модуль $v=1$ м/с. Угол падения равен углу отражения. Определите модуль и направление вектора изменения количества движения шарика. (0,02 кг·м/с.)

§ 77

1. Соударения каких тел можно приблизительно считать абсолютно упругими?

2. Соударения каких тел нельзя считать абсолютно упругими?

3. Какие две стадии удара мы выделяем для упрощения расчета абсолютно упругого удара? Как меняется модуль упругих сил, действующих на ударяющее тело со стороны препятствия?

4. Чему равен импульс, полученный шаром во время упругого удара о стенку по нормали, если его масса m, а скорость до удара v?

5. Что называется средней силой? В каких случаях удобно вводить это понятие?

6. Абсолютно упругий шар массой 0,6 кг движется перпендикулярно к стенке со скоростью 3 м/с и ударяется о нее. Определите количество движения шара до удара о стенку и изменение количества движения шара в результате удара.

7. Известно, что при упругом взаимодействии двух тел одно из них действует на второе тело с силой 5 Н в течение 1 с. Определите импульс силы, получаемый вторым телом.

8. Рассчитайте полный импульс, получаемый стенкой площадью 20 см^2 за 10 с, если известно, что за 1 с каждый квадратный сантиметр стенки получает $5 \cdot 10^5$ ударов со стороны частиц газа, имеющих массу 10^{-22} г и летящих со скоростью 10^3 м/с перпендикулярно стенке. ($2 \cdot 10^{-16}$ кг·м/с.)

§§ 78, 79

1. Приведите несколько примеров, показывающих действие движущейся жидкости на препятствие.

2. Как зависит от скорости движения частиц воды в струе сила давления струи воды на стенку?

3. Определите силу, с которой струя воды, падающая перпендикулярно стенке, давит на стенку, если сечение струи S, плотность воды ρ, скорость воды v.

4. Объясните, почему количество движения струи воды после взаимодействия со стенкой можно считать равным нулю.

5. Определите разрушающую силу струи воды, выбрасываемой гидромонитором, если диаметр струи 15 см, а скорость воды в струе 60 м/с.

§§ 81—83

1. Приведите несколько примеров различных систем тел.

2. Назовите внутренние силы для следующих систем тел: Луна и Земля; грузовик с прицепом; грузик, подвешенный на пружине.

3. Какая система тел называется замкнутой?

4. На корме парусной лодки находится мощный электрический вентилятор, работающий от аккумулятора. Будет ли двигаться лодка, если вентилятор будет включен и поток воздуха, создаваемый им, будет направлен на парус?

5. На легкой подвижной платформе находится игрушечный автомобиль, могущий работать от электрической батарейки. Платформа и автомобиль покоятся. После включения батарейки автомобиль начал двигаться вдоль платформы. Что произойдет с платформой? Что изменится, если автомобиль начнет двигаться в противоположном направлении?

6. Два тела движутся горизонтально слева направо. Первое тело массой 3 кг движется со скоростью 0,4 м/с, второе тело массой 45 кг движется со скоростью 0,6 м/с. Какова масса системы? Нарисуйте вектор количества движения каждого из тел. Вектор количества движения всей системы.

7. Вагон массой 40 т, движущийся со скоростью 5 м/с, догоняет вагон массой 80 т, движущийся со скоростью 2 м/с, и сцепляется с ним с помощью автосцепки. Определите скорость вагонов после сцепки. (3 м/с.)

8. Граната, летевшая в горизонтальном направлении со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка массами 500 и 1000 г. Оба осколка гранаты продолжают движение в прежнем направлении, причем меньший движется со скоростью 20 м/с. Определите скорость большого осколка. (5 м/с.)

9. Тележка с песком, имеющая массу M, движется по горизонтальным рельсам со скоростью v. Вертикально падающий камень массой m падает в песок и затем движется вместе с тележкой. Найдите скорость тележки после падения камня.

10. Мальчик, стоящий в неподвижной лодке, которая может свободно передвигаться в воде, бросает в воду весло. Куда будет двигаться лодка, если весло брошено в сторону кормы? В сторону носа лодки? Как зависит скорость движения лодки от массы брошенного в воду весла?

§§ 84, 85

1. Приведите несколько примеров движения, при котором масса движущегося тела увеличивается или уменьшается.

2. Возьмите детский воздушный шарик, слегка надуйте его и зажмите отверстие пальцем. Направив отверстие вниз, отпустите пальцы. Объясните особенности движения шарика, используя понятие о реактивной силе.

3. Напишите выражение для количества движения ракеты до и после сгорания очередной секундной порции топлива.

4. Напишите выражение для количества движения горючего вещества до и после ежесекундного сгорания.

5. Какие силы называются реактивными?

6. Приведите примеры движения тел с переменной массой, при которых возникают реактивные силы.

7. Каким требованиям должно отвечать топливо реактивного двигателя для того, чтобы получать возможно большую реактивную силу?

8. Какие требования предъявляются к материалам, идущим на изготовление отдельных частей реактивного двигателя?

9. Назовите основные части реактивного двигателя. Объясните назначение каждой части.

10. Как связаны между собой сила тяги обычного двигателя и скорость движения корабля, на котором он установлен?

11. В чем состоит принципиальное отличие реактивной силы тяги от силы тяги обычного двигателя?

12. Из ракетного двигателя за время t выбрасывается масса газа m со скоростью v. Какова реактивная сила тяги этого двигателя?

13*. Из реактивного двигателя продукты сгорания выбрасываются порциями по 200 г и имеют скорость при вылете из сопла двигателя 1000 м/с. Какова скорость ракеты после вылета второй порции газа, если в начальный момент ее масса $M=100$ кг, а скорость равна нулю? Силу тяжести не учитывайте. (4 м/с.)

К ГЛАВЕ V

§§ 88—90

1. Что называется работой силы? Как подсчитать работу силы?

2. Приведите несколько примеров, когда сила совершает положительную работу.

3. Приведите несколько примеров, когда сила совершает отрицательную работу.

4. На тело действует сила 100 Н. Тело прошло в направлении действия силы 10 м. Какую работу совершит сила? Найдите работу в эргах, джоулях и килограмм-сила-метрах.

5. Сила 400 Н направлена под углом 30° к направлению движения тела. Определите работу этой силы, если тело проходит расстояние 5 м. (1,7 кДж.)

6. Тело массой 1 кг было поднято на высоту 10 м. Определите работу, совершенную силой тяжести при таком подъеме. (—100 Дж.)

7. Тело массой 50 кг перемещают по наклонной плоскости вверх. Угол наклона плоскости 30°, коэффициент трения 0,5. Какую работу надо совершить для подъема тела по этой наклонной плоскости на высоту 2 м? (1,85 кДж.)

8. В плотную жидкость на дно сосуда поместили пробковый кубик с тяжелым грузом. После того, как груз убрали, кубик начал подниматься вверх. Какие силы действуют на кубик при подъеме? Как подсчитать работу, совершенную каждой из сил?

9. Шайба массой m скользит по горизонтальной плоскости льда и останавливается, пройдя некоторое расстояние S. Начальная скорость шайбы v. Какие силы действуют на шайбу? Какова работа, совершаемая каждой из сил, действующих на шайбу?

10. Человек в лодке, гребущий против течения, покоится относительно берега. Совершает ли он какую-нибудь работу?

11. Тело свободно падает с некоторой высоты. Как относятся между собой работы, совершаемые силой тяжести за одинаковые последовательные промежутки времени? (1 : 3 : 5.)

§§ 91, 92

1. Что называется кинетической энергией тела?

2. Тело массой 2 кг движется со скоростью 4 м/с. Определите кинетическую энергию этого тела.

3. Известно, что тело массой 2 кг обладает кинетической энергией 100 Дж. Какова скорость движения этого тела?

4. Тело, движущееся со скоростью 5 м/с, обладает кинетической энергией 100 Дж. Чему равна масса этого тела?

5. Два тела одинакового объема V движутся с одинаковыми скоростями v. Одно тело сделано из алюминия, второе — из меди. Как будут относиться между собой кинетические энергии этих тел?

6. Масса поезда в 200 раз больше массы самолета, а скорость поезда в 15 раз меньше скорости самолета. Какое из тел (самолет или поезд) обладает большей кинетической энергией?

7. Как может быть выражен второй закон Ньютона через работу силы и кинетическую энергию тела?

8. Какой формой второго закона Ньютона лучше воспользоваться для решения следующих задач:

а. Пуля массой m вылетает из ствола винтовки со скоростью v. Какова средняя сила действия пороховых газов, если время движения пули в стволе Δt?

б. Пуля известной массы v, летевшая со скоростью v, попадает в доску и останавливается, пройдя в доске расстояние S. Определите среднюю силу сопротивления доски.

в. Тело массой m движется по окружности радиуса r со скоростью v. С какой силой надо действовать на тело, чтобы сообщить ему необходимое нормальное ускорение?

г. Камень массой m, скользивший по горизонтальной поверхности льда, остановился, пройдя расстояние S. Определите начальную скорость камня, если сила трения равна $F_{тр}$.

9. Охотник-заготовитель имеет два ружья одинакового калибра: одно с коротким стволом, другое с длинным. Из какого ружья пуля полетит дальше, если пользоваться одинаковыми патронами?

10. В каком случае мотор автомобиля должен совершить бо́льшую работу: при сообщении покоившемуся автомобилю скорости 4 м/с или при изменении его скорости от 4 до 8 м/с? Силы сопротивления движению автомобиля в обоих случаях считайте одинаковыми.

11. Два грузовика одной марки движутся со скоростью v. Один грузовик пустой, другой полностью загружен. У какого грузовика тормозной путь окажется больше, если они тормозят на одном и том же участке дороги? Коэффициенты трения колес у обоих грузовиков одинаковы. (Одинаковы.)

12. Груз массой m=50 кг передвигают по горизонтальному пути на расстояние 40 м. Коэффициент трения скольжения k=0,3. Подсчитайте горизонтальную силу, которую необходимо приложить к телу для его равномерного передвижения. Какая работа будет совершена при таком передвижении?

13. Работа, необходимая для равномерного горизонтального перемещения на 3 м груза массой m=5 кг, равна 90 Дж. Какова горизонтальная сила, приложенная к телу? Определите коэффициент трения скольжения.

14. Снаряд массой m=10 кг вылетает из ствола орудия со скоростью 500 м/с. Какова длина ствола орудия, если средняя сила давления пороховых газов на снаряд равна 625 кН? (2 м.)

15. Шофер автомобиля начинает тормозить в 25 м от препятствия на дороге. Силу трения в тормозных колодках принять равной 3600 Н. Масса автомобиля m=800 кг. При какой предельной скорости движения автомобиль успеет остановиться перед препятствием?

§§ 94—97

1. В чем состоят особенности работы сил тяжести и упругости?

2. Какие силы называются консервативными?

3. Как определить работу силы по графику зависимости силы от пути?

4. Докажите, что работа силы тяжести не зависит от формы пути.

5. Тело массой 300 г поднято на высоту 2 м над поверхностью Земли. Какая работа будет совершена силой тяжести при падении тела с этой высоты? Ответ выразите в джоулях и эргах.

6. С одной и той же высоты h=8 м падают тело массой m_1=20 кг и тело массой m_2=4 кг. Найдите отношение работ, совершаемых силами тяжести в этом случае.

7. Тело массой m движется по наклонной плоскости длиной l, составляющей угол β с горизонтом. Определите работу, совершенную силой тяжести.

8. Жесткость пружины 4 Н/см. Постройте график зависимости упругой силы пружины от ее растяжения. Используя этот график, подсчитайте работу, совершенную упругой силой пружины, если пружина растягивается на 6 см и если растяжение пружины меняется от 1 до 7 см. (—0,72 Дж; —0,96 Дж.)

9. Определите жесткость пружины, если при изменении ее растяжения от 2 до 6 см упругими силами была совершена работа 16 Дж.

§§ 98—100.

1. Что называется потенциальной энергией системы?

2. Как определить работу, совершенную внутренними силами системы, если известно изменение потенциальной энергии этой системы?

3. Тело массой $m=200$ г поднято на высоту 8 м над Землей. Чему равна потенциальная энергия этого тела? Тело опустили вниз на 3 м. Чему равна потенциальная энергия тела в этом положении? Каково изменение потенциальной энергии тела?

4. Потенциальная энергия тела массой $m=2$ кг, поднятого над Землей, равна 80 Дж. На какой высоте находится тело?

5. Какова должна быть масса тела, поднятого над Землей на высоту 8 м, чтобы его потенциальная энергия в этом положении равнялась 40 Дж?

6. Тело массой m поднято на высоту h над Землей. Используя формулу $\Delta A = \gamma mM/R$ и условие $h \ll R_0$ (R_0— радиус Земли), получите формулу $\Delta A = mgh$ и докажите, что $g=\gamma M/R_0^2$.

7. Пружина жесткостью 400 Н/м растянута на 8 см. Какова потенциальная энергия этой пружины?

8. Потенциальная энергия пружины, растянутой на 50 см, равна 10 Дж. Какова жесткость этой пружины?

9. На сколько надо растянуть пружину жесткостью 200 Н/м, чтобы ее потенциальная энергия была равна 20 Дж?

§§ 101—103

1. Что называется полной энергией системы тел?

2. Какие превращения энергии имеют место в изолированной системе тел?

3. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.

4. Что происходит с полной энергией системы, если в ней действуют силы трения?

5. Что происходит с полной энергией системы, если на нее действуют внешние силы?

6. Тело массой m бросают вниз с высоты h. Как изменяются потенциальная и кинетическая энергии этого тела во время падения?

7. Тело массой m бросают с Земли вверх с вертикальной скоростью v_0. Как изменяются потенциальная и кинетическая энергии этого тела от момента бросания до возвращения тела на Землю?

8. Тело массой 8 кг на высоте 5 м имеет скорость 3 м/с. Определите потенциальную, кинетическую и полную энергии тела.

9. На какой высоте находится тело массой 500 г, имеющее скорость 4 м/с, если полная энергия этого тела 44 Дж? (8 м.)

10. Полная энергия тела, находящегося на высоте 4 м и движущегося со скоростью 3 м/с, равна 178 Дж. Какова масса этого тела?

11. Камень массой 1,5 кг падает с высоты 60 м. Найдите потенциальную и кинетическую энергии камня через 2 с после начала падения. Сопротивление воздуха не учитывайте.

12. Покажите, что в любой точке траектории движения свободно падающего тела его полная энергия не изменяется.

13. Сколько тепла выделится при падении тела массой 200 г с высоты 3 м, если считать, что вся энергия тела при ударе превратилась в тепло? (6 Дж.)

14. Мяч массой 500 г бросают вертикально вверх со скоростью 5 м/с. Какова работа по преодолению сопротивления воздуха, если мяч поднялся на высоту 4,7 м?

15. Молотком массой 1,5 кг ударяют о шляпку гвоздя со скоростью 4 м/с. Гвоздь входит в доску на 3 см. Определите силу сопротивления доски движению гвоздя. (400 Н.)

16. Тело с начальной скоростью 14 м/с падает с высоты 10 м и углубляется в почву на 40 см. Масса тела 2 кг. Определите среднюю силу сопротивления почвы движению тела. Сопротивление воздуха не учитывайте. (5 кН.)

17. Маятник, состоящий из небольшого тяжелого шарика, подвешенного на нерастяжимой нити длиной l, совершает колебания в вертикальной плоскости. Когда шарик проходит через положение равновесия, нить испытывает натяжение, равное удвоенной силе тяжести шарика. На какой максимальной высоте был маятник в начальный момент? Массой нити и сопротивлением воздуха пренебрегите.

18. Автомобиль движется по горизонтальному участку дороги. При скорости автомобиля 54 км/ч шофер отключает двигатель машины. Определите, какое расстояние пройдет автомобиль до полной остановки, если коэффициент трения 0,4. (14 м.)

19. Вагон массой 16 т движется со скоростью 1 м/с и наталкивается на упорные буфера. Определите наибольшее сжатие пружин упорных буферов, если известно, что эти пружины сжимаются на 1 см под действием силы 10^5 Н. (4 см.)

20*. Через блоки A и B, находящиеся на расстоянии $2l$ друг от друга, перекинута нить (рис. 108). К концам нити прикреплены два одинаковых груза массой m каждый. К середине нити в точке C прикреплен груз массой M. Грузу M предоставляют возможность свободно падать. Определите, на какое наибольшее расстояние h сможет спуститься этот груз. Нить достаточно длинна и $M<2m$. ($h=2lM/(2m-M)$.)

21*. Однородная нить длиной $2l$ висит на гладком гвозде и начинает соскальзывать с начальной скоростью v_0 (рис. 109). Определите скорость нити в тот момент, когда она полностью соскользнет с гвоздя. ($\sqrt{v_0^2+gl}$.)

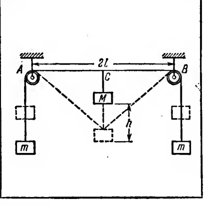


Рис. 108.

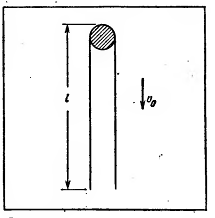


Рис. 109.

§ 104

1. Что называется мощностью двигателя?

2. От чего зависит мощность двигателя?

3. В каких единицах выражается мощность в различных системах единиц?

4. Найдите соотношение между лошадиной силой и ваттом.

5. Машина в течение получаса совершает работу 10^5 Дж. Чему равна мощность, развиваемая этой машиной?

6. Электропоезд при движении со скоростью 54 км/ч развивает полезную мощность 720 кВт. Определите силу тяги моторов.

7. Трактор, развивая полезную мощность 50 л. с., преодолевает силу трения 10 кН. С какой скоростью движется трактор?

8. Как можно подсчитать максимальную скорость, которую может развить самолет, снабженный двигателем обычного типа (не реактивным)?

К ГЛАВЕ VI

§ 106

1. Что называется угловым перемещением тела?

2. Что называется законом вращательного движения?

3. Какими способами можно задать закон вращательного движения?

4. На какие виды можно разделить вращательные движения по форме закона движения?

5. Закон некоторого вращательного движения задан таблицей:

φ, рад	0	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
t, с	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Постройте график этого движения. Найдите формулу закона движения.

6. Чему равна длина пути описанного концом радиус-вектора $r=1$ м, если он повернулся на угол $\varphi=1$ рад?

7. Определите, на каком расстоянии от оси вращения находится точка тела A, если при повороте тела на угол φ она описала дугу S.

§ 107

1. Что называется угловой скоростью тела?

2. В каких единицах выражается угловая скорость?

3. Дайте определение равномерного вращательного движения.

4. Закон движения вращающегося тела имеет вид $\varphi=10t$. Начертите график закона этого движения. Было ли это движение равномерным? Чему равна угловая скорость движения?

5. Угловая скорость вращающегося тела $\omega=10$ рад/с. Постройте график зависимости углового перемещения φ от времени. При $t_0=0$ считать $\varphi_0=0$.

6. На какой угол повернется за 10 с тело, равномерно вращающееся с угловой скоростью $\omega=1$ рад/с?

7. Определите угловую скорость суточного вращения Земли.

8. Выведите формулу зависимости скорости v любой точки вращающегося тела от угловой скорости ω этого тела.

9. Чему равна угловая скорость секундной, минутной и часовой стрелок у часов?

§ 108

1. Что такое угловое ускорение?

2. Какое вращение называется равнопеременным?

3. Постройте график зависимости угловой скорости от времени для равнопеременного вращательного движения.

4. Как по графику зависимости угловой скорости от времени определить угловое ускорение?

5. Угловая скорость вращающегося тела изменяется по закону $\omega=5+2t$. Постройте график изменения скорости. Определите угловое ускорение, начальную скорость.

6. Тело раскручивается с постоянным угловым ускорением $\beta=2$ рад/с². Сколько полных оборотов сделает тело за 10 с, если начальная угловая скорость была равна нулю? Какова будет угловая скорость тела в этот момент? (16; 20 рад/с.)

7. На вращающемся горизонтальном столике на расстоянии 50 см от оси вращения лежит груз массой 1 кг. Коэффициент трения между грузом и поверхностью стола 0,25. Какова сила трения, удерживающая груз, если столик делает 12 об/мин? При какой угловой скорости груз начнет скользить по столику? (0,8 Н; 21 об/мин.)

§§ 109, 110

1. Расскажите об опытах, позволяющих выяснить, от чего зависят угловые ускорения при вращении тел.

2. Что называется моментом силы? Дайте определение, запишите формулу и укажите, в каких единицах выражается момент силы.

3. Что называется плечом силы?

4. Момент силы равен 100 Н·см. Плечо силы $l=20$ см. Какова эта сила?

5. Чему равно плечо силы 5 Н, если момент, создаваемый этой силой, равен 1,5 Н·м?

6. Метровая линейка может вращаться около одного из своих концов. На другой конец перпендикулярно к линейке действует сила 5 Н. Определите момент этой силы относительно оси вращения.

7. На ворот радиуса 20 см наматывается веревка, на конце которой висит ведро массой 8 кг. Чему равен момент силы тяжести ведра относительно оси ворота?

§ 111

1. Что называется моментом инерции тела?

2. От чего зависит момент инерции данного тела?

3. В каких единицах выражают момент инерции?

4. Два диска одинаковой массы и толщины сделаны из металлов различных плотностей. Какой из них обладает бо́льшим моментом инерции?

5. Как изменится момент инерции точки, если в одном случае удвоить ее массу, а в другом — удвоить расстояние от точки до оси вращения?

6. Почему момент инерции сплошного диска меньше момента инерции кольца той же массы и того же радиуса?

7. При каком расположении оси вращения момент инерции однородного стержня будет наименьшим?

8. Тонкий обод массой 0,5 кг имеет радиус 1 м. Определите момент инерции обода относительно оси, проходящей через его центр.

§§ 112—114

1. Сформулируйте уравнение моментов. Какие опыты лежат в основе этого уравнения?

2. На колесо радиуса 20 см действует постоянный момент внешней силы 2 Н·м. Масса колеса равна 1 кг и вся расположена на его ободе. Определите угловое ускорение колеса. Какую угловую скорость будет иметь колесо через 10 с после начала вращения? Какова будет скорость точек обода в этот момент? (50 рад/с^2; 500 рад/с^2; 100 м/с.)

3. Для определения момента инерции диска на него подействовали моментом внешней силы 10 Н·м. При этом диск через 5 с приобрел угловую скорость 10 рад/с. Вычислите момент инерции диска.

4. Тело с моментом инерции 0,04 кг·м^2 вращается с угловым ускорением в 5 рад/с^2. Какой момент силы действует на это тело?

5. Как обосновывается независимость действия моментов сил?

6. Колесо диаметром 10 см и массой 1 кг вращается со скоростью 1000 об/мин. К ободу колеса приложена постоянная сила трения. Под действием этой силы колесо останавливается за 12 с. Определите эту силу трения. Массу колеса считать сосредоточенной на ободе.

§ 115

1. Выведите формулу кинетической энергии вращающегося тела.

2. Кольцо радиуса 10 см вращается с угловой скоростью 10 рад/с. Масса кольца 0,5 кг. Чему равна кинетическая энергия этого кольца?

3. Во сколько раз изменится кинетическая энергия тела, если угловую скорость его вращения увеличить в два раза?

4. Как следует изменить угловую скорость, чтобы при уменьшении момента инерции тела вдвое его кинетическая энергия осталась неизменной?

5. На блок радиуса 5 см намотана нить. К свободному концу нити привязан груз массой 1 кг. Грузу предоставляют возможность падать. Какова скорость груза в момент, когда он опустится на 2 м? Масса блока равна 0,5 кг и вся сосредоточена на ободе. (1,6 м/с.)

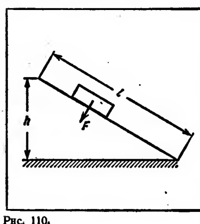


Рис. 110.

6. По наклонной плоскости с высоты 1 м один раз соскальзывает без трения груз, а другой раз скатывается без скольжения обруч. Массы груза и обруча одинаковы и равны 1 кг. Радиус обруча 10 см. Масса обруча вся сосредоточена на ободе. Какую скорость поступательного движения будут иметь груз и обруч после спуска с наклонной плоскости?

§§ 117, 118

1. Сформулируйте основные условия равновесия тел.

2. Сформулируйте «золотое правило механики».

3. Докажите, что неподвижный блок не дает выигрыша в силе. Используйте три разных пути доказательства.

4. Тремя способами рассчитайте выигрыш в силе, даваемый рычагом. Длины плеч рычага l_1 и l_2 известны.

5. Рассчитайте выигрыш в силе, получаемый с помощью наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости h, длина l. Дайте три способа расчета.

6. Деревянный брусок лежит на наклонной плоскости (рис. 110). С какой силой F нужно прижать брусок к наклонной плоскости, чтобы он оставался на ней в покое? Масса бруска 2 кг, длина наклонной плоскости $l=1$ м и высота $h=60$ см. Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость 0,4.

7. Тяжелое бревно втягивается вверх по наклонной плоскости с помощью двух параллельных канатов, закрепленных, как показано на рис. 111. Масса бревна 400 кг, высота наклонной плоскости $h=1$ м, длина ее $l=2$ м. Какую силу нужно приложить к каждому из канатов, чтобы втянуть бревно? Указать два пути решения задачи.

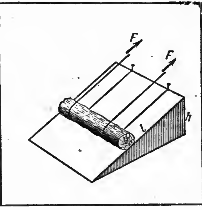


Рис. 111.

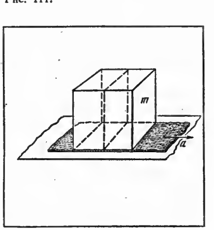
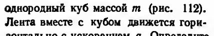


Рис. 112.


8*. На полотняной ленте стоит однородный куб массой m (рис. 112). Лента вместе с кубом движется горизонтально с ускорением a. Определите, с какой силой и в каком направлении задняя половина куба будет действовать на переднюю при таком движении. (0.)

9*. Почему автомобиль при резком трогании с места обязательно «приседает» на задние колеса, а при резком торможении обязательно «клюет» носом?

Виктор Геннадиевич Зубов

МЕХАНИКА

(серия «Начала физики»)

М., 1978 г., 352 стр. с илл.

Редактор *Н. А. Михалина.*
Техн. редактор *С. Я. Шкляр.*
Корректор *Л. Г. Сомова.*

ИБ № 2479

Сдано в набор 07.06.78. Подписано к печати 12.10.78. Т-20012. Бумага 60×90¹/₁₆. Типогр. №3. Литературная гарнитура. Высокая печать. Условн. печ. л. 22+ +0,25 форзац. Уч.-изд. л. 23,42+0,39 форзац. Тираж 200 000 экз. Заказ № 2784. Цена книги 90 коп.

Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова
Союзполиграфпрома при Государственном комитете
СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли.
Москва, М-54, Валовая, 28



ОТОПЛЕНИЕ И ГОРЯЧИЕ ПРОИЗВОДСТВА
ЛЕКТРОХИМИЧЕСКАЯ ПРОМЫШЛЕННОСТЬ
КИНО
ГАСТРОНОМ
ОСВЕЩЕНИЕ
В ВИДЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ
СРЕДСТВА СВЯЗИ
ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ
Чело
получ


Б СПОЛЕЗНЫЕ ПОТЕРИ
13%
ПИЩА ЛЮДЕЙ И ЖИВОТНЫХ
еловек
олучает
10^{13} Дж/с
СИНТЕТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
12
75
ДВИГАТЕЛИ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ
КРАС